

時間とお金

～利便性とエネルギー消費率に基づく乱流制御の新しい評価手法～

Money versus Time

Evaluation of Control Performance based on Convenience and Energy Consumption

長谷川 洋介*・Bettina Frohnappel**・Maurizio Quadrio***

Yosuke HASEGAWA, Bettina FROHNAPFEL and Maurizio QUADRIO

1. 緒 言

エネルギー資源枯渇や地球環境保全などの国際問題が深刻化する中で、21世紀の人類は、利便性を向上させつつ、エネルギー消費を削減するという極めて困難な課題に直面している。流体、及びそれに伴う輸送現象を自在に制御することができれば、高速移動機器やパイプラインにおける流動抵抗低減、熱流体機器における熱・物質輸送の促進、反応促進、騒音低減等、様々なエネルギー機器の性能向上、省エネルギー化に大きく貢献できる。本報では、特に、流体抵抗低減制御に注目する。

これまでに、平行平板間流やパイプ流における乱流摩擦抵抗低減に関しては多くの研究がなされており、得られる制御効果は、流量一定 (constant flow rate: CFR) または、圧力勾配一定 (constant pressure gradient: CPG) のいずれかの条件下において評価されてきた。CFR 条件では、壁面に作用する摩擦抵抗の低減率によって制御効果が評価される。壁面摩擦は圧力勾配に比例するため、抵抗低減はポンプ動力の低減を意味する。一方、CPG 条件では、圧力勾配、及びそれと釣り合う壁面摩擦が一定に保たれるため、抵抗低減効果は流量増加として現れる。この場合、圧力勾配と流量の積で与えられるポンプ動力は、制御によってむしろ増加することになる。

このように、ある幾何学的形状を持つダクトの内部に流体を流す場合、本質的な量として、流量と圧力勾配が挙げられる。流量が大きい程、与えられた流体体積をより短時間で輸送できる。従って、流量は「利便性 (時間)」の指標と捉えることができる。一方、圧力勾配は、ある利便性 (流量) を実現するために必要となる駆動力 (または、ポンプ動力)、すなわち「コスト (お金)」に相当する。

従って、過去の基礎研究では、「利便性」と「コスト」のいずれかを一定に保ち、もう一方の値の変化によって制御効果を評価してきたと解釈できる。これに対して、現実的

用では、「利便性」と「コスト」のいずれかが先に与えられることは稀であり、その両者を同時に変化させて妥協点 (最適点) を探索する必要がある。更に、応用対象に応じて「利便性」と「コスト」の相対的な重みは様々であるため、最適な流動条件も大きく異なるであろう。

最近、著者らは、「利便性」と「コスト」に注目して、抵抗低減効果を整理する新しい評価手法を提案した¹⁾。この評価手法では、「利便性」と「コスト」が2つの座標軸を構成し、制御の有無に依らず全ての流れ場の状態は、その評価空間内の一点に対応する。慣例的に、摩擦抵抗は、バルク運動量束で無次元化した摩擦抵抗係数 C_f をレイノルズ数の関数として表記されてきたが、本研究で提案する評価手法は、その発展版と捉えることができる。本研究では、多様な流動条件における制御則の統一的評価法を構築し、これに基づき既存の制御則の再評価を行う。

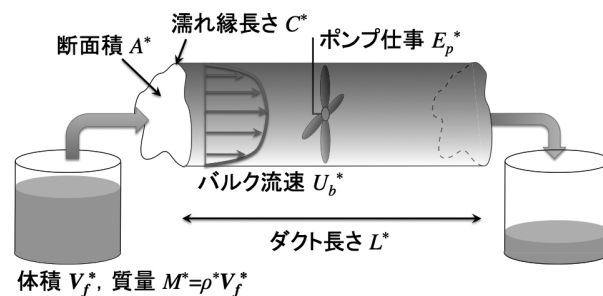


図1 本研究で対象とする一様断面を持つダクト内の流れ

2. 新しい流体制御評価手法

2.1 Money-Time 図の導入

図1に示すように、ダクト内に圧力勾配を付与することによって、ある体積 V_f^* の流体を距離 L^* 輸送することを考える。以下、上付きの * は有次元量を表す。流れは完全に発達しており、ダクトの断面積 A^* 、及び濡れ縁長さ C^* は、流れ方向に変化しないものとする。この時、全体の濡れ面積は $C^* L^*$ 、水力学的直径は $D^* = 4 A^* / C^*$ である。

ポンプ仕事は次式で与えられる。

* 東京大学生産技術研究所 機械・生体系部門

** カールスルーエ工科大学

*** ミラノ工科大学

研 究 速 報

$$E_p^* = \frac{\tau_w^* V_f^*}{A^*} = \frac{M^* U_b^{*2} C_f}{2A^*} \quad (1)$$

ここで、 τ_w^* 、 U_b^* 、 ρ^* 、 $M^* = \rho^* V_f^*$ は、それぞれ壁面摩擦、バルク流速、流体密度、そして輸送される流体質量である。無次元の摩擦抵抗係数 C_f は、次式で定義される。

$$C_f = \frac{\tau_w^*}{\frac{1}{2} \rho^* U_b^{*2}} \quad (2)$$

本研究で提案する流体制御評価手法の概念図を図 2 に示す。垂直軸としてポンプ仕事 E_p^* (すなわちコスト)、水平軸として単位長さあたりの輸送時間 $1/U_b^*$ (すなわち非利便性) を取る。層流の場合、 $C_f \propto U_b^{*-1}$ 、もしくは $E_p^* \propto U_b^*$ が成立し、図 2 (a) における破線に対応する。一方、乱流の非制御時においては、ブラジウスの相関式²⁾ より、 $C_f \propto U_b^{*-1/4}$ 、よって $E_p^* \propto U_b^{*7/4}$ が得られる (図 2 (a) の実線)。従って、乱流制御の目的は、流れ場に何らかの操作を施すことによって、実線のより左下の原点方向に流れの状態を変化させることである。図 2 (a) より、一般にポンプ仕事の低減は利便性の犠牲のもとに得られること、また、層流に対して乱流では極めて大きなポンプ動力を要することが分かる。

今、図 2 (a) に示すある非制御時の流れ場の状態 N に制御を加えることを考える。CFR 条件では、流量 (すなわち利便性) が保たれるので、制御された流れ場は垂直方向に移動し、例えば A という状態になったとする。ここで、 N と A の距離は、ポンプ仕事 E_p^* の削減量に対応する。一方、CPG 条件では、壁面剪断応力 τ_w^* が一定に保たれるので、式 (1) より E_p^* が一定に保たれる。従って、制御が成功すると利便性が向上し、流れの状態は B へと移動する。

アクチュエータ等を用いて流れを能動的に制御する場合、制御に消費するエネルギー E_c^* を別途考慮する必要がある。そこで、図 2 (b) では、垂直軸に E_c^* を加えることにより、全体のエネルギー消費 $E_t^* = E_p^* + E_c^*$ とした。ここで、非制

御時においては $E_t^* = E_p^*$ が成立するので、層流と乱流の線は図 2 (a) と同一である。この時、CFR 条件と CPG 条件における流れの状態をそれぞれ A' と B' で表している。いずれに状態についても、図 2 (a) に対して、制御投入エネルギー E_c^* の分だけ垂直方向に移動する。尚、過去の研究により、ある一定の流速において、全体のエネルギー消費 (= エネルギー散逸) を最小にする流れは、ストークス流であることが理論的に示されている^{3,4)}。従って、図 2 (b) において、層流の線の下 (灰色の領域) には、如何なる流れ場の状態も存在し得ない。

2.2 無次元化

図 2 で示した $E_t^* - U_b^{*-1}$ 図は、両軸共に次元を有しているので、これらを流体力学的な物理量で適切に無次元化することによって、一般化することを考える。

水平軸 ($1/U_b^*$) については、流体の動粘性係数 ν^* 、及び水力学的直径 D^* を用いることにより、以下のように無次元化できる。

$$\left(\frac{1}{U_b^*}\right) \left(\frac{D^*}{\nu^*}\right) = \frac{\nu^*}{U_b^* D^*} = \text{Re}_D^{-1} \quad (3)$$

次に、鉛直軸 (エネルギー消費量) を無次元化するために、実効摩擦速度 τ_w^{e*} を以下のように定義する。

$$\tau_w^{e*} = \frac{P_t^*}{U_b^*} = \tau_w^* + \frac{P_c^*}{U_b^*} \quad (4)$$

ここで、全体の消費動力 $P_t^* = P_p^* + P_c^*$ は、単位時間あたりのポンプ仕事 (すなわちポンプ動力) P_p^* と制御のために消費する動力 P_c^* の和で与えられる。

式 (1) を考慮すると、全体のエネルギー消費量は、

$$E_t^* = \frac{\tau_w^{e*} V_f^*}{A^*} = \frac{M^* U_b^{*2} C_f^e}{2A^*} \quad (5)$$

となる。なお、 C_f^e は制御投入エネルギーを考慮した実効摩擦抵抗係数であり、式 (2) のアナロジーにより次式で定義される。

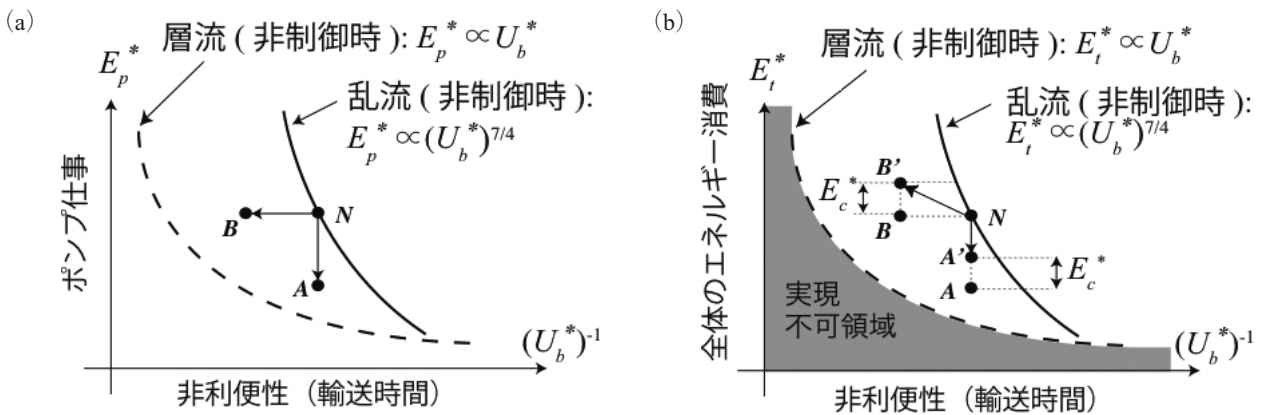


図 2 (a) ポンプ仕事 (コスト) と輸送時間 (非利便性) の関係。ある非制御時の状態 N に対して、CFR 及び CPG 条件下での制御による状態変化をそれぞれ A 、 B で表す。
 (b) 制御投入仕事を考慮し、縦軸を全体のエネルギー消費とした図。灰色の領域は、理論的に実現不可の領域を示す。

$$C_f^e = \frac{\tau_w^{e*}}{\frac{1}{2} \rho^* U_b^{*2}} \quad (6)$$

従って、垂直軸の無次元化として、

$$E_i^* / \left(\frac{M^* U_b^{*2}}{2A^*} \right) = C_f^e \quad (7)$$

が考えられる。この場合、図 2 (b) は、従来の $C_f - \text{Re}$ 図において、制御入力に伴うエネルギー消費を考慮したものと等価となる。しかし、式 (7) の無次元化では左辺に利便性の指標である U_b^* が含まれているため、今回の目的である「利便性」と「コスト」の独立した評価には不適である。そこで、 U_b^* を消去するために、両辺に Re_D^2 を掛けると

$$E_i^* \left\{ \frac{M^* (v^*/D^*)^2}{2A^*} \right\} = C_f^e \text{Re}_D^2 \quad (8)$$

となり、全体のエネルギー消費を流体の動粘性係数、及びダクトの水力学的直径のみによって無次元化できる。

以上のように、前節で提案した $E_i^* - U_b^{*2}$ 図を無次元化したものとして、 $C_f^e \text{Re}^2 - \text{Re}^{-1}$ 図が導かれた。縦軸はコスト、横軸は利便性を表しており、これらは「お金」と「時間」に例えることができる。そこで以下では、 $C_f^e \text{Re}^2 - \text{Re}^{-1}$ 図を Money-Time 図と呼ぶことにする。

3. Money-Time 図による過去の制御効果の評価

図 3 (a) - (c) において、過去に報告された抵抗低減制御の結果を整理した。具体的には、受動制御手法として、ポリマー⁵⁾、ポリマーと界面活性物質の同時添加⁶⁾、ファイバー⁷⁾、リブレット^{8,9)}、毛皮¹⁰⁾の抵抗低減効果をプロットした。また、能動制御としては、プレディターミンド制御として、スパン方向壁振動制御¹¹⁾、スパン方向壁振動流れ方向進行波¹²⁾、吹き出し/吸い込み流れ方向進行波¹³⁾の結果を、またフィードバック制御則としては、opposition control 及び準最適制御の結果¹⁴⁾をプロットした。尚、上記の研究例の多くは平行平板間乱流を対象としており、レイノルズ数は平板間距離 H^* を用いて、 $\frac{U_b^* H^*}{\nu^*} = \text{Re}_m$ で定義される。

図 3 (a) は、従来の $C_f - \text{Re}$ 図を示している。この図の第一の問題点として、縦軸は壁面摩擦を無次元化したものであり、能動制御で消費される制御投入仕事が考慮されていない点がある。従って、一見、非制御時に対して C_f の値が低減されたとしても、全体のエネルギー消費が低減されるとは限らない。実際、後で図 3 (c) において見るように、制御パラメータを適切に設定しない限り、能動制御では正味のエネルギー削減を得ることは難しい。図 3 (a) のより重大な問題点は、 C_f 値を異なる Re 数において比較することに意味が無い点である。これは、式 (7) において、壁面摩擦を無次元する際に U_b^* を用いているため、 Re 数の変化と共に式 (7) の分母が変化するからである。一般に、

Re 数の増加に伴い C_f 値は低減するが、これは高 Re 数におけるポンプ仕事の低減を意味するものではなく、むしろ現実には、図 2 (a) で示したように Re 数の増加と共にポンプ仕事は飛躍的に増大する。このように、縦軸がエネルギー消費と定量的に関連付けられていない点が従来の $C_f - \text{Re}$ 図の本質的課題である。

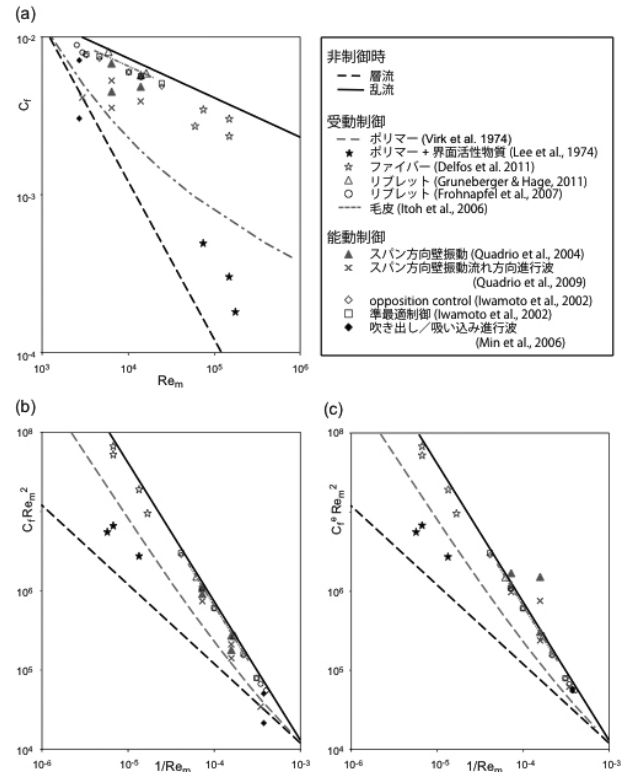


図 3 過去の摩擦抵抗低減制御の制御効果のまとめ
(a) $C_f - \text{Re}$ 図, (b) $C_f \text{Re}^2 - \text{Re}^{-1}$ 図, (c) $C_f \text{Re}^2 - \text{Re}^{-1}$ 図

次に、図 3 (a) に示したデータと全く同じ値を本研究で提案する $C_f \text{Re}^2 - \text{Re}^{-1}$ 図にプロットしたものを図 3 (b) に示す。図 3 (a) との大きな違いとして、図 3 (b) では Re 数の増加 (すなわち横軸 Re^{-1} の減少) に伴って、無次元化されたポンプ仕事が増加する様子が分かる。これは、 C_f に Re^2 を掛けることによって、 U_b^* に依存しないポンプ仕事の無次元化を行ったためである (式 (8) 参照)。

図 3 (b) ではポンプ仕事のみを考慮しているが、制御投入仕事を考慮した $C_f^e \text{Re}^2 - \text{Re}^{-1}$ 図を図 3 (c) に示す。スパン方向壁振動やスパン方向振動の流れ方向進行波制御において、図 3 (b) では非制御時に対して $C_f \text{Re}^2$ の低減が得られるものの、図 3 (c) では $C_f^e \text{Re}^2$ の増加に転じるケースが確認できる。これは、制御を加えることによって、ポンプ仕事は低減するものの、その利得を制御投入仕事を上回り、正味のエネルギー消費削減が得られないことを示している。

4. 結 言

本報では、流体輸送における本質的因子である、「利便性」と「コスト」に注目して、流体制御の新しい評価手法を提案した。これは、従来、抵抗低減制御の評価に用いられてきた $C_f - \text{Re}$ 図の発展版と捉えることができる。結果として、今回の評価手法では、従来用いられてきた C_f に単に Re^2 を掛けた値を用いるが、両者の違いは大きい。従来の C_f 値に基づく評価では、流量一定（すなわち、バルクレイノルズ数一定）条件を前提としており、異なる Re 数（流量）における C_f 値の比較には意味が無い。しかし、現実応用の観点からは、流量を変化させることによって、その実現に要するエネルギー消費との妥協点を探る必要があり、流量一定の制約は不都合となる。本研究で提案する Money-Time 図は、異なる Re 数において、エネルギー消費量の直接的な比較を可能とする。従って、ユーザーは横軸の「利便性」と縦軸の「コスト」を自由に変化させることによって、最適な流動条件、制御手法を選択できる。具体的には、アプリケーションに応じて、「利便性」と「コスト」の相対的な重みは異なるため、それに応じたコスト関数を定義し、それを最小化する制御則を見つけることになる。Money-Time 図上に、アプリケーション固有のコスト関数を重畳することによって、最適点を見つけることが可能である。詳細は、Frohnappfel ら (2012) を参考にされたい。

基礎研究の観点では、Money-Time 図において、より原点に近い流れの状態（すなわち、高い利便性と小さなエネルギー消費量）を実現する制御則の開発が必要である。これにより、個別のアプリケーションを持つユーザーに対して、より多くの選択肢を提供することになる。

以上述べたように、今回提案した Money-Time 図は、異なる流動条件下における抵抗低減制御技術を統一的に評価する枠組みを提供する。同様の解析は外部流においても成立する¹⁾。一般に流体制御問題は、トレードオフの関係に

ある複数因子の最適化問題と捉えることができるので、本アプローチの応用の可能性は広い。例えば、熱交換器設計における伝熱促進と圧力損失低減などはその典型例であろう¹⁵⁾。Money-Time 図に基づく新たな制御指針の取得の試みも進められており¹⁶⁾、今後の発展が期待される。

謝 辞

本研究の遂行にあたり、German Research Foundation (DFG) FR2823/2-1, 3-1 の支援を受けた。また、本研究成果は、著者が日本学術振興会 (JSPS) 海外特別研究員としてダルムシュタット大学に滞在中に得た成果の一部であり、ここに記して謝意を表す。

(2013 年 11 月 13 日受理)

参 考 文 献

- 1) Frohnappfel, B., et al., J. Fluid Mech., 700, (2012), pp406-418
- 2) Schlichting, H., Boundary Layer Theory, McGraw Hill (1979)
- 3) Bewley, T.R., J. Fluid Mech., 632, (2009), pp. 443-446
- 4) Fukagata, K., et al., Physica D., 238, (2009), pp.1082-1086
- 5) Virk, P.S., et al., J. Appl. Mech., 37, 2 (1974), pp. 488-493
- 6) Lee, W. K., et al., AIChE J., 20, 1 (1974), pp.128-133
- 7) Delfos, R., et al., Dynamics of Non-spherical Particles in Fluid Turbulence, April 6-8, 2011, Udine (I)
- 8) Gruneberger, R. and Hage, W., Exp. Fluids, 50, 2 (2011), pp. 363-373
- 9) Frohnappfel, B., et al., J. Fluid Mech., 590, (2007), pp. 107-116
- 10) Ito, M., et al., Phys. Fluids, 18, (2006), 065102
- 11) Quadrio, M. & Ricco, P., J. Fluid Mech., 521, (2006), pp. 251-271
- 12) Quadrio, M., et al., J. Fluid Mech., 627, (2009), pp. 161-178
- 13) Min, T., et al., J. Fluid Mech., 558, (2006), pp. 309-318.
- 14) Iwamoto, K., et al., Int. J. Heat Fluid Flow, 23, (2002), pp.678-689
- 15) Hasegawa, Y. & Kasagi, N., J. Fluid Mech., 683, (2011), pp.57-93
- 16) Hasegawa, Y. et al., 14th European Turbulence Conference, Sept. 1-4, (2013), Lyon.