
Appendice B

Descrizione della banca dati aerodinamica utilizzata

B.1 Introduzione

In quest'appendice si descrivono i sistemi di riferimento solidali col velivolo assi corpo e assi stabilità e le relazioni per passare da un sistema di riferimento ad un altro. Si descrive inoltre la banca dati fornitaci dalla ditta Aeronautica Macchi relativa al velivolo da addestramento MB 339. Questa era inizialmente in assi stabilità e riferita al 25% della corda media aerodinamica. Per comodità la si è ruotata in assi corpo e riferita al centro di massa.

B.2 Il sistema di riferimento assi corpo

Ogni terna (destrorsa) di assi cartesiani con origine in un punto P del velivolo e solidale con il velivolo rappresenta un sistema di assi corpo che indichiamo con (P, e_i) . Solitamente l'origine del sistema assi corpo coincide con il centro di massa. Una scelta di assi corpo con particolari proprietà è data dagli assi principali di inerzia. I velivoli sono dotati di un piano di simmetria; di solito si scelgono gli assi in modo che i versori e_1 ed e_3 giacciono nel piano di simmetria, con l'asse e_1 rivolto verso la prua del velivolo e l'asse e_3 rivolto verso il basso, come mostrato in figura (B.1). Le componenti in assi corpo dei vettori velocità lineare \bar{v} e angolare $\bar{\omega}$ si indicano con

$$\{\bar{v}\}^T = [u, v, w], \quad (\text{B.1})$$

$$\{\bar{\omega}\}^T = [p, q, r]. \quad (\text{B.2})$$

Le componenti in assi corpo dei vettori forze \bar{f} e momenti \bar{m} si indicano invece con

$$\{\bar{f}\}^T = [X, Y, Z], \quad (\text{B.3})$$

$$\{\bar{m}\}^T = [l, m, n]. \quad (\text{B.4})$$

B.3 Gli angoli aerodinamici

Il vettore velocità lineare in assi corpo è individuato o dalle sue componenti ortogonali $[u, v, w]$, oppure alternativamente dal modulo del vettore velocità V e da due angoli opportunamente definiti. Questi angoli, che sono di importanza fondamentale per determinare le forze aerodinamiche agenti sul velivolo, sono definiti come:

Angolo di incidenza (angle of attack):

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{w}{u} \quad -\pi \leq \alpha \leq \pi. \quad (\text{B.5})$$

Angolo di derapata o di deriva (sideslip angle)

$$\beta = \sin^{-1} \frac{v}{V} \quad -\pi \leq \beta \leq \pi. \quad (\text{B.6})$$

I due angoli sono riportati in figura (B.2).

E' importante sottolineare che l'angolo α qui definito è lo stesso comunemente usato in aerodinamica e nelle prove in galleria del vento solo se il versore e_1 è parallelo alla direzione del riferimento aerodinamico. Se non è così differisce da quello per un angolo costante. Le componenti del vettore velocità in assi corpo in funzione di V , α , e β sono

$$\begin{aligned} u &= V \cos\alpha \cos\beta, \\ v &= V \sin\beta, \\ w &= V \sin\alpha \cos\beta. \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

B.4 Sistema di riferimento assi stabilità

Gli assi stabilità sono un particolare sistema di riferimento usati principalmente nello studio delle piccole perturbazioni attorno ad una condizione di trimmaggio. Indichiamo con k_i ($i = 1, 2, 3$) i versori degli assi stabilità. Il versore k_2 è scelto in modo da essere coincidente con e_2 mentre i versori k_1 e k_3 giacciono nel piano di simmetria in modo da formare un angolo α

con i rispettivi versori assi corpo come rappresentato in figura (B.3). Indichiamo le componenti di velocità lineari ed angolari, forze e momenti in assi stabilità con le stesse lettere usate per le componenti in assi corpo a cui sovrapponiamo il simbolo (\cdot). Si ha allora

$$\{\hat{v}\}^T = [\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}], \quad (\text{B.8})$$

$$\{\hat{\omega}\}^T = [\hat{p}, \hat{q}, \hat{r}], \quad (\text{B.9})$$

$$\{\hat{f}\}^T = [\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z}], \quad (\text{B.10})$$

$$\{\hat{m}\}^T = [\hat{l}, \hat{m}, \hat{n}]. \quad (\text{B.11})$$

Le componenti di forza in assi corpo dirette come k_1 e k_3 sono l'opposto della resistenza D e della portanza L per cui si scrive

$$\{\hat{f}\}^T = [-D, \hat{Y}, -L]. \quad (\text{B.12})$$

B.5 Trasformazione da assi stabilità ad assi corpo

Sia c un generico vettore. Siano \bar{c}_i ($i = 1, 2, 3$) le sue componenti in assi corpo e \hat{c}_i ($i = 1, 2, 3$) le sue componenti in assi stabilità. La relazione tra le \bar{c}_i e le \hat{c}_i è

$$\begin{Bmatrix} \bar{c}_1 \\ \bar{c}_2 \\ \bar{c}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{c}_1 \\ \hat{c}_2 \\ \hat{c}_3 \end{Bmatrix}, \quad (\text{B.13})$$

o con notazione compatta

$$\bar{c} = L(\alpha) \cdot \hat{c}. \quad (\text{B.14})$$

Ovviamente invertendo le precedenti si ricavano le

$$\begin{Bmatrix} \hat{c}_1 \\ \hat{c}_2 \\ \hat{c}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{c}_1 \\ \bar{c}_2 \\ \bar{c}_3 \end{Bmatrix}, \quad (\text{B.15})$$

$$\hat{c} = L^T(\alpha) \cdot \bar{c}. \quad (\text{B.16})$$

B.6 Leggi costitutive delle forze

Le componenti del vettore forza aerodinamica in assi stabilità sono

$$\begin{Bmatrix} -D \\ \hat{Y} \\ -L \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \rho V^2 S \begin{Bmatrix} -\hat{C}_D \\ \hat{C}_Y \\ -\hat{C}_L \end{Bmatrix}, \quad (\text{B.17})$$

dove ρ è la densità dell'aria mentre S è la superficie alare. I coefficienti aerodinamici globali \hat{C}_D , \hat{C}_Y e \hat{C}_L sono la somma di vari contributi

$$\begin{aligned}\hat{C}_D &= \hat{C}_D(\alpha) + \hat{C}_{D_{\delta_e}}(\alpha) \delta_e, \\ \hat{C}_Y &= \hat{C}_{Y_\beta}(\alpha) \beta + \hat{C}_{Y_{\delta_e}}(\alpha) \delta_e + \hat{C}_{Y_{\delta_a}}(\alpha) \delta_a + \hat{C}_{Y_{\delta_r}}(\alpha) \delta_r + \\ &\quad \frac{b}{2V} (\hat{C}_{Y_p}(\alpha) \hat{p} + \hat{C}_{Y_r}(\alpha) \hat{r}), \\ \hat{C}_L &= \hat{C}_L(\alpha) + \hat{C}_{L_{\delta_e}}(\alpha) \delta_e.\end{aligned}\tag{B.18}$$

I coefficienti aerodinamici sono tabulati in funzione dell'angolo di incidenza α . δ_e , δ_a e δ_r sono rispettivamente le deflessioni di equilibratore, alettoni e timone mentre b è l'apertura alare. Definiamo i seguenti vettori e matrici

$$\begin{aligned}\hat{C}_F(\alpha) &= \begin{Bmatrix} -\hat{C}_D(\alpha) \\ 0 \\ -\hat{C}_L(\alpha) \end{Bmatrix}, \\ \hat{C}_{F_\beta}(\alpha) &= \begin{Bmatrix} 0 \\ \hat{C}_{Y_\beta}(\alpha) \\ 0 \end{Bmatrix}, \\ \hat{C}_{F_\delta}(\alpha) &= \begin{bmatrix} 0 & -\hat{C}_{D_{\delta_e}}(\alpha) & 0 \\ \hat{C}_{Y_{\delta_e}}(\alpha) & \hat{C}_{Y_{\delta_a}}(\alpha) & \hat{C}_{Y_{\delta_r}}(\alpha) \\ 0 & -\hat{C}_{L_{\delta_e}}(\alpha) & 0 \end{bmatrix}, \\ \hat{C}_{F_\omega}(\alpha) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \hat{C}_{Y_p}(\alpha) & 0 & \hat{C}_{Y_r}(\alpha) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\end{aligned}\tag{B.19}$$

in modo da poter scrivere il vettore dei coefficienti globali delle forze come

$$\hat{C}_F = \hat{C}_F(\alpha) + \hat{C}_{F_\beta}(\alpha) \beta + \hat{C}_{F_\delta}(\alpha) \delta + \frac{b}{2V} \hat{C}_{F_\omega}(\alpha) \dot{\omega}.\tag{B.20}$$

Le componenti del vettore momento aerodinamico, riferite al 25% della corda media aerodinamica, sono date da

$$\begin{Bmatrix} \hat{l} \\ \hat{m} \\ \hat{n} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \rho V^2 S \begin{Bmatrix} b \hat{C}_l \\ c \hat{C}_m \\ b \hat{C}_n \end{Bmatrix},\tag{B.21}$$

dove c è la corda media aerodinamica. Come per le forze, i coefficienti aerodinamici globali \hat{C}_l , \hat{C}_m e \hat{C}_n sono somma di vari contributi

$$\begin{aligned}
\hat{C}_l &= \hat{C}_{l_\beta}(\alpha)\beta + \hat{C}_{l_\epsilon}(\alpha)\delta_\epsilon + \hat{C}_{l_{\delta_a}}(\alpha)\delta_a + \hat{C}_{l_{\delta_r}}(\alpha)\delta_r + \\
&\quad \frac{b}{2V} \left(\hat{C}_{l_p}(\alpha)\hat{p} + \hat{C}_{l_r}(\alpha)\hat{r} \right), \\
\hat{C}_m &= \hat{C}_m(\alpha) + \hat{C}_{m_{\delta_\epsilon}}(\alpha)\delta_\epsilon + \frac{c}{2V} \hat{C}_{m_q}(\alpha)\hat{q}, \\
\hat{C}_n &= \hat{C}_{n_\beta}(\alpha)\beta + \hat{C}_{n_{\delta_\epsilon}}(\alpha)\delta_\epsilon + \hat{C}_{n_{\delta_a}}(\alpha)\delta_a + \hat{C}_{n_{\delta_r}}(\alpha)\delta_r + \\
&\quad \frac{b}{2V} \left(\hat{C}_{n_p}(\alpha)\hat{p} + \hat{C}_{n_r}(\alpha)\hat{r} \right).
\end{aligned} \tag{B.22}$$

Anche qui i coefficienti sono tabulati in funzione di α . Definiamo per comodità i seguenti vettori e matrici

$$\begin{aligned}
\hat{C}_M(\alpha) &= \begin{Bmatrix} 0 \\ \hat{C}_m(\alpha) \\ 0 \end{Bmatrix}, \\
\hat{C}_{M_\beta}(\alpha) &= \begin{Bmatrix} \hat{C}_{l_\beta}(\alpha) \\ 0 \\ \hat{C}_{n_\beta}(\alpha) \end{Bmatrix}, \\
\hat{C}_{M_\delta}(\alpha) &= \begin{bmatrix} \hat{C}_{l_{\delta_a}}(\alpha) & \hat{C}_{l_{\delta_\epsilon}}(\alpha) & \hat{C}_{l_{\delta_r}}(\alpha) \\ 0 & \hat{C}_{m_{\delta_\epsilon}}(\alpha) & 0 \\ \hat{C}_{n_{\delta_a}}(\alpha) & \hat{C}_{n_{\delta_\epsilon}}(\alpha) & \hat{C}_{n_{\delta_r}}(\alpha) \end{bmatrix}, \\
\hat{C}_{M_\omega}(\alpha) &= \begin{bmatrix} b\hat{C}_{l_p}(\alpha) & 0 & b\hat{C}_{l_r}(\alpha) \\ 0 & c\hat{C}_{m_q}(\alpha) & 0 \\ b\hat{C}_{n_p}(\alpha) & 0 & b\hat{C}_{n_r}(\alpha) \end{bmatrix},
\end{aligned} \tag{B.23}$$

cosicchè i coefficienti di momento globali si possono scrivere nella forma più compatta

$$\hat{C}_M = \hat{C}_m(\alpha) + \hat{C}_{M_\beta}(\alpha)\beta + \hat{C}_{M_\delta}(\alpha)\delta + \frac{1}{2V} \hat{C}_{M_\omega}(\alpha)\hat{\omega}. \tag{B.24}$$

Riassumendo, le forze ed i momenti aerodinamici in assi stabilità sono dati da

$$\hat{f} = \frac{1}{2} \rho V^2 S \hat{C}_F, \tag{B.25}$$

$$\hat{m} = \frac{1}{2} \rho V^2 S \begin{bmatrix} b & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & b \end{bmatrix} \hat{C}_M, \tag{B.26}$$

dove i termini C_F e C_M sono rispettivamente dati dalle (B.20) e (B.24).

B.7 Trasformazione della banca dati da assi stabilità ad assi corpo

Le forze ed i momenti aerodinamici in assi stabilità sono dati rispettivamente dalle (B.25) e (B.26). Per ottenerli in assi corpo basterà applicare ai vettori \bar{f} e \bar{m} la matrice $L(\alpha)$

$$\bar{f} = L(\alpha) \cdot \hat{f}, \quad (\text{B.27})$$

$$\bar{m} = L(\alpha) \cdot \hat{m}, \quad (\text{B.28})$$

e tener conto che

$$\hat{\omega} = L^T(\alpha) \cdot \bar{\omega}. \quad (\text{B.29})$$

Si ottiene che

$$\bar{f} = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_F, \quad (\text{B.30})$$

$$\bar{m} = \frac{1}{2} \rho V^2 S \begin{bmatrix} b & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & b \end{bmatrix} C_M, \quad (\text{B.31})$$

dove i coefficienti globali C_F e C_M sono dati rispettivamente da

$$C_F = C_F(\alpha) + C_{F_\beta}(\alpha) \beta + C_{F_\delta}(\alpha) \delta + \frac{b}{2V} C_{F_\omega}(\alpha) \omega, \quad (\text{B.32})$$

$$C_M = C_M(\alpha) + C_{M_\beta}(\alpha) \beta + C_{M_\delta}(\alpha) \delta + \frac{1}{2V} C_{M_\omega}(\alpha) \omega. \quad (\text{B.33})$$

I termini $C_F(\alpha)$, $C_{F_\beta}(\alpha)$, $C_{F_\delta}(\alpha)$, $C_{F_\omega}(\alpha)$, $C_M(\alpha)$, $C_{M_\beta}(\alpha)$, $C_{M_\delta}(\alpha)$ e $C_{M_\omega}(\alpha)$, mantengono la stessa struttura dei rispettivi termini in assi stabilità e sono collegati a questi dalle seguenti relazioni

$$\begin{aligned} C_F(\alpha) &= L(\alpha) \cdot \hat{C}_F(\alpha), \\ C_{F_\beta}(\alpha) &= L(\alpha) \cdot \hat{C}_{F_\beta}(\alpha), \\ C_{F_\delta}(\alpha) &= L(\alpha) \cdot \hat{C}_{F_\delta}(\alpha), \\ C_{F_\omega}(\alpha) &= L(\alpha) \cdot \hat{C}_{F_\omega}(\alpha) \cdot L^T(\alpha), \\ C_M(\alpha) &= L(\alpha) \cdot \hat{C}_M(\alpha), \\ C_{M_\beta}(\alpha) &= L(\alpha) \cdot \hat{C}_{M_\beta}(\alpha), \\ C_{M_\delta}(\alpha) &= L(\alpha) \cdot \hat{C}_{M_\delta}(\alpha), \\ C_{M_\omega}(\alpha) &= L(\alpha) \cdot \hat{C}_{M_\omega}(\alpha) \cdot L^T(\alpha). \end{aligned} \quad (\text{B.34})$$

Come già detto, la banca dati è tabulata in funzione dell'angolo α . Noto l'angolo α a cui bisogna calcolare i coefficienti si va a vedere qual è lo α

tabulato più prossimo. Poi si fa un' interpolazione parabolica su tre punti. Le derivate dei coefficienti rispetto ad α sono di conseguenza valutate con un' approssimazione lineare.

B.8 Jacobiano di trasformazione

Si è già visto che il vettore velocità in assi corpo può essere individuato dalle componenti ortogonali $[u, v, w]$ oppure dalla terna $[V, \beta, \alpha]$. La banca dati è descritta in termini di quest' ultima, e quando si linearizzano le forze aerodinamiche è comodo valutare le derivate rispetto a $\{V, \alpha, \beta\}$ piuttosto che a $\{u, v, w\}$. Nasce però il problema di come passare dalle prime alle seconde. Ricordiamo che il legame tra le due terne di variabili è dato dalle (B.7). Differenziandole si ha

$$du = \cos\alpha \cos\beta dV - V \cos\alpha \sin\beta d\beta - V \sin\alpha \cos\beta d\alpha, \quad (\text{B.35})$$

$$dv = \sin\beta dV + V \cos\beta d\beta, \quad (\text{B.36})$$

$$dw = \sin\alpha \cos\beta dV - V \sin\alpha \sin\beta d\beta + V \cos\alpha \cos\beta d\alpha, \quad (\text{B.37})$$

o in forma più compatta

$$\begin{Bmatrix} du \\ dv \\ dw \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha \cos\beta & -V \cos\alpha \sin\beta & -V \sin\alpha \cos\beta \\ \sin\beta & V \cos\beta & 0 \\ \sin\alpha \cos\beta & -V \sin\alpha \sin\beta & V \cos\alpha \cos\beta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dV \\ d\beta \\ d\alpha \end{Bmatrix}. \quad (\text{B.38})$$

La matrice scritta prende il nome di Jacobiano di trasformazione e spesso si indica con

$$\frac{\partial(u, v, w)}{\partial(V, \beta, \alpha)}. \quad (\text{B.39})$$

In termini di u, v, w lo Jacobiano si scrive come

$$\frac{\partial(u, v, w)}{\partial(V, \beta, \alpha)} = \begin{bmatrix} \frac{u}{V} & -\frac{uv}{V_P} & -w \\ \frac{v}{V} & V_P & 0 \\ \frac{w}{V} & -\frac{vw}{V_P} & u \end{bmatrix}, \quad (\text{B.40})$$

dove con V_P si indica

$$V_P = \sqrt{u^2 + w^2}. \quad (\text{B.41})$$

B.9 Dati relativi al velivolo utilizzato

Come già anticipato il velivolo utilizzato in questa tesi è l' addestratore Macchi MB 339. Si riportano i dati fondamentali relativi alla geometria e all' inerzia:

- Massa = $463.71 \text{ Kg m}^{-1} \text{ s}^2$
- Peso = 4549 Kg
- Tensore di inerzia (in assi principali) = $\text{diag}([3276 \ 1825 \ 4991]) \text{ Kg m}^2 \text{ s}^2$
- Apertura alare = 10.8 m
- Corda media aerodinamica = 1.9 m
- Superficie alare = 19.3 m^2

Inoltre per tutte gli esempi effettuati il baricentro del velivolo è stato posto ad una distanza pari a $0.295 c$ a partire dal bordo d' attacco della corda media aerodinamica c .

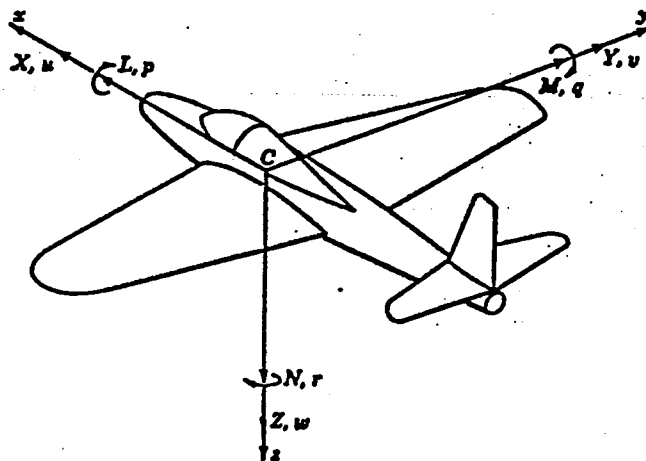


Figura B.1: Sistema di riferimento assi corpo.

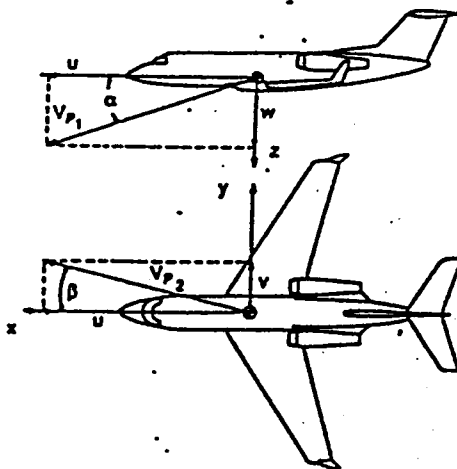


Figura B.2: Angoli di incidenza e derapata.

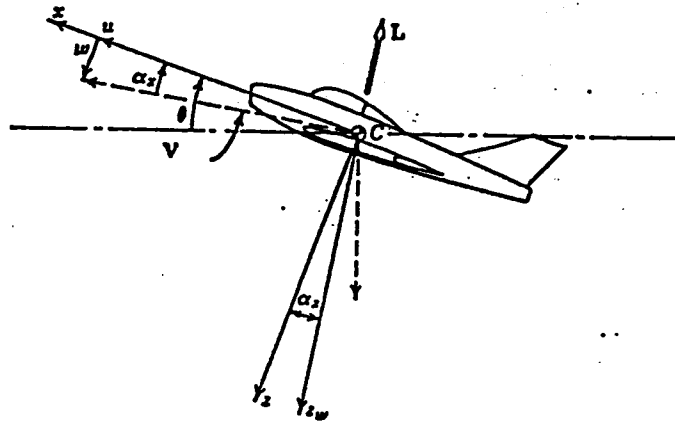


Figura B.3: Sistema di riferimento assi stabilit 