

Politecnico di Milano  
Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale

**Studio del tensore di correlazione  
per il flusso turbolento in un canale piano:  
effetto del numero di Reynolds.**

M. Borgonovo, M. Quadrio

Scientific Report  
**DIA-SR 09-03**

*2009*



Scientific Report DIA-SR *09-03*

Published by  
Politecnico di Milano, Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale  
Campus Bovisa  
Via La Masa, 34  
20156, Milano, Italy

Printed in Italy  
*Gennaio 2009*

# 1 Introduzione

Il lavoro presenta uno studio delle funzioni di correlazione, con la separazione spaziale come variabile indipendente, per il flusso turbolento in un canale piano indefinito. La funzione di correlazione può essere calcolata direttamente nello spazio fisico, secondo la sua definizione, oppure nello spazio di Fourier attraverso la trasformata inversa dello spettro. Vengono considerate unicamente le separazioni spaziali nelle direzioni di omogeneità. L'interesse principale consiste nell'analisi (per quanto preliminare) degli effetti del numero di Reynolds. In letteratura sino ad oggi tali effetti sono osservati solamente dal punto di vista degli spettri (premultiplificati) di energia.

## 1.1 Correlazioni nello spazio fisico

Un processo aleatorio non è descrivibile attraverso una relazione matematica ma solo definendo in termini probabilistici le grandezze che lo caratterizzano. Si possono così definire:

- Media:

$$\bar{x}(k) = \lim_{\chi \rightarrow \infty} \frac{1}{\chi} \int_0^\chi x_k(\xi) d\xi \quad (1)$$

- Funzioni di covarianza:

$$\begin{aligned} C_{xy}(\xi, \xi + \epsilon) &= \lim_{\chi \rightarrow \infty} \frac{1}{\chi} \int_0^\chi [x_k(\xi) - \bar{x}(k)][y_k(\xi + \epsilon) - \bar{y}(k)] d\xi \\ &= \bar{R}_{xy}(\epsilon, k) - \bar{x}(k)\bar{y}(k) \end{aligned} \quad (2)$$

- Funzioni di correlazione, indicate con  $\bar{R}_{xy}$ :

$$\bar{R}_{xy}(\epsilon, k) = \lim_{\chi \rightarrow \infty} \frac{1}{\chi} \int_0^\chi x_k(\xi) y_k(\xi + \epsilon) d\xi \quad (3)$$

Se  $x = y$ ,  $C_{xy}$  e  $\bar{R}_{xy}$  sono chiamate rispettivamente *autocovarianza* e *autocorrelazione*, diversamente saranno chiamate *cross-varianza* e *cross-correlazione*. Nelle espressioni precedenti (2 e 3) si è volutamente generalizzata la variabile rispetto alla quale si vogliono effettuare gli integrali, ma in realtà, in questo lavoro, essa sarà una variabile spaziale.

Una ulteriore precisazione è che le grandezze appena definite sono espresse in funzione della variabile  $k$ , la quale definisce il particolare campione scelto. Se le grandezze statistiche non dipendono dal campione scelto, sono stazionarie nel tempo ed omogenee nello spazio, il processo viene detto *ergodico* e quindi può essere utilizzata una qualsiasi realizzazione per definire le grandezze statistiche che lo caratterizzano. Grazie all'ipotesi di ergodicità, è lecito analizzare il campo di moto estraendo da tutta la storia temporale solo un numero limitato di istanti, sui quali operare con media di insieme. Per processi ergodici vale la seguente proprietà:

$$\bar{R}_{xy}(\epsilon, k) = \bar{R}_{xy}(\epsilon) = \bar{R}_{xy}(-\epsilon) \quad (4)$$

Si definisce inoltre il coefficiente di correlazione, compreso tra -1 e 1, che rappresenta un indice del grado di dipendenza lineare tra  $x$  e  $y$ :

$$R_{xy}(\epsilon) = \frac{\bar{R}_{xy}(\epsilon)}{\sqrt{\sigma_x^2 \sigma_y^2}} \quad (5)$$

dove  $\sigma_x^2$  e  $\sigma_y^2$  sono rispettivamente le varianze di  $x$  e  $y$ .

Definite le grandezze che si utilizzeranno in seguito, è possibile ora specificarne le espressioni particolari. Per ottenere il valore delle correlazioni di un campo di fluttuazione di velocità nello spazio fisico si deve innanzitutto estrarre il campo di fluttuazioni dai campi istantanei di velocità. Definendo con  $U_i$  la  $i$ -esima componente del vettore velocità, con  $u_i$  la  $i$ -esima componente del vettore di fluttuazione di velocità e indicando con  $\langle \cdot \rangle$  l'operatore di media, si può scrivere:

$$u_i = U_i - \langle U_i \rangle \quad (6)$$

La correlazione è calcolata a distanza da parete  $y$  fissata ed a separazione temporale nulla attraverso l'espressione:

$$\bar{R}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{r}; y) = \langle u_i(\mathbf{x}) u_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle, \quad (7)$$

per separazioni  $\mathbf{r}$  nelle due direzioni omogenee del campo in esame. In realtà ciò che è rappresentato nei grafici che seguiranno è il coefficiente di correlazione (nell'analisi dei risultati parlando di correlazione si farà riferimento al coefficiente per non appesantire il testo):

$$R_{ij} = \frac{\langle u_i u_j \rangle}{\sqrt{\langle u_i^2 \rangle \langle u_j^2 \rangle}} \quad (8)$$

Le correlazioni sono state calcolate per valori di separazione che vanno dal valore nullo fino ad una separazione massima pari alla semi-lunghezza e semi-larghezza del canale considerato. Ciò è conseguenza del fatto che il dominio analizzato è delimitato da pareti fisiche all'estremo superiore e inferiore, ma è "libero" per quanto riguarda le altre estremità del dominio di calcolo. Sulle pareti fisiche si impone la condizione di adesione, mentre sulle altre estremità sono imposte condizioni periodiche. In questo modo la correlazione può essere calcolata, anche quando la separazione considerata supera il dominio in esame, semplicemente pensando ad infiniti campi identici posti uno accanto all'altro. Per questo motivo la separazione ha come valore massimo la metà delle dimensioni trasversale e longitudinale del dominio. Inoltre, poiché le componenti fuori diagonale del tensore di correlazione (*cross-correlazioni*) sono antisimmetriche, per la proprietà delle correlazioni espressa precedentemente (4) può essere effettuato solo il calcolo di sei delle nove componenti presenti.

Come si può notare da questa breve spiegazione il calcolo della correlazione per campi di dimensioni notevoli ha un costo computazionale elevato poiché è dell'ordine di  $N^2$  operazioni, dove  $N$  è il numero di punti in cui è discretizzato il dominio.

## 1.2 Correlazioni nello spazio di Fourier

Per evitare l'enorme costo computazionale richiesto dal calcolo delle componenti del tensore di correlazione nello spazio fisico, si può utilizzare la trasformata di Fourier.

### 1.2.1 La trasformata di Fourier

Si definisce la trasformata di Fourier di una funzione  $f(t)$  l'integrale:

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \quad (9)$$

La forma appena descritta viene chiamata *trasformata di Fourier in forma esponenziale*. L'antitrasformata sarà invece data dalla formula:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega)e^{j\omega t} d\omega, \quad (10)$$

la quale è applicabile sotto la condizione che:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [f(t)]^2 dt < +\infty. \quad (11)$$

Se  $f$  è reale, l'antitrasformata di Fourier può essere anche convenientemente riscritta in forma trigonometrica, essendo  $F(-j\omega) = F^*(j\omega)$ , come:

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} [F(j\omega)e^{j\omega t} + F^*(j\omega)e^{-j\omega t}] d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} [F(j\omega)(\cos(\omega t) + j \sin(\omega t)) + F^*(j\omega)(\cos(\omega t) - j \sin(\omega t))] \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} [\operatorname{Re}(F(j\omega)) \cos(\omega t) - \operatorname{Im}(F(j\omega)) \sin(\omega t)] d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} [F_{Re}(j\omega) \cos(\omega t) + F_{Im}(j\omega) \sin(\omega t)] d\omega \end{aligned} \quad (12)$$

dove:

$$\begin{aligned} F_{Re}(j\omega) &= 2\operatorname{Re}(F(j\omega)) \\ &= 2 \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos(\omega t) dt \end{aligned} \quad (13)$$

$$(14)$$

$$\begin{aligned} F_{Im}(j\omega) &= -2\operatorname{Im}(F(j\omega)) \\ &= 2 \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \sin(\omega t) dt \end{aligned} \quad (15)$$

Se inoltre la funzioni  $f$  è pari, allora la trasformata avrà solo parte reale, mentre se la  $f$  è dispari la loro trasformata sarà puramente immaginaria:

$$f(t) \text{ pari } F_{Im}(j\omega) = 0 \quad (16)$$

$$f(t) \text{ dispari } F_{Re}(j\omega) = 0 \quad (17)$$

Nel caso particolare si stia trattando la trasformata di Fourier delle correlazioni, e quindi la densità spettrale di potenza, le due funzioni (13) assumono un nome particolare e vengono chiamate rispettivamente *funzione di densità spettrale coincidente* o *cospettrale*, e *funzione di densità spettrale di quadratura*. Il cospettrale sarà di fondamentale importanza nello studio delle correlazioni, poiché esse sono funzioni reali e pari.

### 1.2.2 Analisi discreta di Fourier

La trasformata di Fourier di un segnale continuo  $f(t)$  può essere interpretata come la scomposizione del segnale in una somma di infiniti esponenziali complessi di ampiezza infinitesima e frequenza che varia da  $-\infty$  a  $+\infty$  come è stato descritto nel paragrafo precedente. Nel nostro caso il segnale analizzato rappresenta le componenti di fluttuazione di velocità di un flusso turbolento, stazionario e omogeneo dal punto di vista statistico, in un condotto a pareti piane e parallele, indefinito nelle due direzioni  $x$  e  $z$  ad una certa quota fissata  $y$ .

Il segnale è quindi periodico nello spazio ma non nel tempo, passando dalla definizione di un periodo temporale  $T = 2\pi f$  ad un periodo di ripetizione spaziale  $L = 2\pi/|k_i|$ , dove  $\vec{k} = [\alpha \ \beta]$  è il vettore d'onda. La condizione di periodicità può essere espressa come:

$$u(x, z, y) = u(x + nL_x, z + mL_z, y) \quad (18)$$

$$n, m = 1, 2, 3, \dots \quad L_x = \frac{2\pi}{\alpha_0} \quad L_z = \frac{2\pi}{\beta_0}$$

con  $\alpha_0$  e  $\beta_0$  lunghezze d'onda fondamentali. Proprio per il fatto che il segnale non è continuo, ma è costituito da una successione finita di dati, è necessario reinterpretare le formule viste prima per il caso spaziale bidimensionale discreto.

La trasformata di Fourier discreta è quindi caratterizzata dalla funzione:

$$\hat{u}_i(k; y) = \frac{1}{L_x L_z} \sum_{x=0}^{L_x} \sum_{z=0}^{L_z} u_i(x, z; y) e^{-j\alpha x} e^{-j\beta z} \quad (19)$$

Essa è continua e periodica e l'antitrasformata avrà espressione:

$$u_i(x, z; y) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\alpha=-N_x/2}^{N_x/2} \sum_{\beta=-N_z/2}^{N_z/2} \hat{u}_i(k; y) e^{-j\alpha x} e^{-j\beta z} \quad (20)$$

dove  $N_x$  e  $N_z$  sono il numero di intervalli discreti nei quali sono suddivise le due direzioni ortogonali  $L_x$  e  $L_z$ . Possono essere evidenziate alcune importanti proprietà della trasformata di Fourier, che hanno permesso di ricavare le grandezze presentate in seguito:

**Media** La media delle fluttuazioni nel tempo può essere calcolata attraverso la (13) con l'espressione

$$\bar{u}_{i,x}(y) = \frac{a_{x,0}}{2} \quad \bar{u}_{i,z}(y) = \frac{a_{z,0}}{2} \quad (21)$$

dove  $a_{x,0}$  e  $a_{z,0}$  sono i coefficienti di Fourier associati alla frequenze fondamentali.

**Convulsione** La trasformata della convoluzione di due sequenze  $u_i(x, z)$  e

$u_j(x, z)$  è il prodotto delle trasformate  $\hat{u}_i(k)\hat{u}_j(k)$

$$g_{ij}(x, z) = \sum_{r=0}^{L_x/2} \sum_{h=0}^{L_z/2} u_i(x-r, z-h)u_j(r, h) \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \hat{g}_{ij}(k) &= \frac{1}{L_x L_z} \sum_{x=0}^{L_x} \sum_{z=0}^{L_z} \sum_{r=0}^{L_x/2} \sum_{h=0}^{L_z/2} u_i(x-r, z-h)u_j(r, h)e^{-j\alpha x} e^{-j\beta z} \\ &= L_x L_z \hat{u}_i(k)\hat{u}_j(k) \end{aligned} \quad (23)$$

**Valor quadratico medio** Per l'uguaglianza di Parseval si ha che:

$$\sum_{x=0}^{L_x} \sum_{z=0}^{L_z} u_i(x, z)u_j(x, z) = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{\alpha=-N_x/2}^{N_x/2} \sum_{\beta=-N_z/2}^{N_z/2} \hat{u}_i(-k)\hat{u}_j(k) \quad (24)$$

$$\sum_{x=0}^{L_x} \sum_{z=0}^{L_z} |u_i(x, z)|^2 = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{\alpha=-N_x/2}^{N_x/2} \sum_{\beta=-N_z/2}^{N_z/2} |\hat{u}_i(k)|^2 \quad (25)$$

Si ricordi che, essendo il valor quadratico medio delle fluttuazioni di velocità una quantità reale, si ha che  $\hat{u}_i^*(k) = \hat{u}_i(-k)$ . Questa relazione ha un'interpretazione ulteriore se, come nel nostro caso, si stanno trattando funzioni reali. Infatti il primo membro rappresenta l'energia associata al segnale, e il secondo membro suddivide l'energia alle varie frequenze.

### 1.2.3 Densità spettrale di potenza

Il teorema appena descritto ci permette di definire una nuova grandezza, la densità spettrale di potenza, indicata con  $S_x(\vec{k})$ :

$$S_{ij}(\vec{k}, y) = \frac{L_x L_z}{4\pi^2} |u_i(\vec{k})u_j(\vec{k})| \quad (26)$$

Essa ci permette di sapere come viene ripartita la potenza del segnale nelle varie bande spettrali. Il calcolo dello spettro si riduce quindi alla sommatoria dei quadrati dei coefficienti della trasformata di Fourier delle fluttuazioni.

La funzione di densità spettrale può essere definita anche come la trasformata di Fourier della funzione di correlazione  $R_{ij}(\alpha; \beta)$  (Teorema di *Wiener-Khinchin*):

$$S_{ij}(\vec{k}, y) = \frac{1}{L_x L_z} \sum_{x_0}^{L_x} \sum_{z_0}^{L_z} R_{ij}(\alpha, \beta) e^{-j\alpha x} e^{-j\beta z} \quad (27)$$

L'espressione della convoluzione nello spazio di Fourier e il calcolo della densità spettrale attraverso il prodotto dei coefficienti giustificano l'introduzione dell'analisi di Fourier nel problema. Gli inconvenienti che derivano da un approccio matematico meno intuitivo sono infatti messi in secondo piano rispetto all'enorme riduzione del costo computazionale per il calcolo delle correlazioni. Una volta trovati i coefficienti di Fourier si può trovare  $S_{ij}$  e, antitrasformando, la correlazione. Il costo computazionale è dello stesso ordine di quello necessario per effettuare una trasformata di Fourier discreta:  $N \log_2 N$  operazioni!

### 1.2.4 Densità spettrale di potenza monodimensionale

Le densità spettrali di potenza monodimensionali, indicate con  $S_{ij}(\alpha; y)$  e  $S_{ij}(\beta; y)$ , sono ottenute mediante l'integrazione dello spettro di potenza in una delle due componenti del vettore lunghezza d'onda:

$$S_{ij}(\alpha; y) = \beta_0 \sum_{\beta=-N_z/2}^{N_z/2} S_{ij}(\vec{k}, y) \quad (28)$$

$$S_{ij}(\beta; y) = \alpha_0 \sum_{\alpha=-N_x/2}^{N_x/2} S_{ij}(\vec{k}, y) \quad (29)$$

In questo modo lo spettro monodimensionale contiene i contributi di tutte le lunghezze d'onda. Da esso è possibile ricavare le correlazioni longitudinali e trasversali (correlazioni monodimensionali):

$$f_{ij}(x, y) = \alpha_0 \sum_{\alpha=-N_x/2}^{N_x/2} S_{ij}(\alpha, y) e^{j\alpha x} \quad (30)$$

$$g_{ij}(z, y) = \beta_0 \sum_{\beta=-N_z/2}^{N_z/2} S_{ij}(\beta, y) e^{j\beta z} \quad (31)$$

## 1.3 Scale caratteristiche

Sulla base delle funzioni di correlazione, è possibile definire due distinte scale di lunghezza in direzione *spanwise* che in direzione *streamwise*: la scala integrale e la microscala di Taylor.

### 1.3.1 Scala integrale

La scala integrale è definita come l'area sottesa alla curva nel diagramma delle correlazioni monodimensionali:

$$L_{ij,x} = \sum_{r_x=0}^{Max} f_{ij}(x, y) \quad (32)$$

$$L_{ij,z} = \sum_{r_z=0}^{Max} g_{ij}(z, y) \quad (33)$$

dove  $r$  è la separazione. La scala integrale è un indice di quanto il segnale resti correlato con sé stesso, cioè, nel caso spaziale, quanto il segnale influenzi sé stesso nello spazio circostante; è una grandezza che caratterizza le strutture di grande scala che coinvolgono grandi porzioni del dominio considerato.



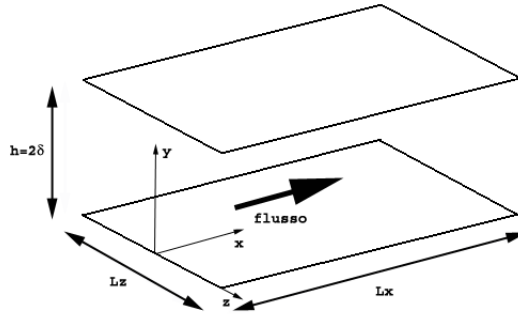


Figura 1: Geometria del canale piano indefinito e sistema di riferimento utilizzato

### 1.3.2 Microscala di Taylor

La microscala di Taylor è definita come il punto di intersezione della parabola osculatrice alla funzione di correlazione monodimensionale nell'origine, cioè a separazione nulla, con l'asse delle ascisse:

$$l_{ij,x} = [-0.5f''(0, y)]^{-1/2} \quad (34)$$

$$l_{ij,z} = [-0.5g''(0, y)]^{-1/2} \quad (35)$$

La microscala di Taylor ci fornisce un'informazione riguardo a quanto rapidamente il segnale perde correlazione.

## 2 Descrizione del database

I due database analizzati che vengono analizzati nel seguito consistono ciascuno in 50 campi indipendenti di velocità per la geometria del canale piano indefinito, ottenuti tramite simulazione numerica diretta (DNS). I due database corrispondono ai due valori di  $Re = 4300$  e  $Re = 10500$  (basati sulla semialtezza del canale e sulla velocità al centro di un flusso laminare con la medesima portata). In termini di  $Re$  basato sulla velocità di attrito, si ha  $Re_\tau = 180$  e  $Re_\tau = 400$  rispettivamente.

La geometria del canale è costruita in modo da avere una semialtezza  $\delta$  unitaria, lunghezza  $L_x = 4\pi\delta$  e larghezza  $L_z = \frac{4}{3}\pi\delta$ . Verranno successivamente indicate le fluttuazioni di velocità con le lettere  $u$ ,  $v$  e  $w$  riferendosi rispettivamente alle componenti in direzione  $x$  (o *streamwise*),  $y$  (normale a parete) e  $z$  (o *spanwise*).

Nella simulazione DNS con il numero di Reynolds più elevato, sono stati utilizzati  $512 \times 384$  modi di Fourier in direzione longitudinale e trasversale, mentre la semialtezza del canale è stata discretizzata con 128 nodi non equispaziati. Per il  $Re$  più basso la risoluzione è corrispondentemente ridotta. Il sistema di riferimento utilizzato è quello riportato in figura 1.

### 2.1 Profilo medio di velocità

Analizziamo anzitutto i profili medi di velocità, allo scopo di valutare la qualità dei database disponibili. La velocità media a parete deve essere nulla e, in

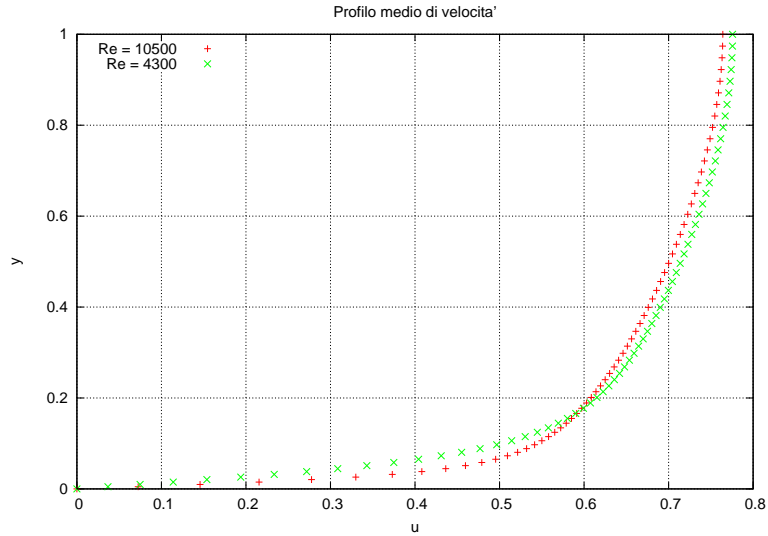


Figura 2: Confronto tra i profili medi di velocità

funzione della distanza dalla parete, deve riprodurre l'atteso andamento logaritmico.

Come si può notare dal grafico (Figura 2), si ha lo stesso andamento, sia qualitativo che quantitativo per entrambi i numeri di Reynolds.

Per quanto riguarda i profili medi di velocità espressi in unità di parete (Figura 3), l'andamento è qualitativamente lo stesso, ma quantitativamente diverso, a causa dell'adimensionalizzazione della coordinata normale a parete ( $y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu}$ ) con valori diversi di  $u_\tau$  e di  $\nu$ .

Nei grafici (Figura 3) l'ascissa (che corrisponde alla distanza dalla parete adimensionalizzata con la lunghezza viscosa) è riportata in scala logaritmica. È così possibile evidenziare le due zone importanti per un flusso in un canale piano:

- il substrato viscoso,  $y^+ < 5$ , in cui gli sforzi di Reynolds sono trascurabili rispetto a quelli viscosi,
- la regione logaritmica,  $y^+ > 30$ .

Si riporta, per una migliore comprensione, un grafico (Figura 4) che evidenzia il substrato viscoso in cui vale la legge:

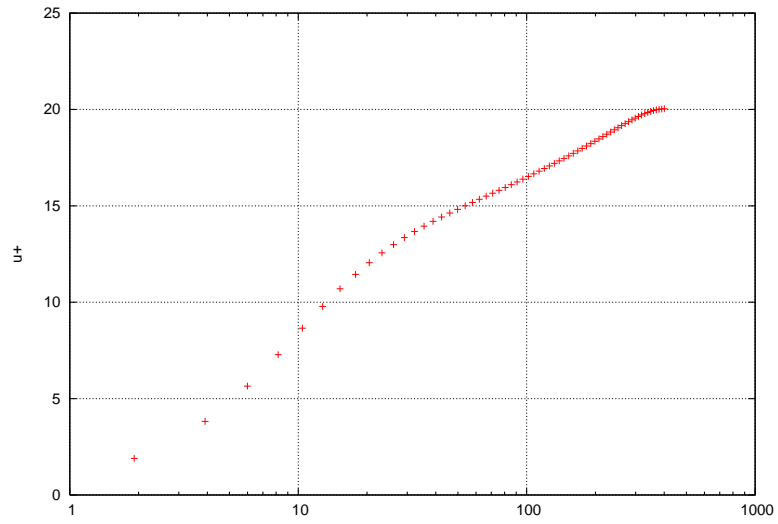
$$u^+ = y^+ \quad (36)$$

e la regione logaritmica, caratterizzata invece da un andamento del tipo:

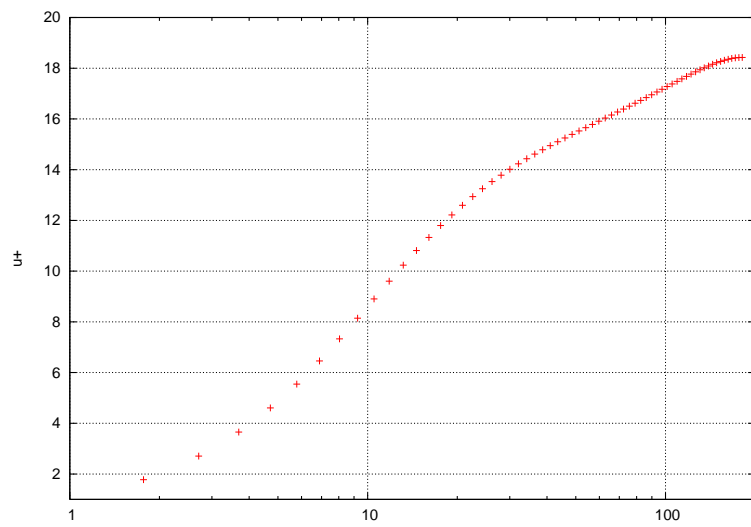
$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B, \quad (37)$$

dove  $\kappa = 0.41$  e  $B = 5.2$ .

Si può notare come entrambi i flussi seguano le leggi nelle due zone evidenziate, con il flusso a  $Re = 4300$  che, a partire da  $y^+ = 30$  rimane ad un *offset* costante rispetto alla legge logaritmica. Ciò è dovuto al noto effetto che il basso valore di  $Re$  implica rispetto al valore della costante  $B$  nella legge logaritmica (37).



(a)  $Re = 10500$



(b)  $Re = 4300$

Figura 3: Confronto tra i profili medi di velocità in unità di parete

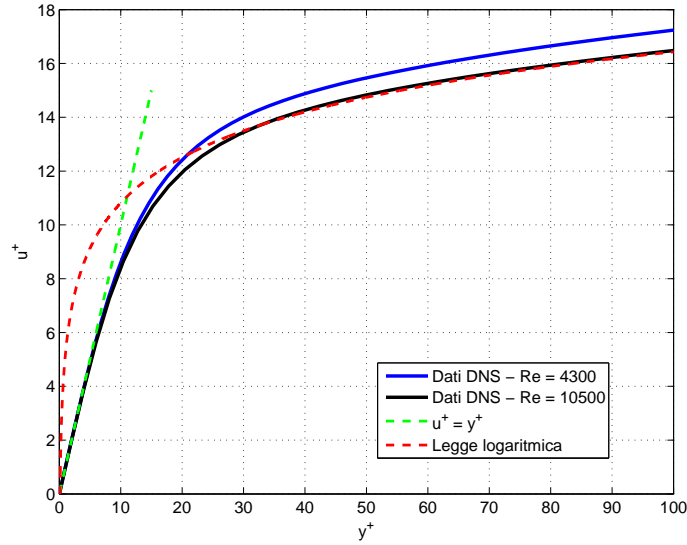


Figura 4: Profilo di velocità nella zona vicino alla parete

## 2.2 Sforzi di Reynolds

Come è noto, in una corrente turbolenta sono presenti gli sforzi di Reynolds. Nei grafici vengono riportati tali sforzi adimensionalizzati rispetto all'energia cinetica turbolenta ( $k = \frac{1}{2}\langle u_i u_i \rangle$ ) in funzione della coordinata normale a parete per le componenti RMS  $\langle uu \rangle$ ,  $\langle vv \rangle$  e  $\langle ww \rangle$ .

Come si può notare, anche in questo caso, come per i profili medi di velocità, si ha accordo qualitativo e quantitativo tra i dati a numeri di Reynolds diversi (Figura 6) e i dati da letteratura (Figura 5). Si evidenzia anche che gli sforzi di Reynolds adimensionalizzati rimangono pressoché costanti nella regione logaritmica a partire da  $y^+ = 50$ .

I due grafici (Figura 6) sembrano qualitativamente diversi per quanto riguarda la componente  $\langle vv \rangle$  (in verde) a causa della scalatura diversa dell'asse delle ascisse.

## 2.3 Coefficiente d'attrito

Per validare i *data-set* utilizzati si è confrontato anche il coefficiente di attrito a parete con un diagramma presente in letteratura. Il valore del coefficiente di attrito  $c_f$  è ottenuto dalla relazione:

$$\begin{aligned}
 c_f &= \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U_0^2} \\
 &= 2 \left( \frac{u_\tau}{U_0} \right)^2
 \end{aligned} \tag{38}$$

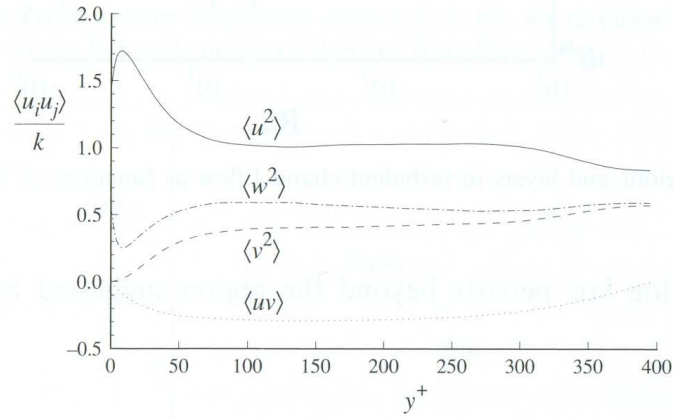


Figura 5: Sforzi di Reynolds adimensionalizzati rispetto all'energia cinetica turbolenta in funzione della distanza a parete adimensionale per un flusso a  $Re = 13750$ , tratto da [3]

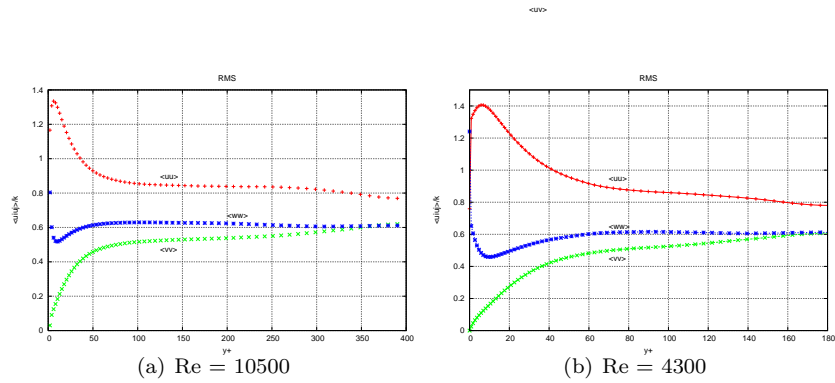


Figura 6: Sforzi di Reynolds adimensionalizzati rispetto all'energia cinetica turbolenta in funzione della distanza a parete adimensionale

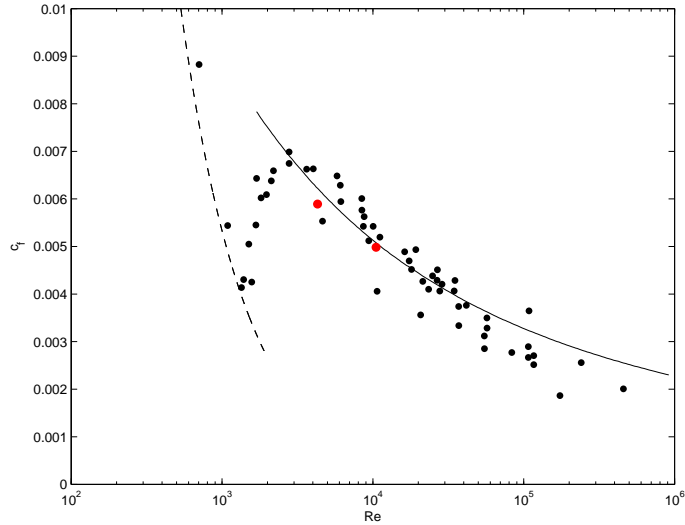


Figura 7: Coefficiente d'attrito in funzione del numero di Reynolds, tratto da [3]. La linea tratteggiata rappresenta la curva di un flusso laminare ( $c_f = 64/Re$ ), i punti neri sono valori sperimentali ottenuti da Dean (1978). I punti rossi rappresentano i flussi analizzati

### 3 Componente $R_{uu}$

La componente  $R_{uu}$  del tensore di correlazione rappresenta la correlazione della fluttuazione di velocità in direzione *streamwise* con se stessa. Presenta solitamente un andamento monotono decrescente all'aumentare della separazione (sia in direzione *streamwise* che *spanwise*) a partire da un valore unitario dovuto all'adimensionalizzazione, fino ad azzerarsi.

#### 3.1 Distanza dalla parete: $y^+ = 5$ e $y^+ = 6$

Viene analizzato l'andamento del valore di  $R_{uu}$  in funzione della separazione nelle due direzioni omogenee della corrente. Non è stato possibile valutare gli andamenti nella stessa coordinata normale adimensionale a causa della suddivisione non uniforme dell'altezza del canale e del massimo valore finale della coordinata stessa.

L'andamento della componente  $R_{uu}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione *streamwise* è qualitativamente lo stesso, ma quantitativamente diverso (Figura 8) per i due flussi a numeri di Reynolds diversi. Per il flusso a Reynolds più basso la correlazione non tende ad annullarsi per alti valori di separazione. Ciò è probabilmente dovuto alla dimensione longitudinale del dominio di calcolo scelta per effettuare la simulazione. Tale dimensione infatti è fissa in unità esterne e quindi aumenta in unità di parete al crescere di  $Re$ . Entrambi gli andamenti della componente  $R_{uu}$  presentano la stessa tendenza ad azzerarsi all'aumentare del valore di separazione in direzione *spanwise*. Si evidenzia la diversa dimensione *spanwise* del canale, dovuta alla differenza nei dati inseriti come ingresso nella simulazione. Il valore della correlazione, inoltre, ha un picco negativo maggiore in modulo (quasi doppio) nel flusso a Reynolds più basso e si

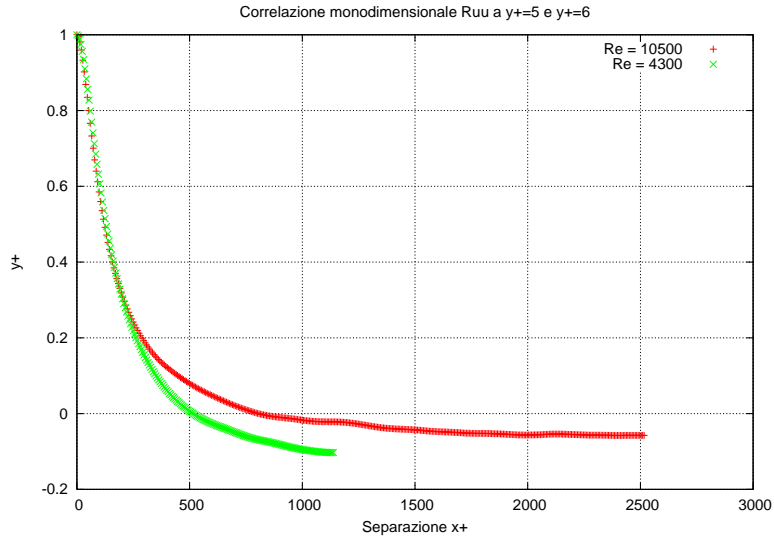


Figura 8: Componente  $R_{uu}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *streamwise*.  $y^+ = 5$  a  $Re = 4300$ ,  $y^+ = 6$  a  $Re = 10500$

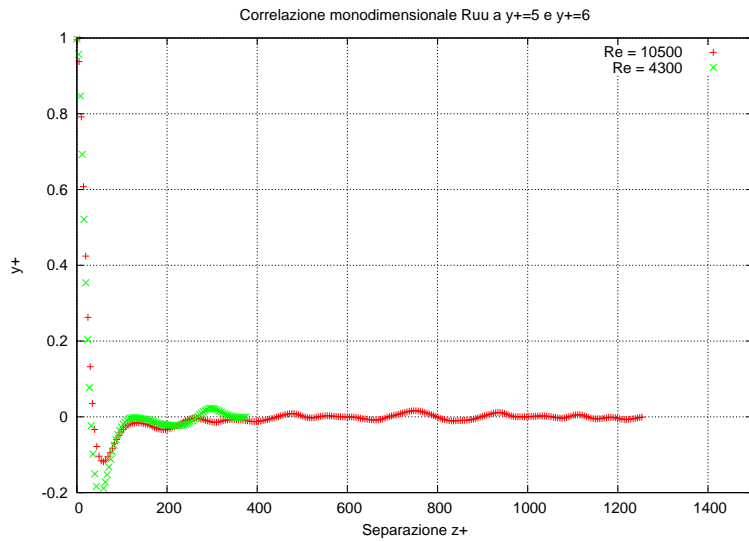


Figura 9: Componente  $R_{uu}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *spanwise*.  $y^+ = 5$  a  $Re = 4300$ ,  $y^+ = 6$  a  $Re = 10500$

stabilizza al valore asintotico nullo ad una separazione maggiore. La posizione del picco negativo si ha, per il flusso a  $Re = 10500$ , ad una separazione pari a  $z = 0.15$  che in unità di parete vale  $z^+ = 60$ , mentre per il flusso a  $Re = 4300$  la separazione è  $z = 0.3$  pari a  $z^+ = 55$ . Questo valore è legato alla separazione media fra le strisce a bassa velocità che esistono in prossimità della parete.

### 3.2 Distanza dalla parete: $y^+ = 150$

Viene qui analizzato l'andamento di  $R_{uu}$  alla quota  $y^+ = 150$ . In questo caso i dati erano disponibili a questa quota adimensionale per entrambi i flussi.

Come per  $y^+ = 5$ , anche per il caso a  $y^+ = 150$  l'andamento di  $R_{uu}$  è decrescente con tendenza ad annullarsi con l'aumentare della separazione. Nel flusso a Reynolds basso si ha un miglioramento rispetto al caso vicino alla parete, con un valore più prossimo allo zero alla massima separazione (Figura 10). Nel flusso a Reynolds maggiore, invece, a separazioni in direzione *streamwise* superiori a  $3h$ , si ha un peggioramento del valore di  $R_{uu}$ . L'andamento di  $R_{uu}$  in funzione della separazione in direzione *spanwise* è differente tra i due flussi (Figura 11). Nel flusso a Reynolds basso si ha un andamento meno oscillatorio rispetto alla condizione vicino alla parete e si può notare che la larghezza del canale è appena sufficiente per far annullare il valore di correlazione. Nel flusso a Reynolds più elevato, invece, la larghezza del canale è ampiamente sufficiente per far annullare  $R_{uu}$ , che, pur avendo un andamento qualitativamente simile al caso a Reynolds basso, presenta un picco negativo più pronunciato e, per alcuni valori di separazione, torna positiva. La maggiore regolarità delle curve (sia in direzione *streamwise* che *spanwise*), associata ad una quota più elevata, è indice dell'omogeneizzazione del flusso nelle due direzioni.

### 3.3 Distanza dalla parete: $y^+ = 350$

In questo caso non è possibile confrontare i due flussi a Reynolds diversi in quanto il flusso a Reynolds più basso non raggiunge questo valore di coordinata normale a parete adimensionale.

L'andamento di  $R_{uu}$  in funzione della separazione in direzione *streamwise* (Figura 12a) è qualitativamente simile a quelli per quote inferiori. Il valore della componente del tensore di correlazione tende ad annullarsi con l'aumentare del valore di separazione, anche se l'andamento non sembra asintotico. Analogo è il comportamento in funzione della separazione in direzione *spanwise* (Figura 12b). È inoltre possibile notare lo stesso fenomeno osservato per gli andamenti alla quota  $y^+ = 150$ , in cui si hanno andamenti più regolari con picchi meno accentuati.

### 3.4 Microscala di Taylor

La microscala di Taylor è un indice che valuta la rapidità di decadenza della correlazione rispetto al valore unitario. Ha le dimensioni di uno spazio e quindi si valuta quanto spazio ha percorso il fluido prima di perdere le informazioni dell'istante iniziale.

Come si può notare dai grafici (Figura 13), gli andamenti e i valori sono sensibilmente diversi. La microscala di Taylor per il flusso a Reynolds elevato ha un valore mediamente inferiore rispetto al flusso a Reynolds più basso; ciò significa



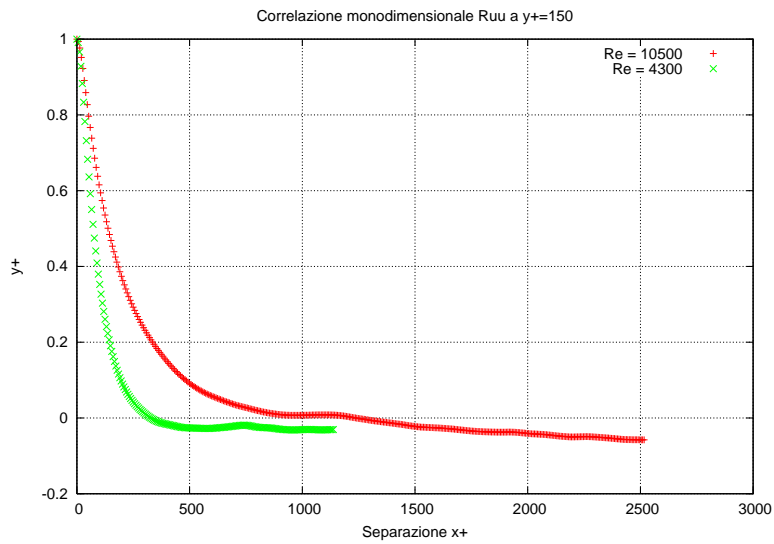


Figura 10: Componente  $R_{uu}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *streamwise*

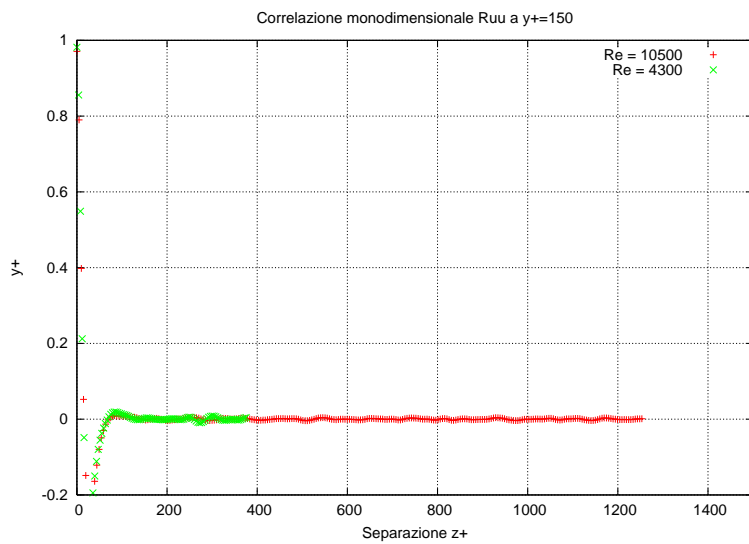


Figura 11: Componente  $R_{uu}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *spanwise*

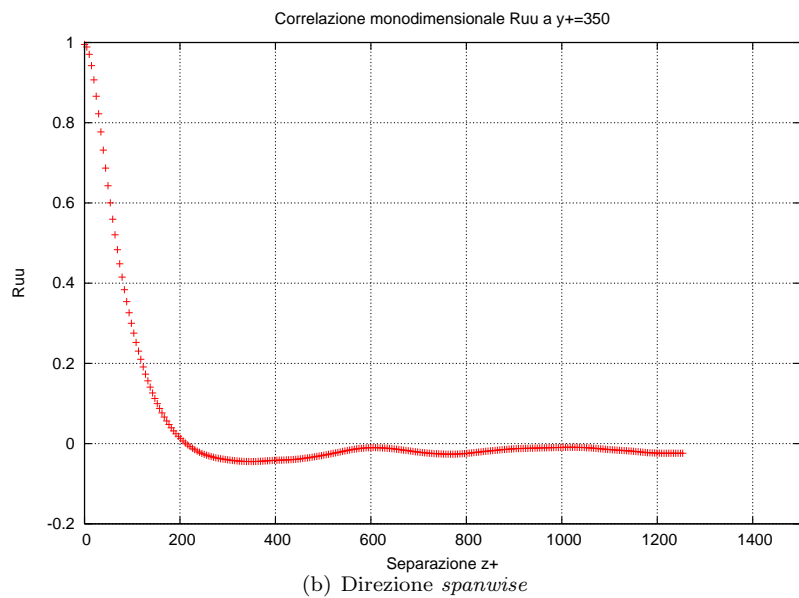
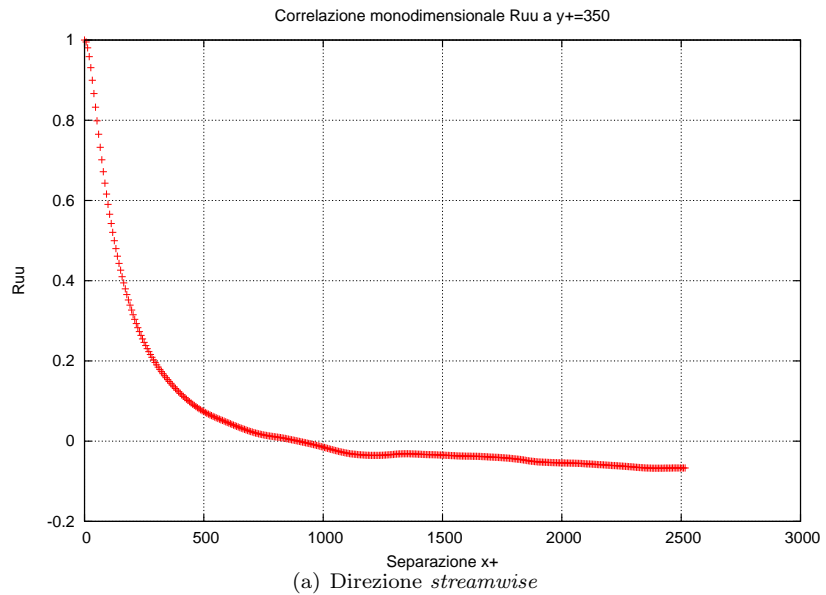


Figura 12: Flusso a  $Re = 10500$  - Componente  $R_{uu}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione a  $y^+ = 350$

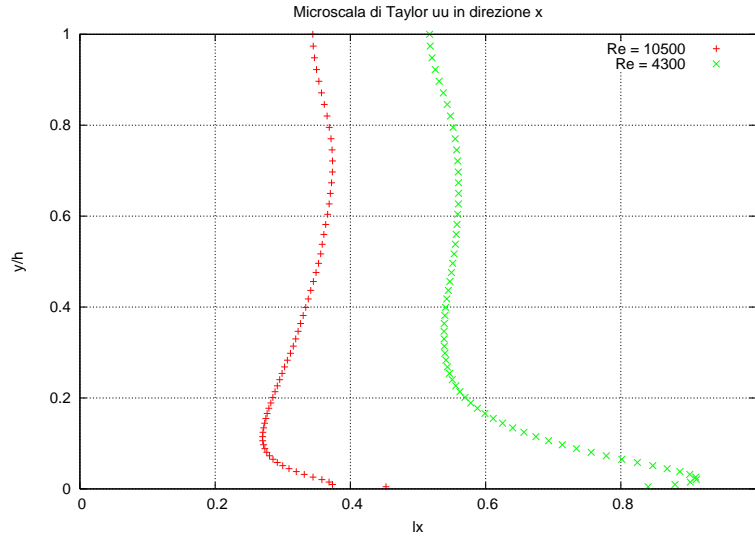


Figura 13: Andamento della microscala di Taylor in direzione *streamwise* per la componente  $R_{uu}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

che il flusso più veloce perde correlazioni in uno spazio inferiore. Per il flusso a Reynolds più alto si evidenzia un massimo a parete ed uno ad  $y^+ = 275$ , in cui la microscala di Taylor vale 0.37. I massimi (relativi ed assoluti) sono rappresentativi di strutture organizzate, che saranno più correlate. Il valore di correlazione è legato alla microscala di Taylor in quanto, se il valore della microscala è maggiore, allora il flusso resta correlato per uno spazio maggiore e, di conseguenza, la correlazione si manterrà più elevata fino a separazioni maggiori, ovvero avrà una pendenza (sempre negativa) minore. Al contrario, se la microscala assume un valore basso, la pendenza aumenterà e la correlazione si manterrà elevata solo per separazioni più piccole.

In direzione *spanwise* la microscala di Taylor ha un andamento simile per i due flussi, con valori inferiori per il flusso a Reynolds elevato, come già visto per il caso in direzione *streamwise*. Entrambi gli andamenti presentano un minimo nella zona vicino a parete e un massimo a quote maggiori; la correlazione in direzione *spanwise* avrà quindi una pendenza maggiore vicino a parete rispetto ad una quota più elevata (Figura 9 e Figura 11). Il diverso andamento della microscala di Taylor in direzione *streamwise* e *spanwise* è indice della presenza delle “strisce” a bassa ed alta velocità: la microscala di Taylor a parete ha, infatti, un massimo per la direzione  $x$ , mentre ha un minimo per la direzione  $z$ .

### 3.5 Scala integrale

Anche la scala integrale è un indice, come la microscala di Taylor, di quanto il flusso resta correlato con sé stesso.

Entrambi i flussi hanno un massimo (relativo o assoluto) vicino a parete che è indice della presenza delle strisce a bassa ed alta velocità. Gli andamenti, tuttavia, sono molto differenti. Per il flusso a Reynolds più basso si ha un decremento della scala integrale all’aumentare della quota, mentre per l’altro

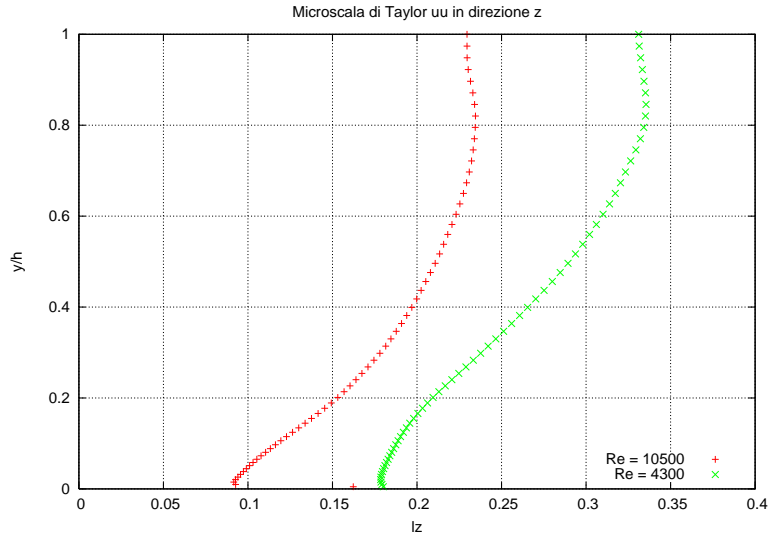


Figura 14: Andamento della microscala di Taylor in direzione *spanwise* per la componente  $R_{uu}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

flusso si ha una regione tra  $y^+ = 75$  e  $y^+ = 300$  in cui la scala integrale rimane costante al valore massimo (Figura 15); questo comportamento potrebbe essere dovuto alla presenza di grosse strutture organizzate. Per quanto riguarda la direzione *spanwise* (Figura 16), gli andamenti e i valori sono più simili tra i due flussi. Si può notare che per entrambi si ha un minimo vicino alla parete e una variazione di pendenza (più accentuata per il flusso a Reynolds più elevato) a quote più elevate. Per entrambi i flussi i valori sono inferiori alle rispettive scale integrali in direzione *spanwise*, mentre il flusso a Reynolds elevato presenta valori inferiori rispetto a quello a Reynolds basso. La presenza del minimo vicino a parete indica che non ci sono strutture organizzate in direzione *spanwise* per la componente  $R_{uu}$  del tensore di correlazione, sia a  $Re = 10500$  che a  $Re = 4300$ .

### 3.6 Massimi e minimi di correlazione

Vengono analizzati gli andamenti dei minimi valori di correlazione nelle due direzioni omogenee, in quanto i massimi (per questa componente del tensore di correlazione) sono tutti unitari e a separazione nulla. Gli andamenti dei minimi di correlazione sono sensibilmente diversi per i due flussi (Figura 17). Il flusso a Reynolds più basso ha un minimo di correlazione vicino a parete pari a  $R_{uu} = -0.22$ , mentre nell'altro caso il minimo è  $R_{uu} = -0.12$ ; inoltre, per il flusso a Reynolds elevato il minimo vicino a parete è relativo, in quanto per  $y^+ = 160$  si ha  $R_{uu} = -0.16$ . Una ulteriore differenza tra i due grafici è rappresentata dal comportamento a metà della semialtezza del canale, in cui il flusso a Reynolds basso ha correlazioni minime costanti, mentre per l'altro flusso le correlazioni hanno un andamento oscillatorio comprendente il minimo assoluto e un flesso. Il valore della separazione in direzione *streamwise* a cui si ha il minimo di correlazione (Figura 18) rimane sempre a valori molto bassi

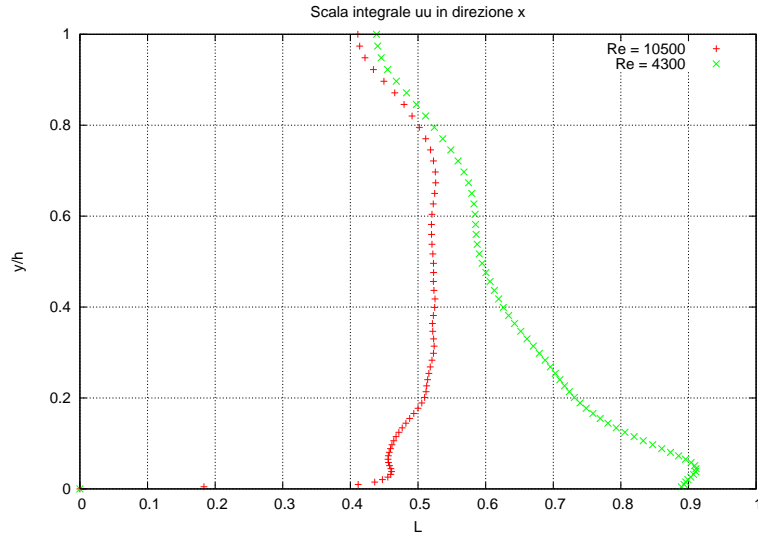


Figura 15: Andamento della scala integrale in direzione *streamwise* per la componente  $R_{uu}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

o nulli, sia per il flusso a  $Re = 10500$  che per quello a  $Re = 4300$ , tranne che in prossimità del centro del canale. Le forti oscillazioni presenti a parete sono dovute agli errori numerici introdotti nei calcoli effettuati, in quanto le correlazioni si mantengono sempre su valori molto bassi in questa zona. Anche in direzione *spanwise* (Figura 19) gli andamenti sono molto simili tra i due flussi a Reynolds diverso, con una crescita lineare lungo quasi tutta la semialtezza del canale a partire da un valore minimo di  $z = 0.15$  per il flusso a  $Re = 10500$ , e  $z = 0.28$  per il flusso a  $Re = 4300$ . I valori di separazione minimi corrispondono, in unità di parete, rispettivamente a  $z^+ = 60$  e  $z^+ = 50.4$  e sono associabili alla dimensione delle strisce a diversa velocità presenti nella zona vicino a parete.

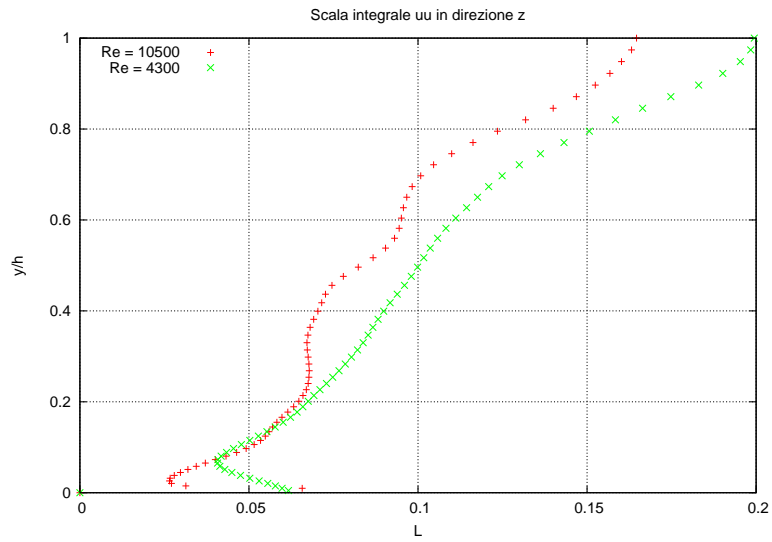


Figura 16: Andamento della scala integrale in direzione *spanwise* per la componente  $R_{uu}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

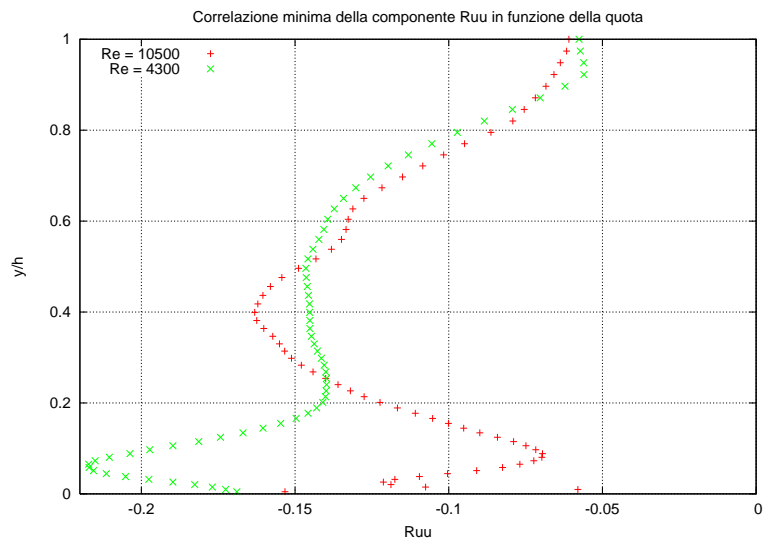


Figura 17: Andamento dei minimi di correlazione  $R_{uu}$  in funzione della quota

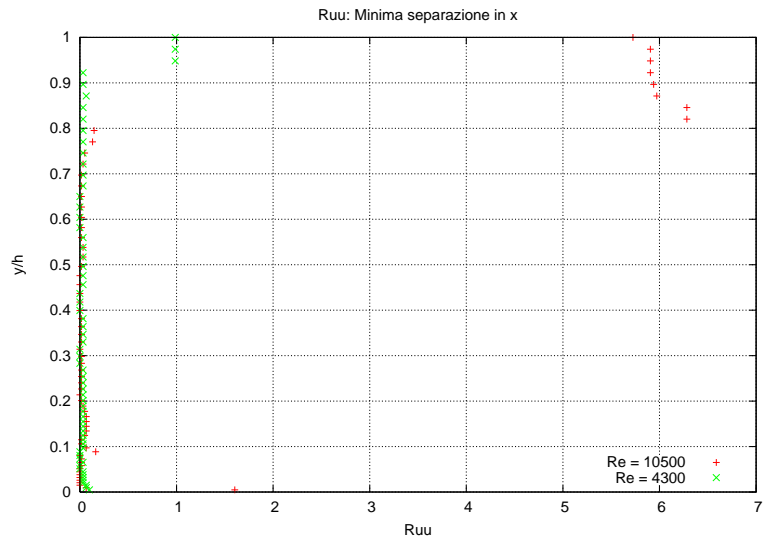


Figura 18: Separazione dei minimi di correlazione per la componente  $R_{uu}$  in direzione *streamwise*

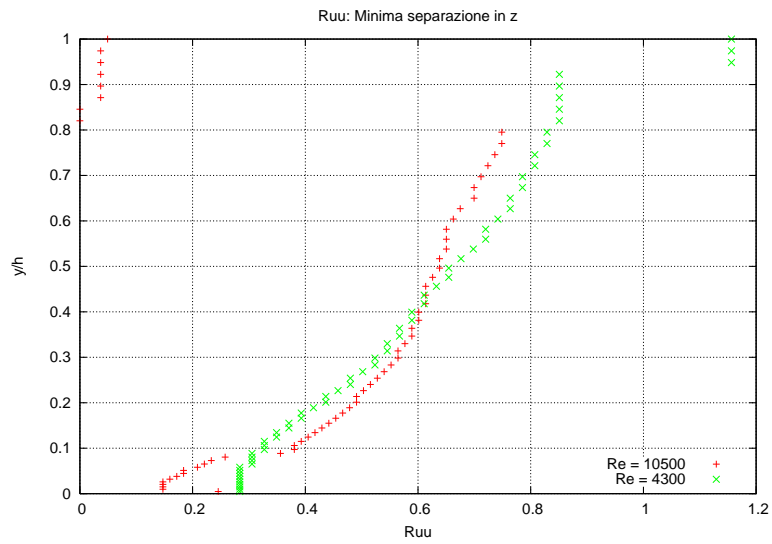


Figura 19: Separazione dei minimi di correlazione per la componente  $R_{uu}$  in direzione *spanwise*

### 3.7 Correlazioni bidimensionali

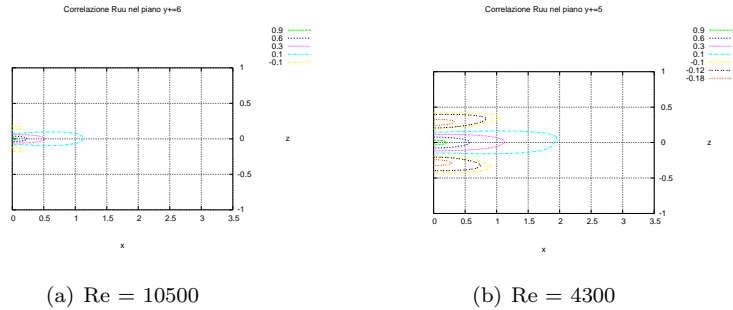


Figura 20: Correlazioni bidimensionali della componente  $R_{uu}$  a  $y^+ = 5$  e  $y^+ = 6$

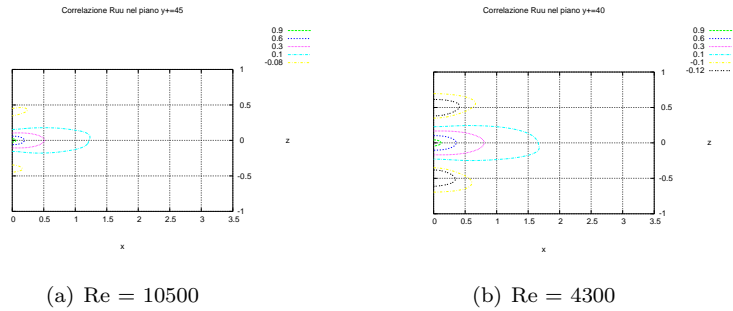


Figura 21: Correlazioni bidimensionali della componente  $R_{uu}$  a  $y^+ = 40$  e  $y^+ = 45$

Dai grafici relativi alle correlazioni bidimensionali (Figura 20, 21, 22 e 23) si può notare la corrispondenza con le considerazioni effettuate per la microscala di Taylor. Per il flusso a  $Re = 10500$  le strutture correlate sono sempre di dimensioni inferiori in entrambe le direzioni omogenee rispetto al flusso a  $Re = 4300$ , come si può intuire analizzando i grafici delle microscale di Taylor in  $x$  e  $z$  (Figura 13 e 14). Considerando il valore di correlazione  $R_{uu} = 0.1$  (in azzurro nei grafici) si evidenzia il comportamento quasi costante della microscala per il flusso a  $Re = 10500$ , e il comportamento decrescente alle basse quote per il flusso a  $Re = 4300$ . In ultima analisi è possibile identificare l'omogeneizzazione del flusso ( $Re = 10500$ ) in prossimità del centro del canale (Figura 23) dal fatto che le strutture correlate tendono ad assumere una forma circolare.

### 3.8 Correlazioni tridimensionali

I grafici mostrano isosuperfici di correlazioni in colori diversi: in blu le correlazioni negative e dall'azzurro al rosso quelle positive, in base alla scala mostrata sotto ad ogni grafico. Si può notare come la struttura centrale sia qualitativamente la stessa per i due flussi a numeri di Reynolds diversi, con l'unica differenza apprezzabile consistente nella forma dell'estremità, più appuntita per il flusso



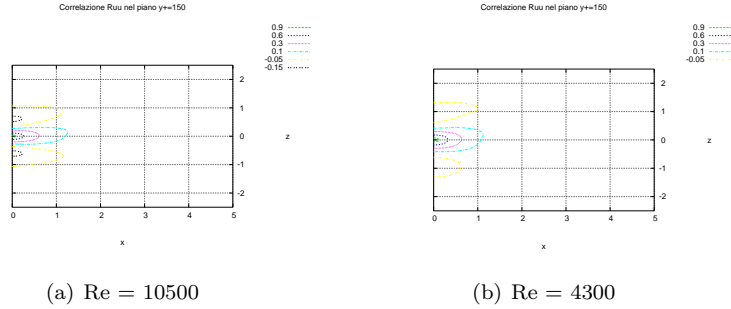


Figura 22: Correlazioni bidimensionali della componente  $R_{uu}$  a  $y^+ = 150$

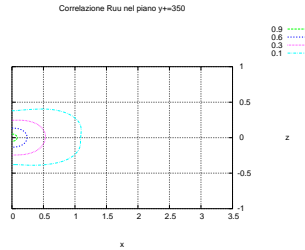


Figura 23: Flusso a  $Re = 10500$ : correlazioni bidimensionali della componente  $R_{uu}$  a  $y^+ = 350$

a  $Re = 4300$  e più arrotondata per quello a  $Re = 10500$ . Per le isosuperfici laterali, invece, si notano differenze di estensione nella vista posteriore (Figura 25) e in quella superiore (Figura 26). In questo caso si notano nella zona vicino a parete due regioni a correlazione negativa che possono essere identificate come “strisce” a bassa velocità, separate dalle strutture laterali per il flusso a  $Re = 10500$ , e inglobate in esse nel flusso a  $Re = 4300$  (Figura 28).

## 4 Componente $R_{vv}$

La componente  $R_{vv}$  del tensore di correlazione rappresenta la correlazione della componente di fluttuazione di velocità in direzione normale alla parete con sé stessa. Come nel caso della componente  $R_{uu}$  la correlazione ha un andamento decrescente all’aumentare della separazione, a partire da un valore unitario per tendere asintoticamente a zero.

### 4.1 Distanza dalla parete: $y^+ = 5$ e $y^+ = 6$

Viene analizzato l’andamento del valore di  $R_{vv}$  in funzione della separazione nelle due direzioni omogenee della corrente.

Il grafico (Figura 29) mostra il classico andamento decrescente che tende a zero per alti valori di separazione. Gli andamenti sono simili, con una tendenza della componente  $R_{vv}$  del flusso a Reynolds elevato ad azzerarsi più velocemente. Anche in questo caso, come già citato per  $R_{uu}$ , la componente non raggiunge

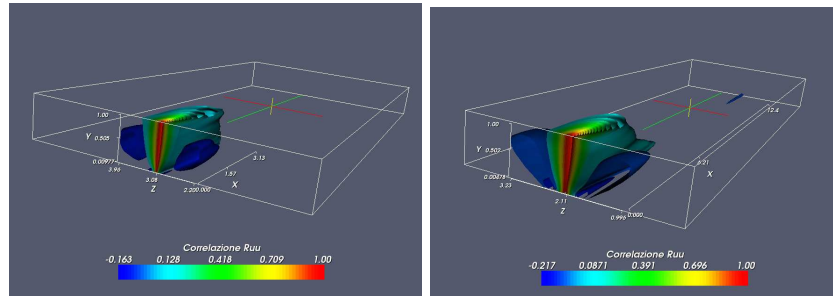
(a)  $Re = 10500$ (b)  $Re = 4300$ 

Figura 24: Vista complessiva

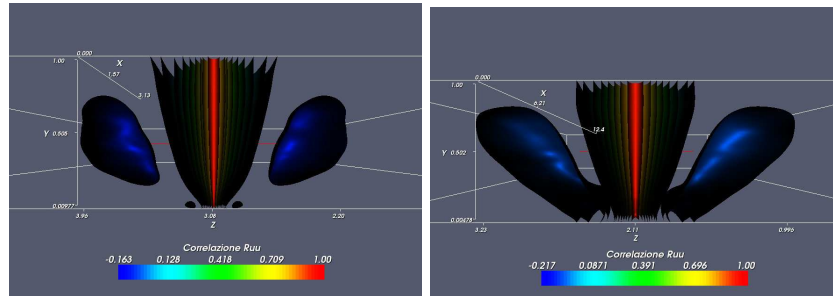
(a)  $Re = 10500$ (b)  $Re = 4300$ 

Figura 25: Vista posteriore

un valore nullo a causa di errori numerici. In direzione  $z$  gli andamenti sono simili (Figura 30), con una leggera differenza di pendenza a bassi valori di separazione. È presente per entrambi un'oscillazione in negativo della correlazione, leggermente più marcata e ad un valore di separazione maggiore per il flusso a Reynolds più basso. I picchi negativi si hanno a  $z = 0.09$  e  $z = 0.19$  rispettivamente per il flusso a  $Re = 10500$  e a  $Re = 4300$ , che corrispondono a  $z^+ = 35$  e a  $z^+ = 34.2$ . Questa dimensione è associata alle strisce a diversa velocità legate alla componente  $v$  di fluttuazione della velocità. Sia per l'andamento in direzione *streamwise* che per quello in direzione *spanwise* non si sono verificati problemi causati dalla scelta della dimensione del canale.

## 4.2 Distanza dalla parete: $y^+ = 150$

Viene qui analizzato l'andamento di  $R_{vv}$  ad una quota  $y^+ = 150$ . L'andamento è sempre decrescente (Figura 31), con valore unitario a separazione nulla e tendenza asintotica al valore nullo per separazioni elevate. Si nota principalmente un piccolo negativo per il flusso a Reynolds basso che non è presente nel flusso a Reynolds elevato. Anche in questo caso la pendenza per bassi valori di separazione è leggermente diversa, maggiore in modulo per il flusso a  $Re = 10500$ . Gli andamenti in funzione della separazione in direzione *spanwise* (Figura 32) si ribattono rispetto a quelli in direzione *streamwise* (Figura 31). In questo caso, infatti, il picco negativo è presente nel flusso a Reynolds elevato. Questo flus-

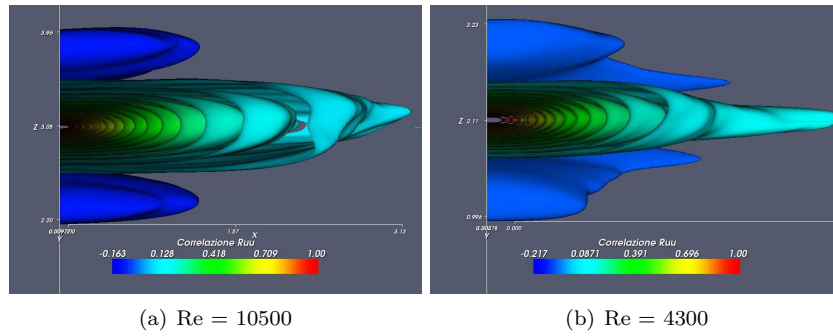


Figura 26: Vista superiore

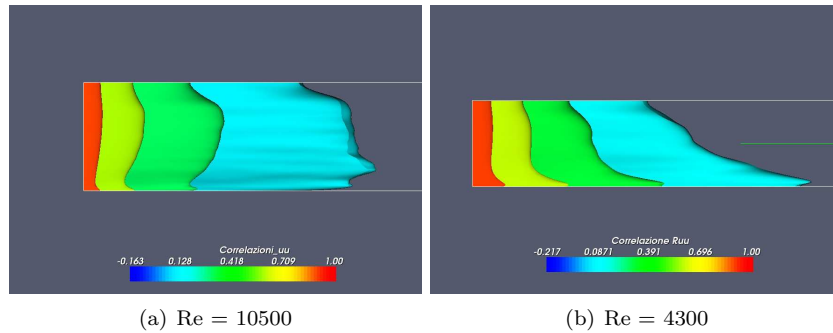


Figura 27: Vista della struttura centrale tagliata

so conserva invece la caratteristica di pendenza maggiore in modulo per bassi valori di separazione. La mancanza del picco negativo nel flusso a  $Re = 4300$  è indice dell'omogeneizzazione del flusso, mentre il flusso a  $Re = 10500$  risente ancora dell'influenza delle strisce a diversa velocità con un picco di correlazione negativa in  $z = 0.45$ , corrispondente a  $z^+ = 180$ .

### 4.3 Distanza dalla parete: $y^+ = 350$

Come per le altre quote, anche per  $y^+ = 350$  la correlazione in entrambe le direzioni omogenee ha un andamento decrescente partendo da un valore unitario per separazione nulla e tendendo asintoticamente a zero (Figura 33 e 34). Per la componente  $R_{vv}$  in direzione  $x$  la pendenza per bassi valori di separazione è in pratica la stessa di quella alla quota  $y^+ = 150$ , mentre in questo caso si nota la presenza di un picco negativo. Per quanto riguarda la componente  $R_{vv}$  in direzione  $z$ , la pendenza, rispetto alla quota  $y^+ = 150$ , è diminuita in modulo, mentre si ha la scomparsa del picco negativo per bassi valori di correlazione, con la perdita totale dell'influenza delle "strisce".

### 4.4 Microscala di Taylor

Dal grafico in direzione *streamwise* (Figura 35) si può notare che per entrambi i flussi la microscala di Taylor presenta un massimo (relativo per il flusso a Reynolds alto ed assoluto per il flusso a Reynolds basso) vicino a parete; come

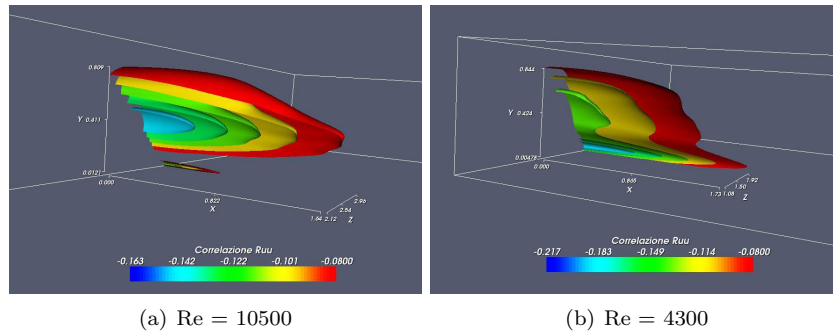


Figura 28: Vista delle strutture a correlazione negativa tagliate

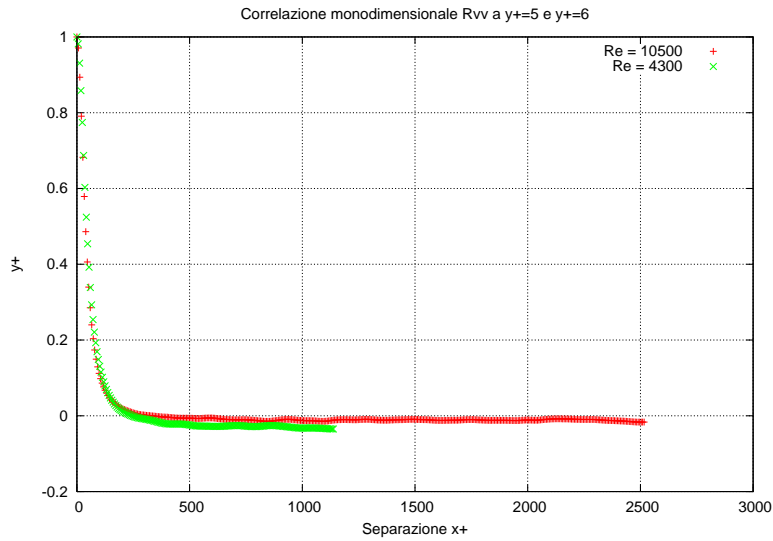


Figura 29: Componente  $R_{vv}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *streamwise*

già affermato per la componente  $R_{uu}$  del tensore di correlazione, ciò può essere indice della presenza di strutture organizzate vicino a parete. Queste strutture perdono più lentamente correlazione e, quindi, la pendenza della correlazione in funzione della separazione sarà inferiore in modulo rispetto a quote in cui la microscala di Taylor assume un valore minore (Figura 29 e 33). Per quanto riguarda il confronto tra i due flussi, si può notare che per il flusso a Reynolds elevato la microscala di Taylor assume valori sempre inferiori, in accordo con quanto visto per la componente  $R_{uu}$ . In perfetta analogia con il caso della componente  $R_{uu}$  (in direzione *spanwise*) gli andamenti della microscala di Taylor sono simili per entrambi i flussi, con un minimo vicino a parete e valori inferiori per il flusso a Reynolds più alto.

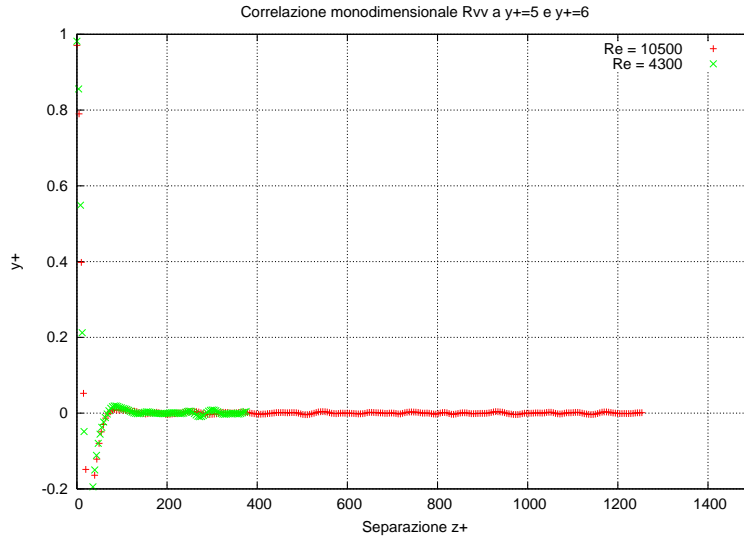


Figura 30: Componente  $R_{vv}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *spanwise*

## 4.5 Scala integrale

Al contrario di quanto visto per la componente  $R_{uu}$  del tensore di correlazione, in questo caso gli andamenti delle scale integrali in direzione *streamwise* sono simili, con un massimo assoluto vicino a parete, rappresentativo di strutture organizzate, per entrambi i flussi (Figura 37). Il valore della scala integrale risulta essere sempre inferiore per il flusso a Reynolds elevato. Da notare i due flessi a  $y^+ = 200$  e  $y^+ = 320$  nel flusso a  $Re = 10500$ , che racchiudono una zona in cui la scala integrale decresce meno rapidamente all'aumentare della quota. Questo comportamento può significare che in quella forbice di quote è presente una struttura organizzata. Per quanto riguarda la scala integrale in direzione *spanwise*, gli andamenti sono quasi lineari per entrambi i flussi (Figura 38) fino ad arrivare a centro canale quando i valori della scala integrale crescono meno rapidamente all'aumentare della quota. I valori della scala integrale per il flusso a Reynolds elevato sono inferiori a quelli del flusso a Reynolds basso.

## 4.6 Massimi e minimi di correlazione

Anche per la componente  $R_{vv}$  del tensore di correlazione vengono analizzati solo i minimi di correlazione, in quanto i massimi risultano essere tutti unitari ed a separazione nulla. Nei grafici che evidenziano l'andamento dei minimi di correlazione (Figura 39), entrambi i flussi presentano un minimo vicino a parete, maggiore in modulo per il flusso a Reynolds basso. Per questo flusso, si ha poi una crescita lineare con la quota fino a raggiungere il valore massimo per  $y^+ = 125$ , in cui la correlazione vale  $R_{vv} = -0.04$ . Per l'altro flusso l'andamento rimane lineare fino ad  $y^+ = 60$ , per poi "appiattirsi" a partire da  $y^+ = 150$  e rimanere quasi costante al valore  $R_{vv} = -0.05$  per tutto il resto delle quote, con un massimo in evidenza ad  $y^+ = 250$  con correlazione  $R_{vv} = -0.03$ . Per entrambi i flussi si ha quindi un minimo assoluto in prossimità della parete e

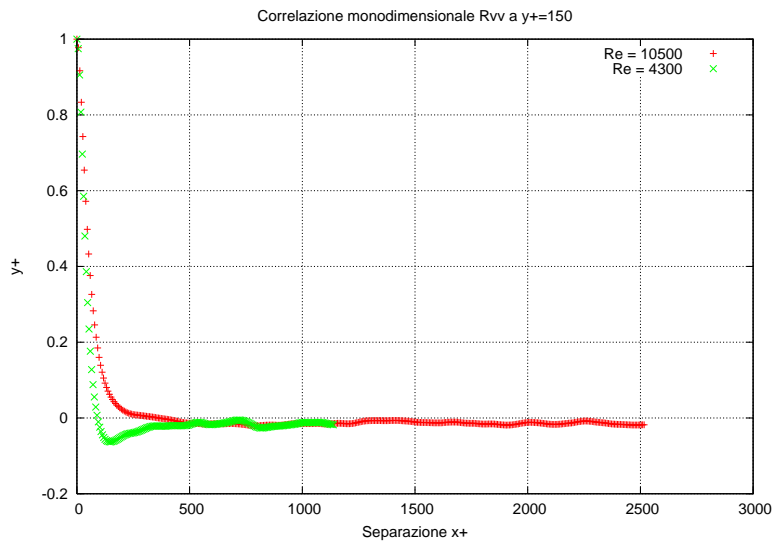


Figura 31: Componente  $R_{vv}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *streamwise*

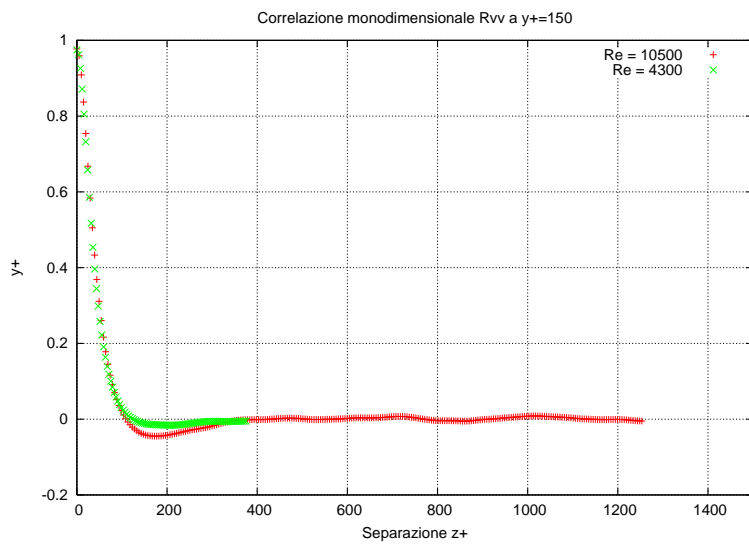


Figura 32: Componente  $R_{vv}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *spanwise*

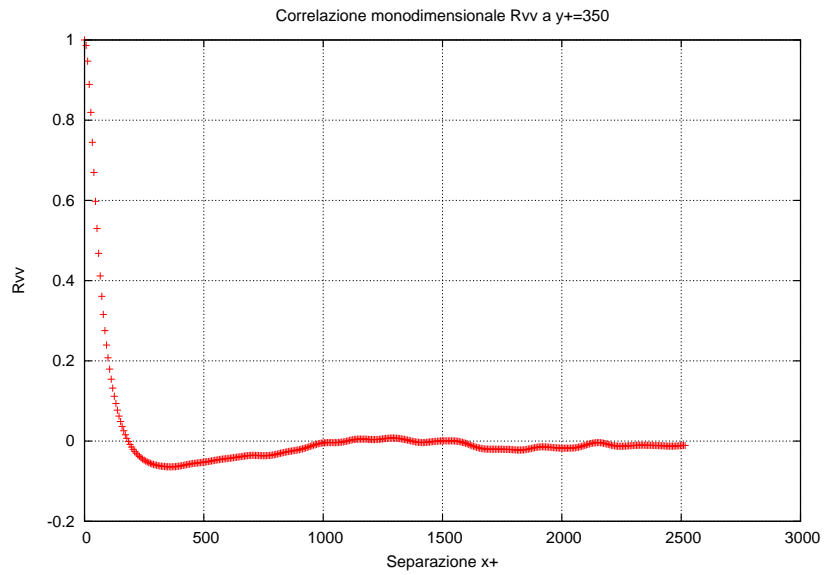


Figura 33: Flusso a  $Re = 10500$  - Componente  $R_{vv}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *streamwise* a  $y^+ = 350$

un massimo assoluto oltre la metà della semialtezza del canale. L'andamento della separazione dei minimi di correlazione in direzione  $x$  (Figura 40) è molto simile per i due flussi: separazione nulla o bassa fino a metà della semialtezza del canale e successiva crescita impulsiva fino al valore  $z = 0.8$ . Anche per la separazione in direzione  $z$  si hanno andamenti e valori analoghi per i due flussi analizzati (Figura 41) con un valore iniziale di circa  $z = 0.1$  una crescita lineare e un calo impulsivo oltre  $y^+ = 125$  e  $y^+ = 250$  rispettivamente per il flusso a  $Re = 4300$  e per quello a  $Re = 10500$ . Queste due quote sono significative e si procede ad un'analisi delle correlazioni monodimensionali per una verifica del comportamento del flusso.

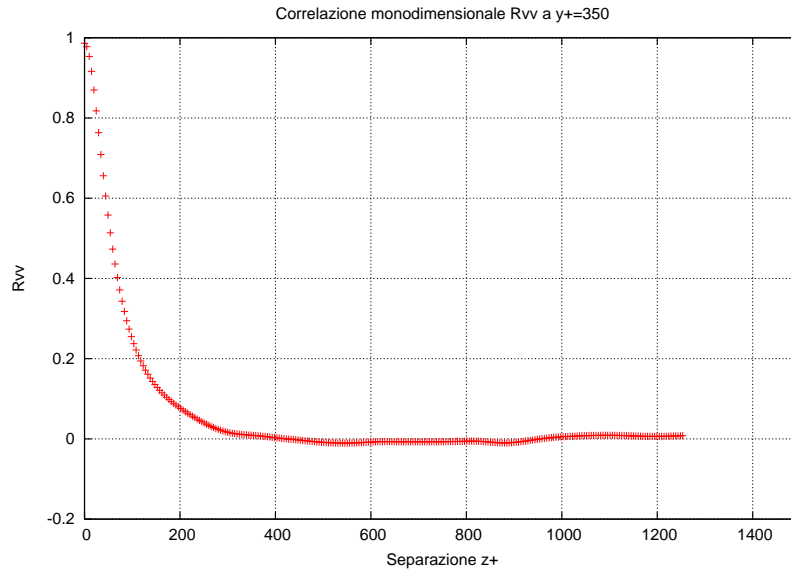


Figura 34: Flusso a  $Re = 10500$  - Componente  $R_{vv}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *spanwise* a  $y^+ = 350$

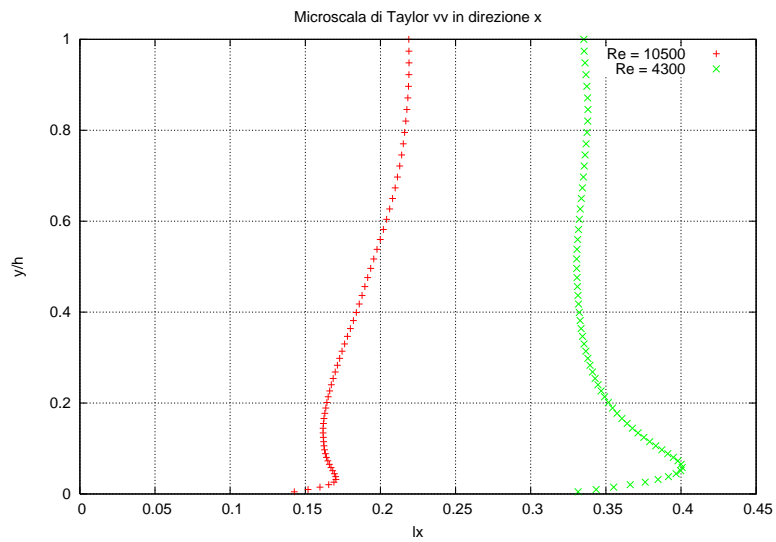


Figura 35: Andamento della microscala di Taylor in direzione *streamwise* per la componente  $R_{vv}$  del tensore di correlazione in funzione della quota



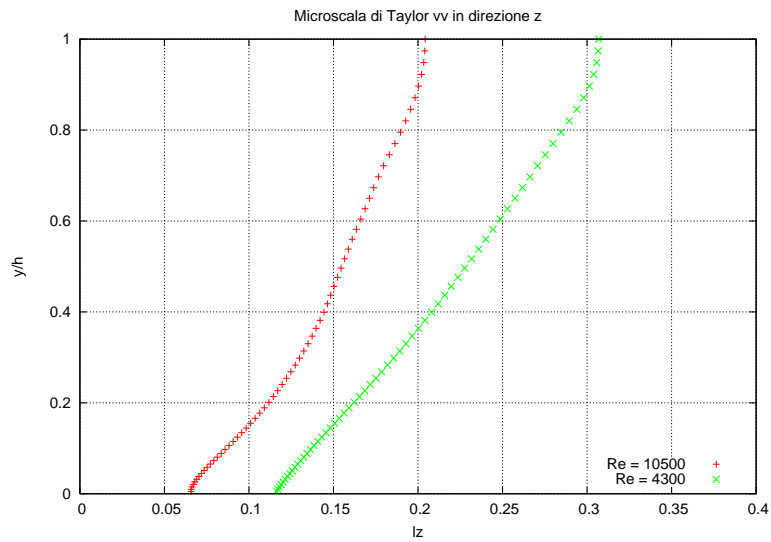


Figura 36: Andamento della microscala di Taylor in direzione *spanwise* per la componente  $R_{vv}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

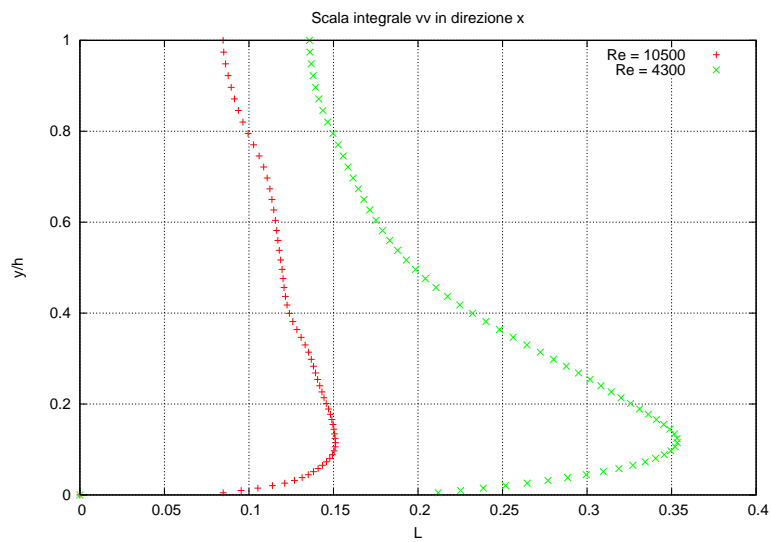


Figura 37: Andamento della scala integrale in direzione *streamwise* per la componente  $R_{vv}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

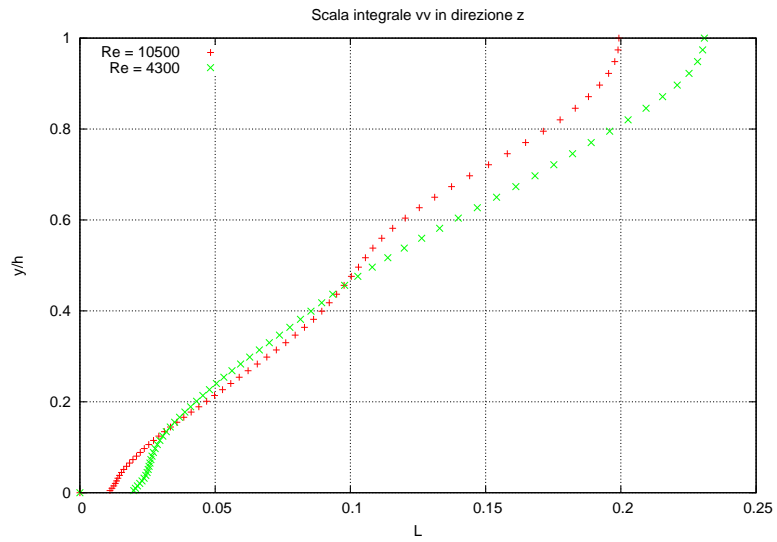


Figura 38: Andamento della scala integrale in direzione *spanwise* per la componente  $R_{vv}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

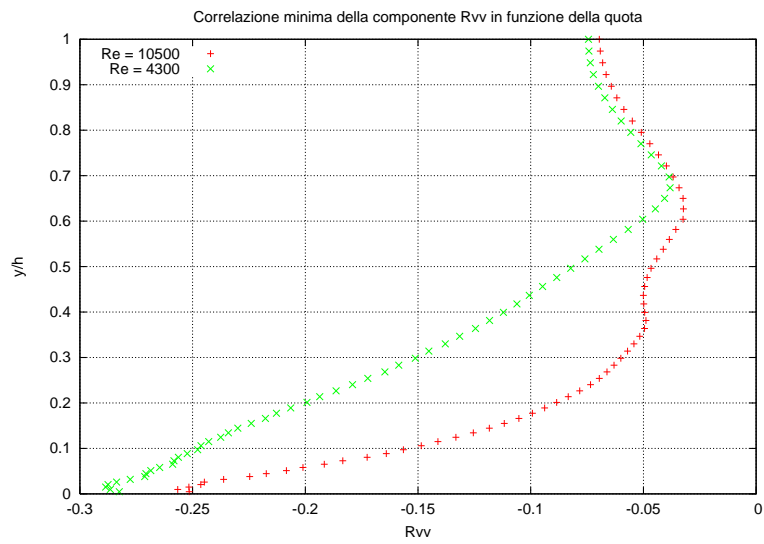


Figura 39: Andamento dei minimi di correlazione  $R_{vv}$  in funzione della quota

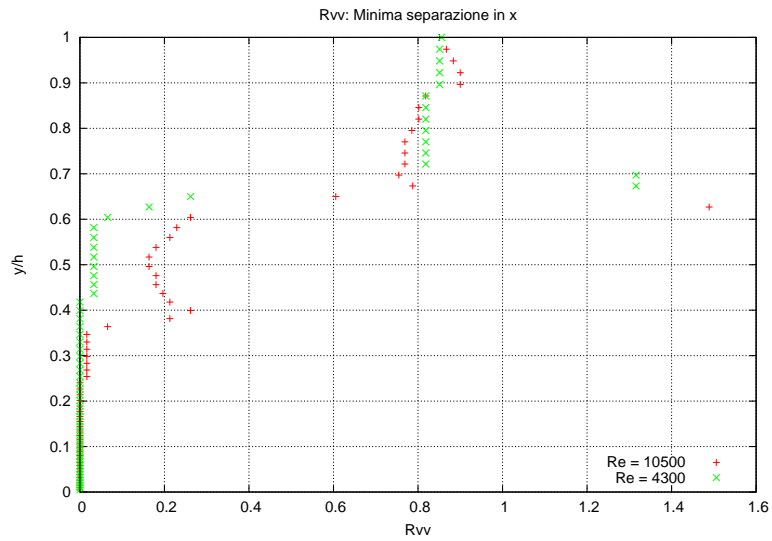


Figura 40: Separazione dei minimi di correlazione per la componente  $R_{vv}$  in direzione *streamwise*

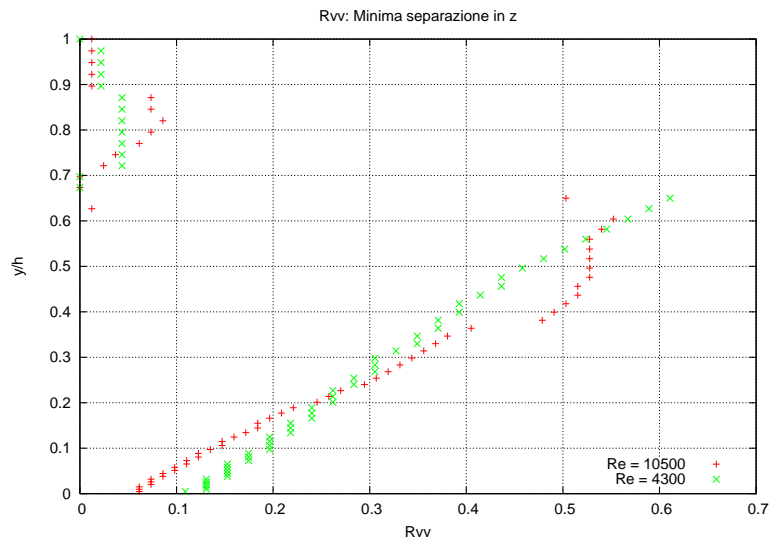


Figura 41: Separazione dei minimi di correlazione per la componente  $R_{vv}$  in direzione *spanwise*

## 4.7 Correlazioni bidimensionali

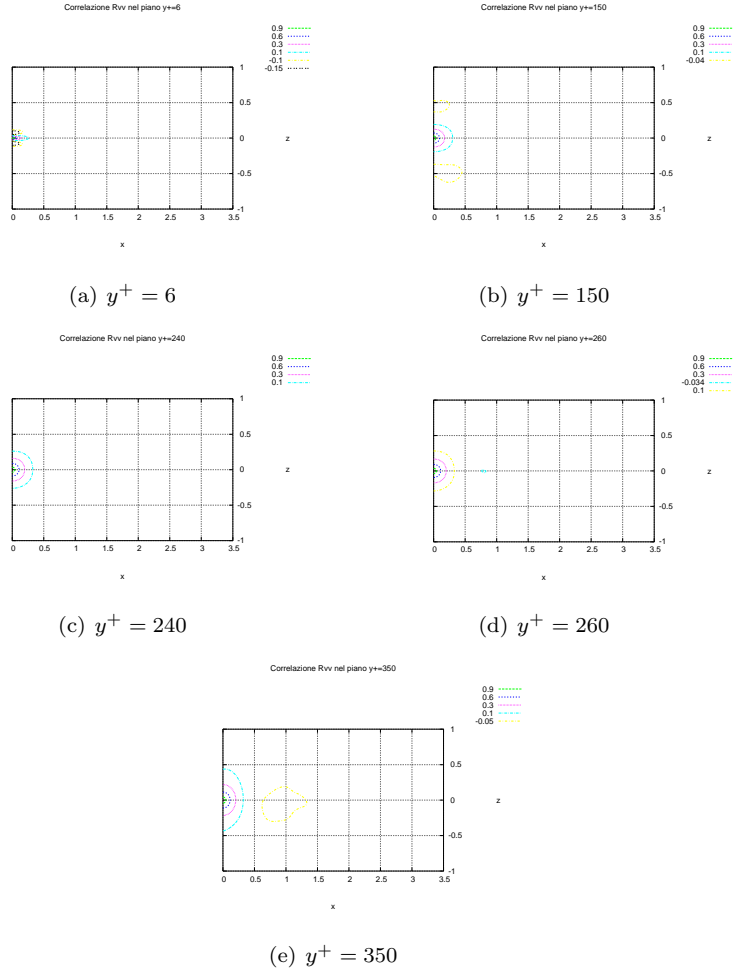


Figura 42: Flusso a  $Re = 10500$ : correlazioni bidimensionali della componente  $R_{vv}$  a diverse quote

Nei grafici delle correlazioni bidimensionali si nota in maniera chiara l'andamento della microscala di Taylor nelle due direzioni omogenee. In direzione *streamwise* il valore della microscala rimane sostanzialmente costante (tranne vicino a parete per il flusso a  $Re = 4300$ ) e le isolinee a correlazione costante mantengono la stessa estensione. In direzione *spanwise*, invece, la microscala cresce all'aumentare della quota e di conseguenza, anche le isolinee a correlazione costante aumentano la loro estensione avvicinandosi alla mezzeria del canale. A quote medie si nota che le isolinee sono quasi circolari, indice della riomogeneizzazione del flusso. Si osserva inoltre la presenza di una struttura organizzata a correlazione pari a  $R_{vv} = -0.05$  in entrambi i flussi.

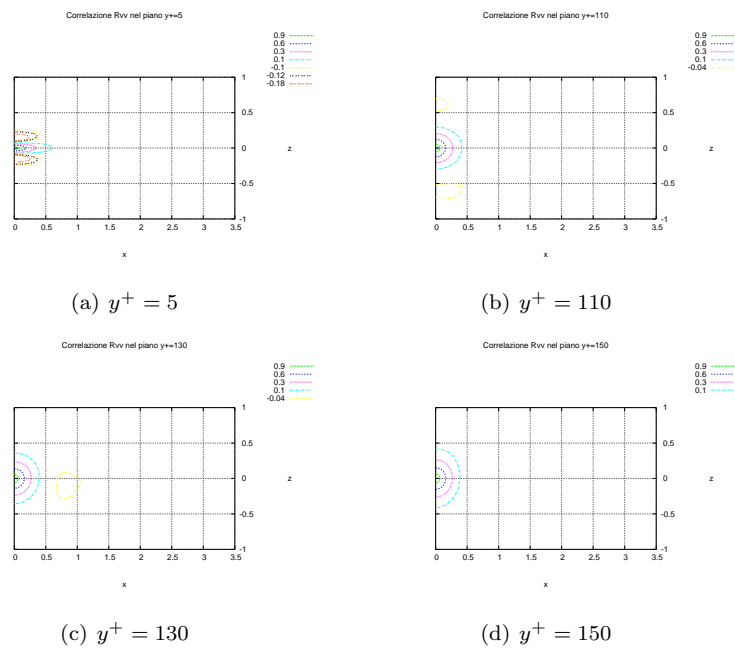


Figura 43: Flusso a  $Re = 4300$ : correlazioni bidimensionali della componente  $R_{vv}$  a diverse quote

## 4.8 Correlazioni tridimensionali

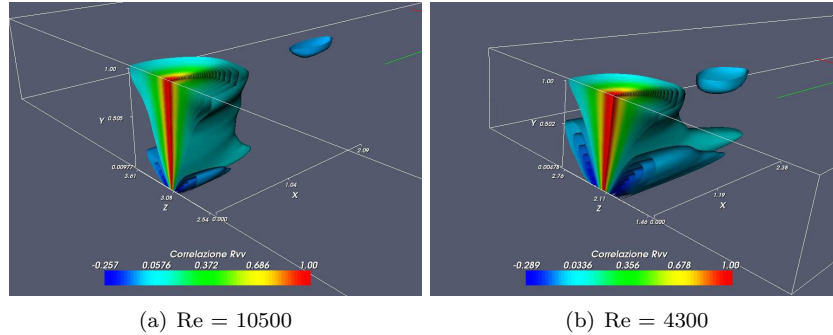


Figura 44: Vista complessiva

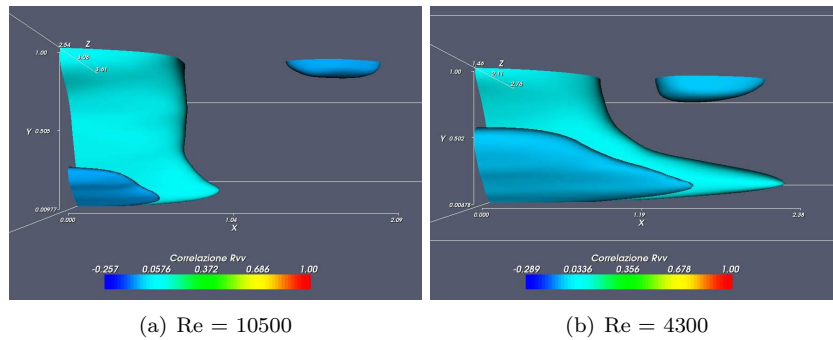


Figura 45: Vista laterale

Nei grafici delle correlazioni tridimensionali si evidenzia in maniera più chiara la presenza della “bolla” a correlazione negativa evidenziata nel paragrafo precedente (Figura 44, 45, 47 e 49). Per quanto riguarda la forma delle isosuperfici a correlazione costante si nota che le strutture sono più allungate vicino a parete per il flusso a  $Re = 4300$  (Figura 48). Le isosuperfici a correlazione negativa risultano essere molto diverse per i due flussi solo nelle dimensioni.

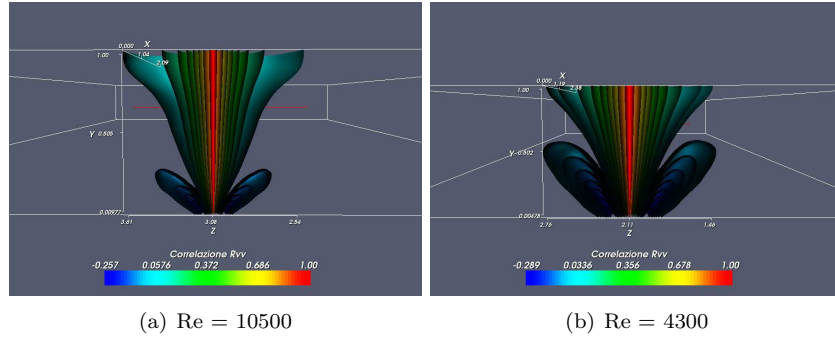


Figura 46: Vista posteriore

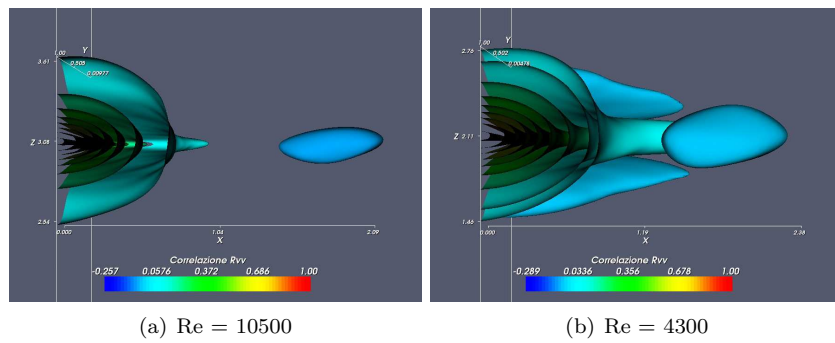


Figura 47: Vista superiore

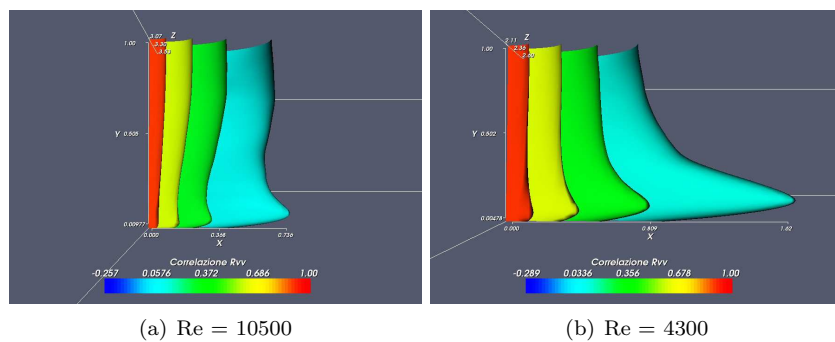
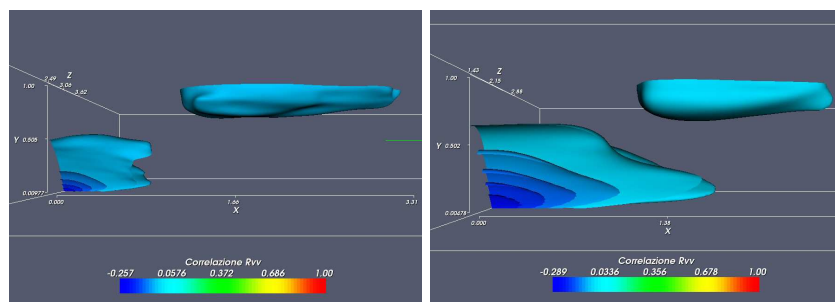


Figura 48: Vista della struttura centrale tagliata



(a)  $Re = 10500$

(b)  $Re = 4300$

Figura 49: Vista delle strutture a correlazione negativa tagliate



## 5 Componente $R_{ww}$

La componente  $R_{ww}$  del tensore di correlazione rappresenta la correlazione della componente di fluttuazione di velocità in direzione *spanwise* con sé stessa. Come nel caso della componente  $R_{uu}$  la correlazione ha un andamento decrescente all'aumentare della separazione a partire da un valore unitario per tendere asintoticamente a zero.

### 5.1 Distanza dalla parete: $y^+ = 5$ e $y^+ = 6$

Viene analizzato l'andamento del valore di  $R_{ww}$  in funzione della separazione nelle due direzioni omogenee della corrente.

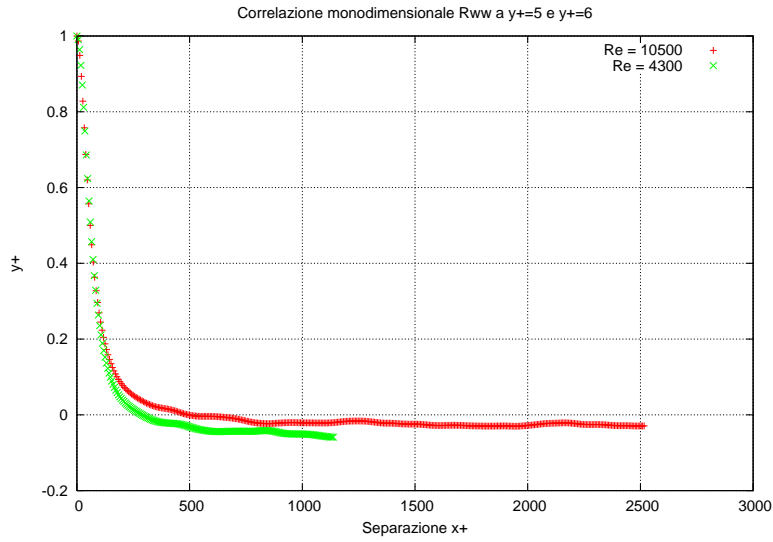


Figura 50: Componente  $R_{ww}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *streamwise*

Gli andamenti della componente  $R_{ww}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *streamwise* (Figura 50) sono simili per i due flussi a Reynolds diversi. L'andamento è quello già descritto per le componenti  $R_{uu}$  ed  $R_{vv}$ , con una tendenza del flusso a Reynolds più elevato ad annullare la correlazione ad una separazione minore rispetto all'altro flusso. In perfetta analogia con quanto affermato per le altre due componenti del tensore di correlazione, entrambi gli andamenti non tendono a zero per via di errori numerici.

Gli andamenti di  $R_{ww}$  in funzione della separazione in direzione *spanwise* sono simili (Figura 51). Si riscontra una differenza di pendenza a bassi valori di separazione ed una sovralongazione negativa per entrambi i flussi. Il picco negativo risulta essere più marcato nel caso del flusso a Reynolds più basso e, anche in questo caso in analogia con le componenti  $R_{uu}$  ed  $R_{vv}$ , è indice della presenza di strisce a diversa velocità localizzate a  $z = 0.18$  e  $z = 0.29$  rispettivamente per il flusso a  $Re = 10500$  e per quello a  $Re = 4300$ . I valori di separazione a cui si trovano i picchi negativi sono, in unità di parete,  $z^+ = 72$  e  $z^+ = 52.2$ . Si ha, quindi, una prima differenza nella dimensione delle strisce a differente

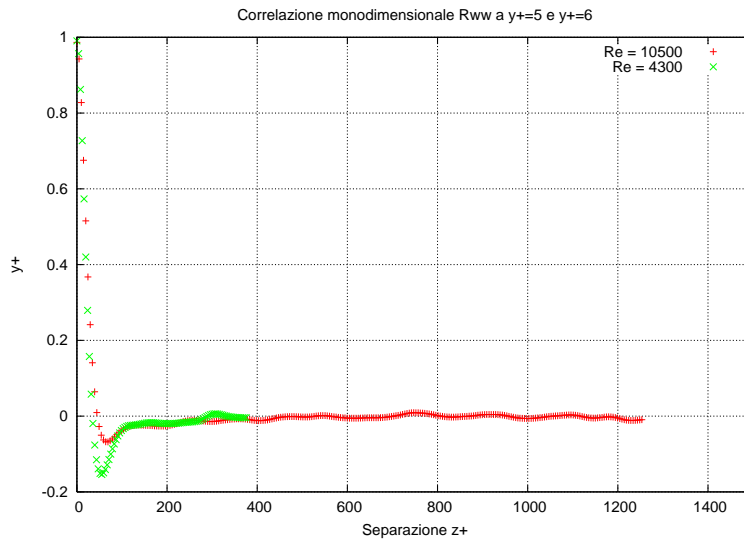


Figura 51: Componente  $R_{ww}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *spanwise*

velocità per la componente  $R_{ww}$ : più larghe per il flusso a  $Re = 10500$ , mentre di dimensioni normali per il flusso a  $Re = 4300$ . Il comportamento evidenziato è indice di fenomeni importanti legati al movimento in direzione *spanwise* per il flusso a  $Re = 10500$ . Entrambi gli andamenti tendono ad annullarsi già a valori medi di separazione rispetto alle dimensioni del canale, che risulta essere di dimensioni sufficienti.

## 5.2 Distanza dalla parete: $y^+ = 150$

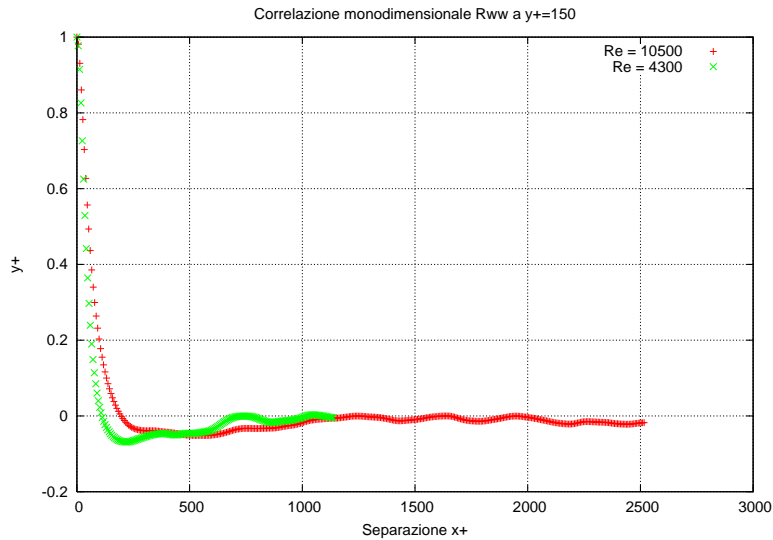


Figura 52: Componente  $R_{ww}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *streamwise*

Gli andamenti della componente  $R_{ww}$  in funzione della separazione in direzione *streamwise* sono quasi sovrapponibili (Figura 52). La pendenza per bassi valori di separazione è quasi la stessa per i due flussi, ma è maggiore se confrontata con gli stessi andamenti a quota  $y^+ = 5$  e  $y^+ = 6$  (Figura 50). Al contrario dell'andamento classico evidenziato in precedenza, l'andamento in funzione della separazione in direzione *streamwise* non è monotono decrescente, ma presenta una sovralongazione negativa di lieve entità per poi risalire al valore nullo all'aumentare della separazione. In direzione *spanwise* (Figura 53) i due andamenti sono diversi per quanto riguarda la pendenza a bassi valori di separazione, che risulta essere maggiore in modulo per il flusso a Reynolds più elevato. Il fenomeno da evidenziare, tuttavia, è la mancanza dei picchi negativi per bassi valori di separazione, che evidenzia l'omogeneizzazione del flusso.

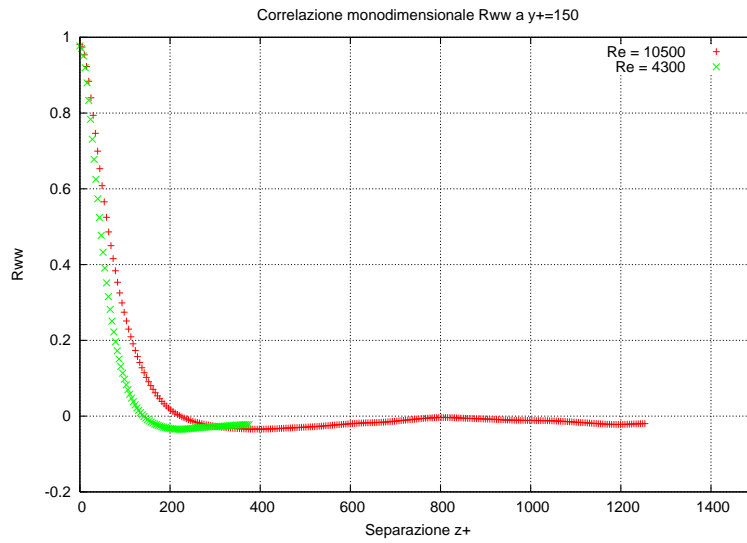


Figura 53: Componente  $R_{ww}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *spanwise*

### 5.3 Distanza dalla parete: $y^+ = 350$

Anche in questo caso (Figura 54) l'andamento è, per entrambi i casi, quello atteso: decrescente a partire da un valore unitario per tendere a zero ad alti valori di separazione. Si nota che la pendenza è maggiore in modulo per l'andamento in direzione *streamwise*, con la presenza di un picco negativo.

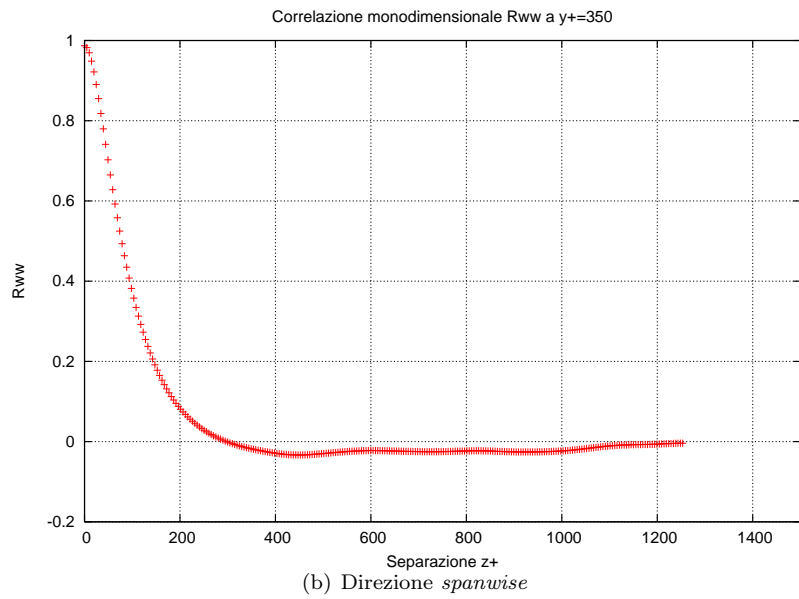
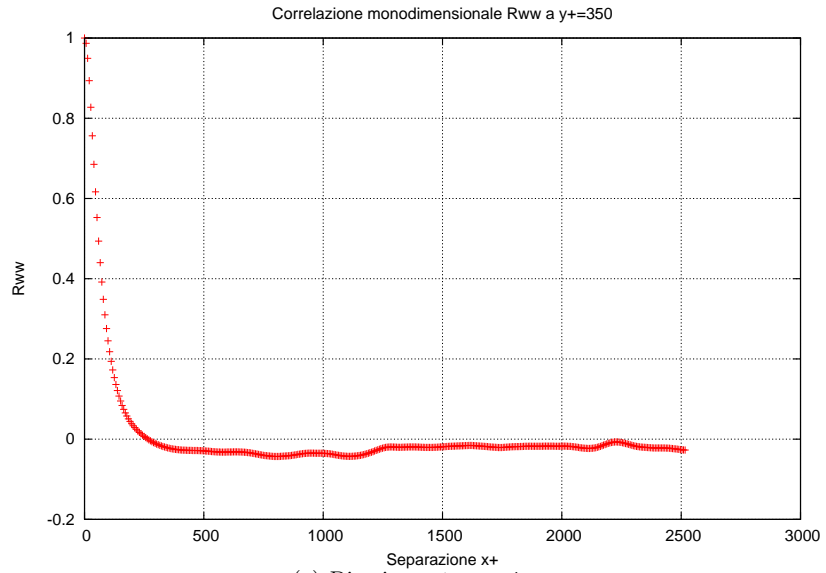


Figura 54: Flusso a  $Re = 10500$  - Componente  $R_{ww}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione a  $y^+ = 350$

## 5.4 Microscala di Taylor

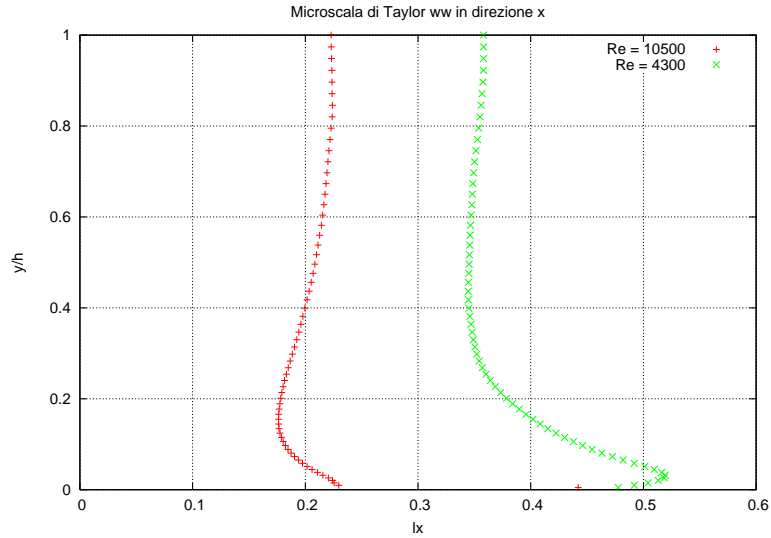


Figura 55: Andamento della microscala di Taylor in direzione *streamwise* per la componente  $R_{ww}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

Gli andamenti della microscala di Taylor in direzione  $x$  per i due flussi sono sensibilmente diversi (Figura 55). Si nota, per il flusso a Reynolds basso che è presente un massimo assoluto vicino a parete ( $y^+ = 8$ ), una zona decrescente e, successivamente, una zona in cui la microscala si mantiene costante. Il valore della microscala di Taylor, per il flusso a Reynolds alto è massimo a parete, per poi decrescere fino a  $y^+ = 50$  e tornare a crescere all'aumentare della quota. Analogamente alle altre componenti del tensore di correlazione analizzate, i valori della microscala di Taylor sono maggiori per il flusso a Reynolds alto a tutte le quote. L'andamento in direzione  $x$  suggerisce che vi siano fenomeni di flusso in direzione laterale vicino a parete. In questo caso, dai grafici della componente  $R_{ww}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione  $x$  (Figura 50 e 54a) si può notare che la pendenza per bassi valori di separazione è la stessa nonostante la differenza di quota. Ciò è dovuto al fatto che la microscala di Taylor assume lo stesso valore a  $y^+ = 6$  ed a  $y^+ = 350$ . Per il flusso a  $Re = 10500$  si può quindi supporre la presenza di fenomeni legati al movimento laterale anche a quote elevate.

I grafici della microscala di Taylor in direzione *spanwise* per la componente  $R_{ww}$  (Figura 56) mostrano un andamento pressoché identico tra i due flussi a numeri di Reynolds diversi, con la presenza di un minimo in prossimità della parete e di un massimo nella zona di centro canale. L'unica differenza che si può notare è nei valori, che si mantengono inferiori per quanto riguarda il flusso a Reynolds alto. Il minimo vicino a parete è legato alla presenza delle strisce a differente velocità, che distruggono la correlazione in uno spazio ridotto.

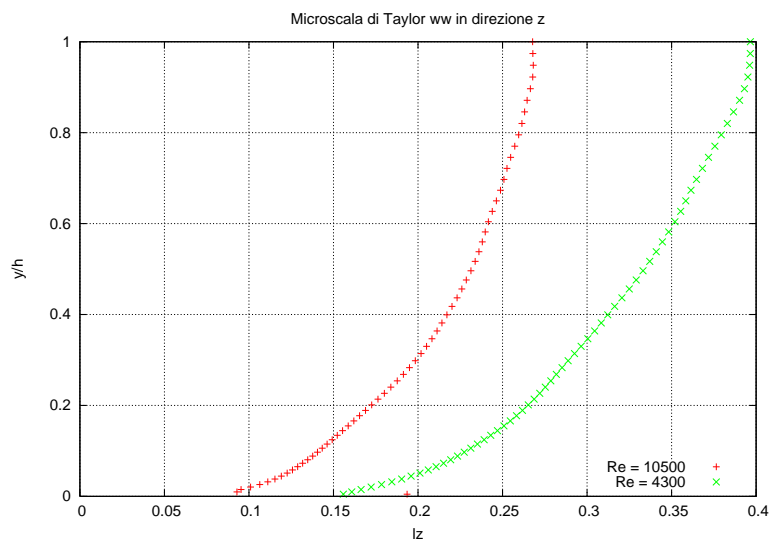


Figura 56: Andamento della microscala di Taylor in direzione *spanwise* per la componente  $R_{ww}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

## 5.5 Scala integrale

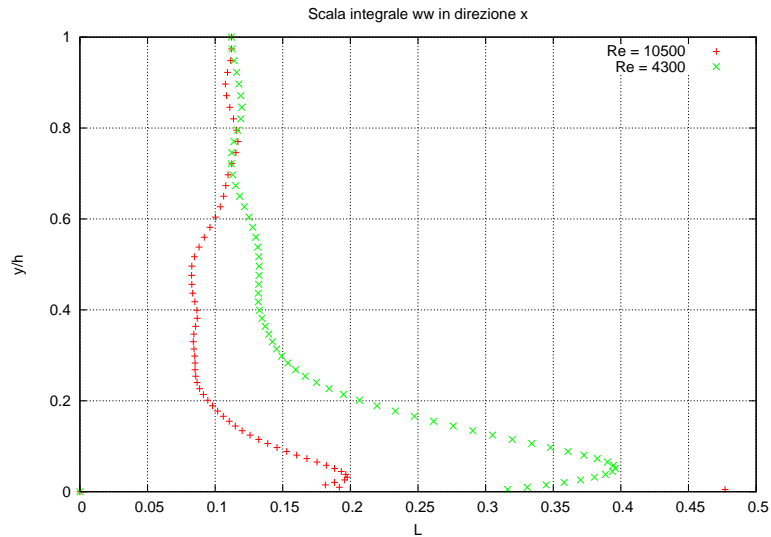


Figura 57: Andamento della scala integrale in direzione *streamwise* per la componente  $R_{ww}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

L'andamento della scala integrale in direzione *streamwise* per la componente  $R_{ww}$  del tensore di correlazione è qualitativamente simile per i due flussi. Il flusso a Reynolds più alto presenta, tuttavia, valori inferiori (per quote basse) rispetto al flusso a Reynolds basso. Si ha un massimo assoluto vicino a parete, indice della presenza di strutture organizzate e, all'aumentare della quota, la scala integrale si assesta a valori pressoché costanti ed allo stesso valore per entrambi i flussi, con oscillazioni più accentuate per il flusso a Reynolds elevato. Questo comportamento evidenzia la mancanza di strutture organizzate con fluttuazioni in direzione *spanwise* dalla quota  $y^+ = 60$  per il flusso a  $Re = 4300$  e da  $y^+ = 100$  per il flusso a  $Re = 10500$ . Anche per quanto riguarda la scala integrale in direzione *spanwise* (Figura 58) gli andamenti sono simili: globalmente crescenti con la presenza di alcuni cambiamenti di pendenza. Si ha quindi la presenza di un minimo a parete, indice della mancanza di strutture organizzate in questa direzione, e un andamento crescente con valori più elevati per il flusso a  $Re = 4300$ .



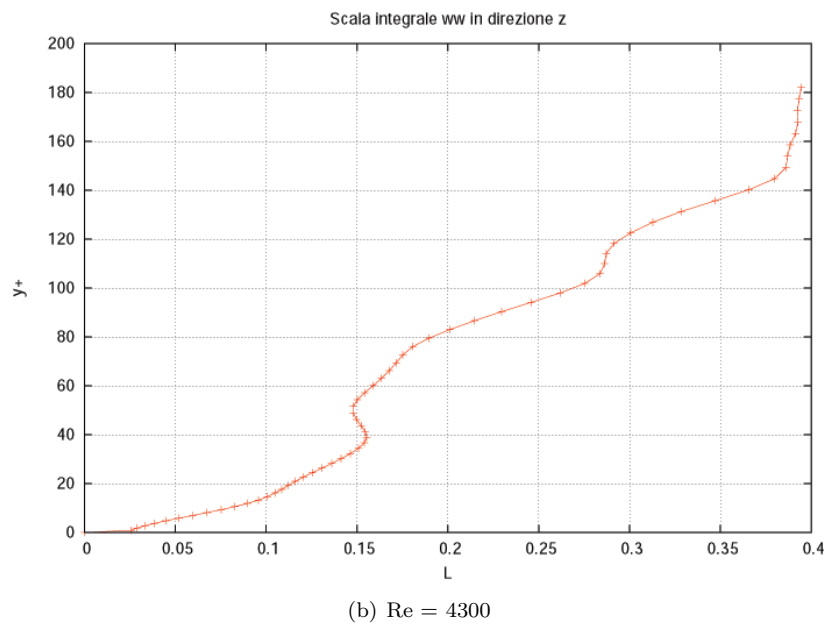
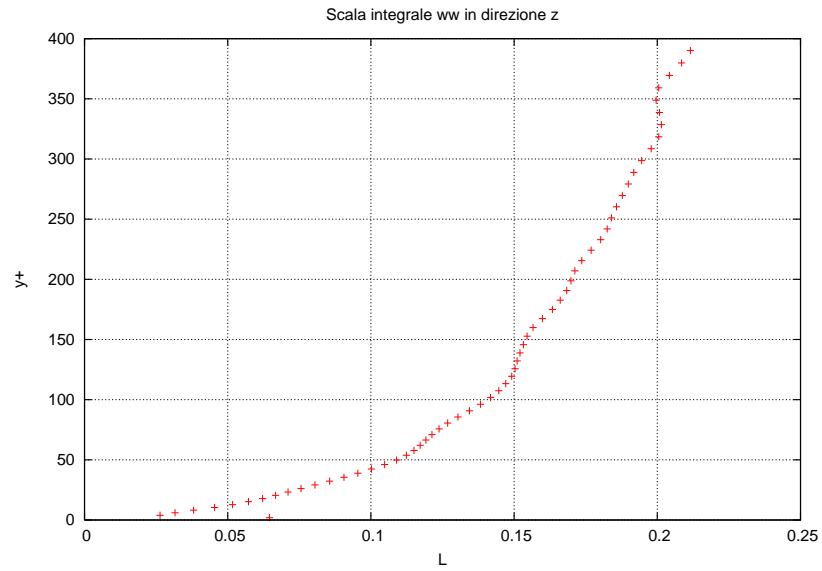


Figura 58: Andamento della scala integrale in direzione *spanwise* per la componente  $R_{ww}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

## 5.6 Massimi e minimi di correlazione

Anche in questo caso, come in tutte le componenti non miste del tensore di correlazione, i massimi risultano essere tutti unitari. Entrambi gli andamenti

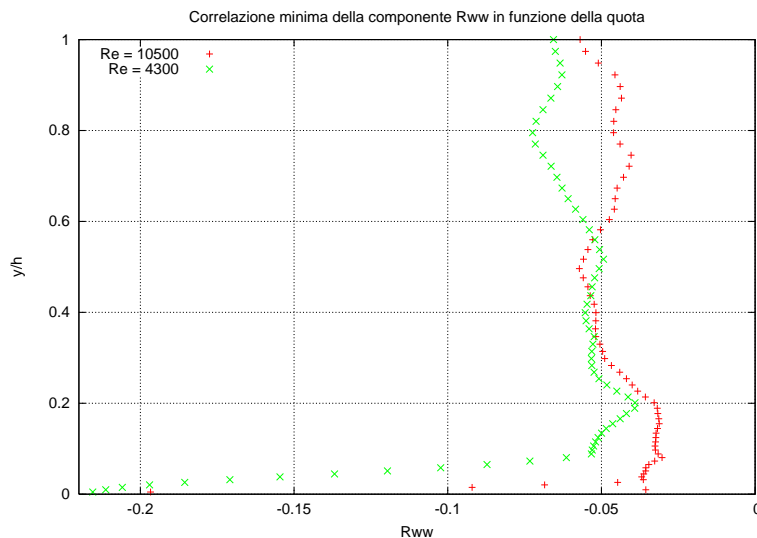


Figura 59: Andamento dei minimi di correlazione  $R_{ww}$  in funzione della quota

(Figura 59) presentano un minimo vicino a parete ed una crescita veloce del valore di minima correlazione a quote basse. All’aumentare della quota si nota un assestamento del valore di correlazione a valori simili tra i due flussi. Gli andamenti in direzione *streamwise* sono molto irregolari (Figura 60), e presentano valori nulli o bassi a parete e un’oscillazione molto intensa a quote superiori. Nella parte centrale delle quote analizzate l’andamento è mediamente costante attorno al valore  $x = 1.5$  per poi aumentare (per il flusso a  $Re = 10500$ ) fino a  $x = 2.5$  alle quote maggiori. L’andamento in direzione *spanwise* (Figura 61) è sensibilmente più significativo. La separazione si mantiene a valori bassi per tutte le quote con eccezioni a parete per entrambi i flussi fino a quota  $y^+ = 20$ , in cui la separazione vale mediamente  $z = 0.3$  per il flusso a  $Re = 4300$  e  $z = 0.18$  per il flusso a  $Re = 10500$ , e nell’intorno della quota  $y^+ = 50$  per il flusso a Reynolds elevato con un valore medio di separazione pari a  $z = 0.65$ . I valori di  $z$  a parete corrispondono alla dimensione delle “strisce”, come già evidenziato in precedenza, mentre si nota un fenomeno a una quota più elevata nel flusso a  $Re = 10500$ .

## 5.7 Correlazioni bidimensionali

Nei grafici delle correlazioni bidimensionali per il flusso a  $Re = 10500$  (Figura 62) è bene evidenziato l’andamento della microscala di Taylor nelle due direzioni omogenee: quasi costante in  $x$  e monotona crescente in  $z$ . Le isolinee a correlazione costante, infatti, si espandono solamente in direzione *spanwise* all’aumentare della quota. Alla quota  $y^+ = 150$  compare una “bolla” a correlazione negativa (in giallo nella Figura 62c). Per il flusso a  $Re = 4300$  (Figura 63) si nota che la microscala di Taylor in direzione *streamwise* diminuisce dopo la

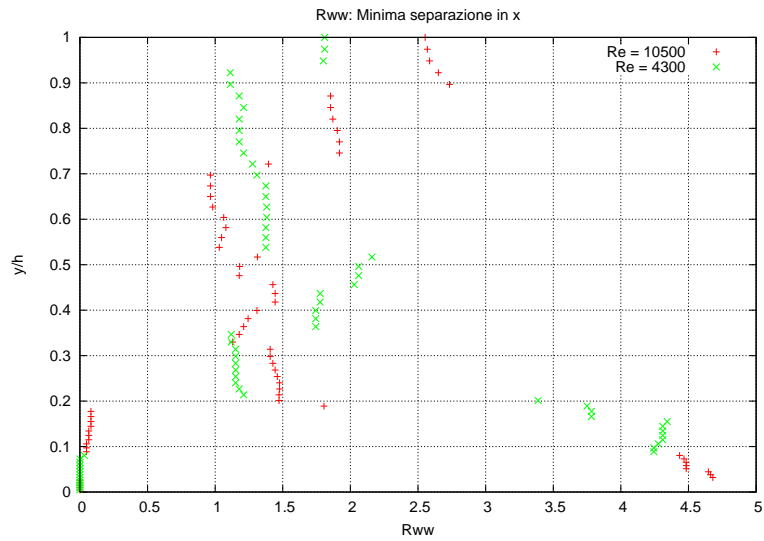


Figura 60: Separazione dei minimi di correlazione per la componente  $R_{ww}$  in direzione *streamwise*

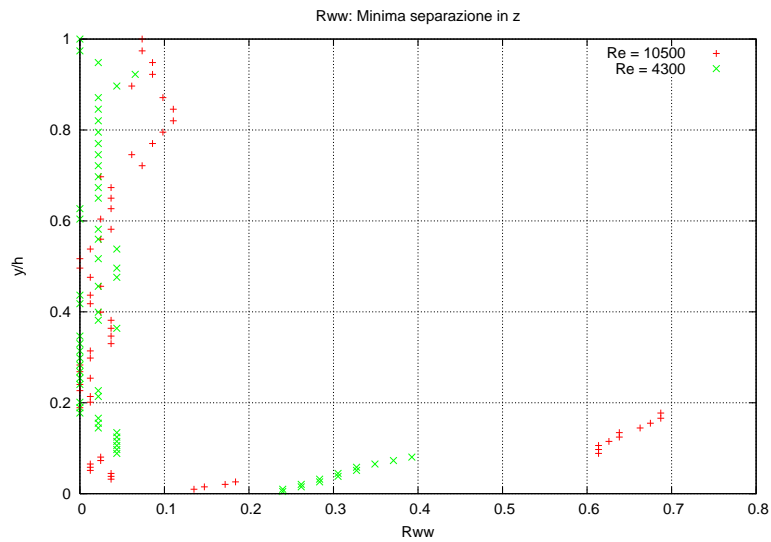


Figura 61: Separazione dei minimi di correlazione per la componente  $R_{ww}$  in direzione *spanwise*

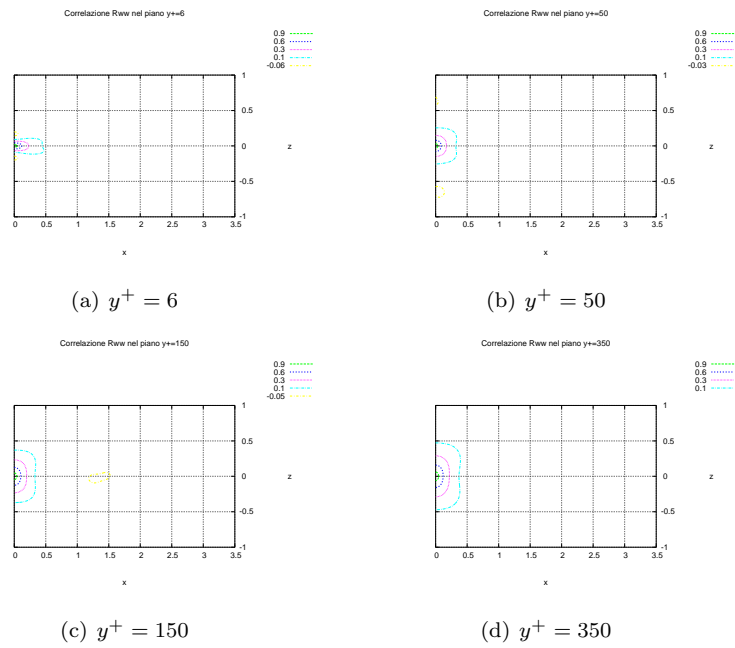


Figura 62: Flusso a  $Re = 10500$ : correlazioni bidimensionali della componente  $R_{ww}$  a diverse quote

quota  $y^+ = 14$  mentre aumenta in direzione *spanwise*. Anche per questo flusso si ha la comparsa della “bolla” a correlazione negativa a  $y^+ = 150$  (in giallo nella Figura 63c).

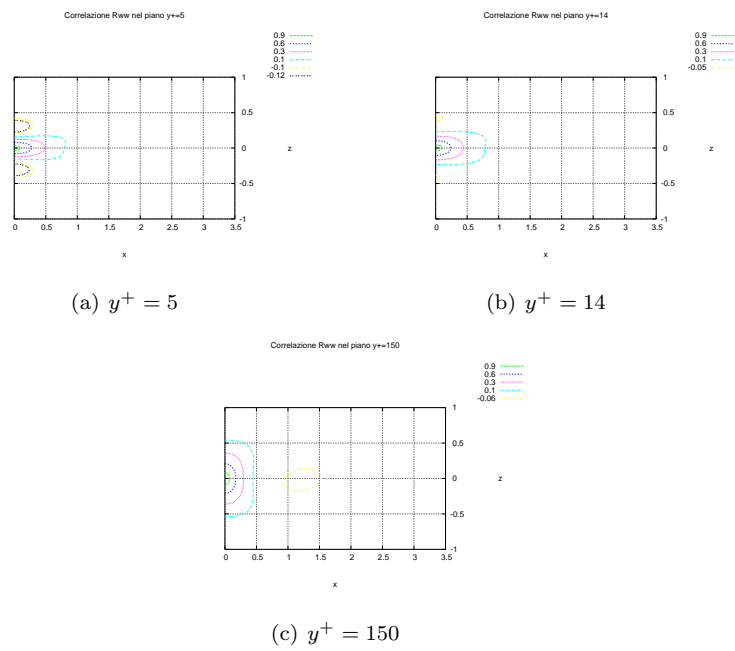


Figura 63: Flusso a  $Re = 4300$ : correlazioni bidimensionali della componente  $R_{ww}$  a diverse quote

## 5.8 Correlazioni tridimensionali

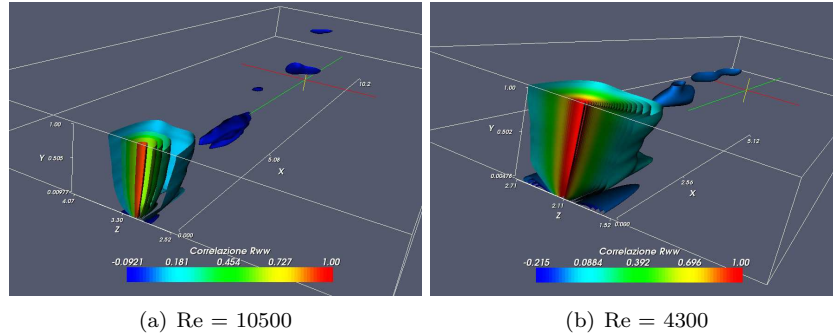


Figura 64: Vista complessiva

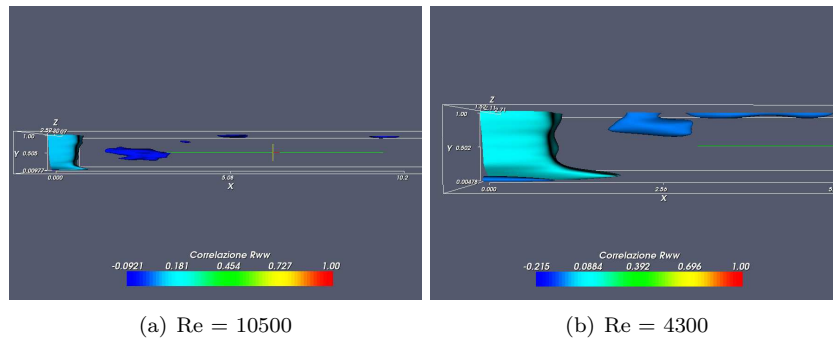
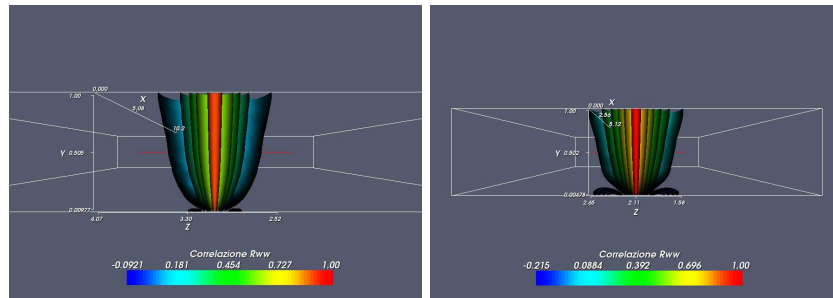


Figura 65: Vista laterale

Dalla vista complessiva (Figura 64) si nota la forma della struttura centrale come già evidenziato per le correlazioni bidimensionali e la “bolla” a correlazione negativa che risulta essere diversa tra i due flussi a numero di Reynolds diverso. Nel flusso a  $Re = 10500$  sono presenti più zone a correlazione negativa identificabili come “bolle” e molto separate in direzione  $x$ , mentre nel flusso a  $Re = 4300$  le “bolle” sono due ed abbastanza ravvicinate (Figura 67). La forma della struttura centrale è analoga a quella delle altre componenti del tensore già analizzate, con una punta a quote basse per il flusso a  $Re = 4300$  (Figura 68).

## 6 Componente $R_{uv}$

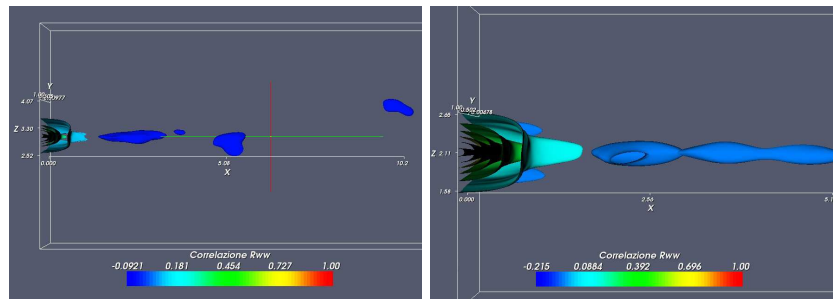
La componente  $R_{uv}$  del tensore di correlazione valuta la mutua influenza tra la fluttuazione di velocità in direzione *streamwise* e quella in direzione normale alla parete (lungo l’asse  $y$  del canale). Nell’analizzare le mutue correlazioni viene a cadere il requisito sul valore unitario della componente del tensore per separazione nulla, ma rimane necessario il raggiungimento del valore nullo per i massimi valori di separazione.



(a)  $Re = 10500$

(b)  $Re = 4300$

Figura 66: Vista posteriore



(a)  $Re = 10500$

(b)  $Re = 4300$

Figura 67: Vista superiore

## 6.1 Distanza dalla parete: $y^+ = 5$ e $y^+ = 6$

Viene analizzato l'andamento della componente  $R_{uv}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione nelle due direzioni omogenee.

IL grafico riguardante l'andamento della componente  $R_{uv}$  in direzione *stream-wise* (Figura 70) mostra un andamento differente rispetto a quelli delle autocorrelazioni (Figura 8, 29 e 50) che sono normalizzati al valore unitario per separazione nulla. Nel caso in esame gli andamenti sono simili per i due flussi, partendo dallo stesso valore a separazione nulla e crescendo fino ad arrivare ad un valore pressoché nullo alla separazione massima. Si nota la maggiore pendenza della curva e il raggiungimento di un valore più vicino allo zero per il flusso a Reynolds elevato.

A differenza delle componenti di autocorrelazione, gli andamenti in direzione *spanwise* delle mutue correlazioni (Figura 71) vengono rappresentati nella loro totalità, ovvero per separazioni positive e negative. L'andamento è simmetrico rispetto all'asse delle ordinate e si ha un valore iniziale non unitario, ma pari a  $R_{uv} = -0.43$ , con una crescita immediata fino al valore di  $R_{uv} = 0.15$  a  $z = 0.10$  per il flusso a  $Re = 10500$  e  $R_{uv} = 0.17$  a  $z = 0.17$  per il flusso a  $Re = 4300$ . I valori di separazione a cui si hanno i picchi positivi, in unità di parete, corrispondono rispettivamente a  $z^+ = 40$  e  $z^+ = 30.6$ , ovvero a circa metà della dimensione riconosciuta di una striscia.

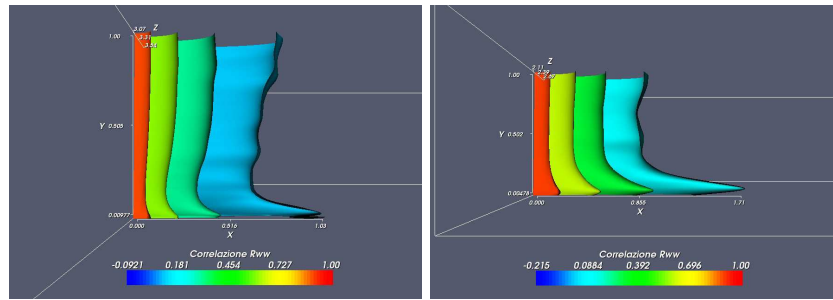
(a)  $Re = 10500$ (b)  $Re = 4300$ 

Figura 68: Vista della struttura centrale tagliata

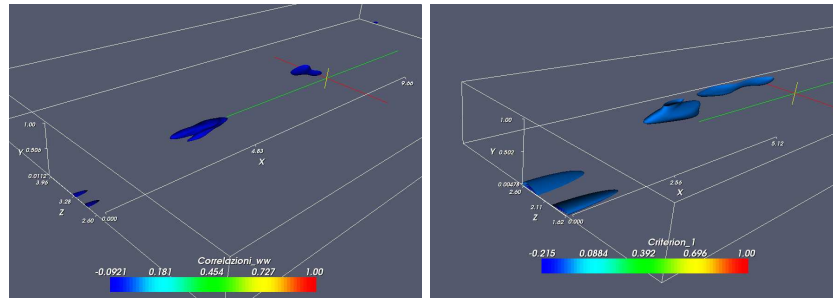
(a)  $Re = 10500$ (b)  $Re = 4300$ 

Figura 69: Vista delle strutture a correlazione negativa

## 6.2 Distanza dalla parete: $y^+ = 150$

A differenza degli andamenti in direzione *streamwise* per  $y^+ = 5$  e  $y^+ = 6$ , si ha un valore diverso della componente in esame a separazione nulla (Figura 72). La pendenza delle due curve è simile ed entrambe raggiungono valore nullo per alti valori di separazione. Il comportamento, una volta raggiunto valore nullo, è tuttavia leggermente diverso: stabile per il flusso a Reynolds elevato, oscillatorio per quello a Reynolds basso. Gli andamenti in direzione *spanwise*, invece, (Figura 73) sono meno oscillatori rispetto a quelli vicini alla parete (Figura 71) per entrambi i flussi. Nonostante la similarità qualitativa dei due andamenti si può notare un valore diverso a separazione nulla e un picco positivo di intensità diversa. Per quanto riguarda la separazione del picco positivo si ha un avvicinamento dei valori tra i due flussi, indice di una maggior omogeneizzazione per il flusso a  $Re = 10500$ . La larghezza del canale è appena sufficiente, per il flusso a Reynolds basso, per azzerare il valore della componente del tensore di correlazione.

## 6.3 Distanza dalla parete: $y^+ = 350$

Nel grafico (Figura 74a) l'andamento è lo stesso rispetto alle quote inferiori (Figura 70 e 72), con il raggiungimento del valore nullo per alte separazioni. Si può tuttavia notare una tendenza ad allontanarsi dal valore nullo per separazioni superiori a 5, con un picco finale che inizia a separazione 5.5. L'an-



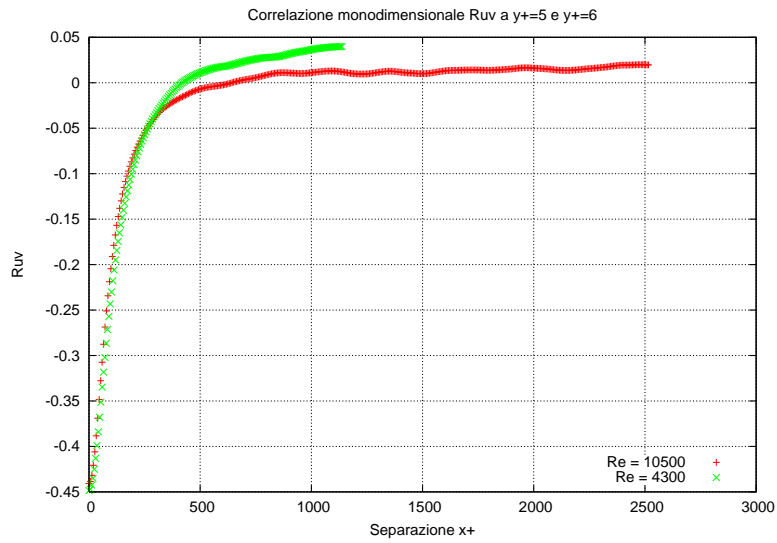


Figura 70: Componente  $R_{uv}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *streamwise*

damento della correlazione in funzione della separazione in direzione *spanwise* (Figura 74b) è invece molto regolare, con un picco positivo di intensità molto bassa se confrontato con quelli delle quote inferiori (Figura 71 e 73) sia per il flusso a Reynolds elevato che per quello a Reynolds basso, indice della presenza di un flusso ormai uniforme.

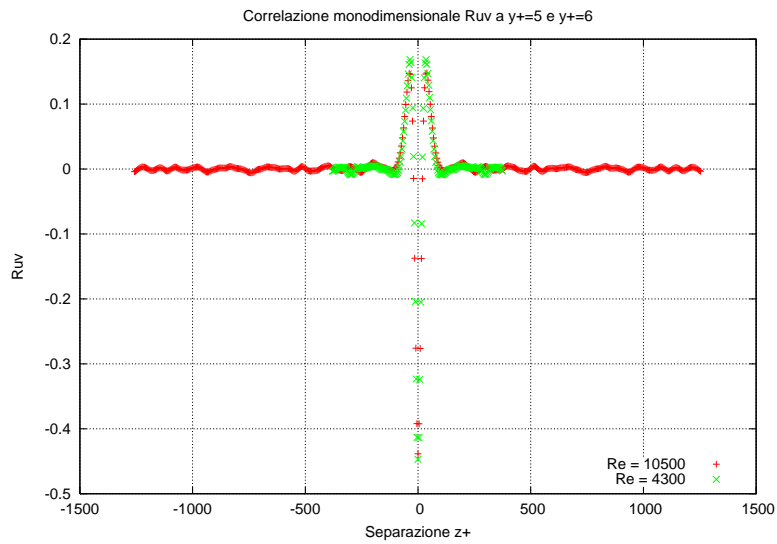


Figura 71: Componente  $R_{uv}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *spanwise*

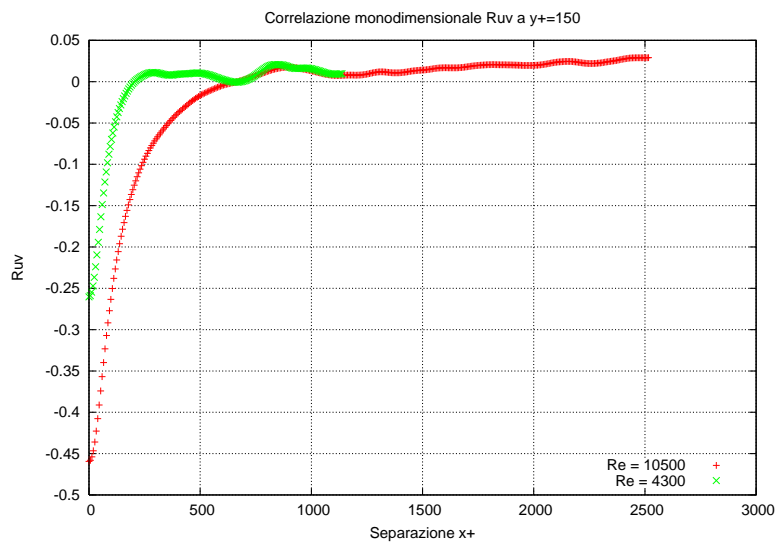


Figura 72: Componente  $R_{uv}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *streamwise*

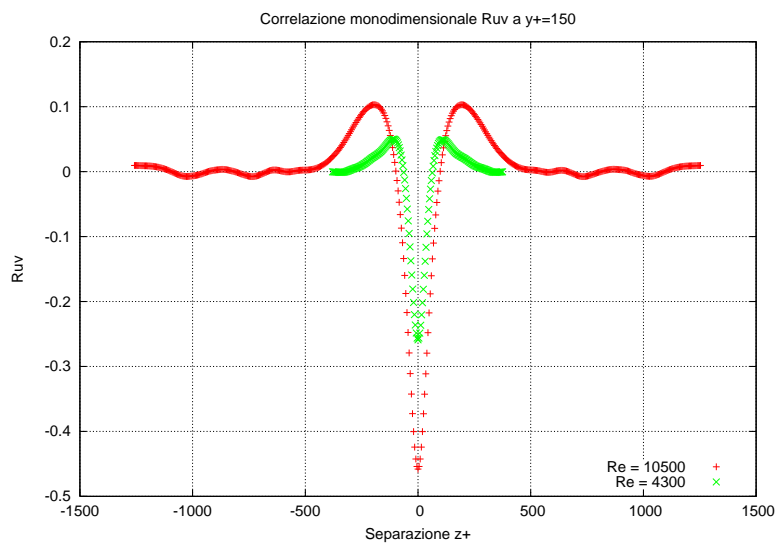


Figura 73: Componente  $R_{uv}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *spanwise*

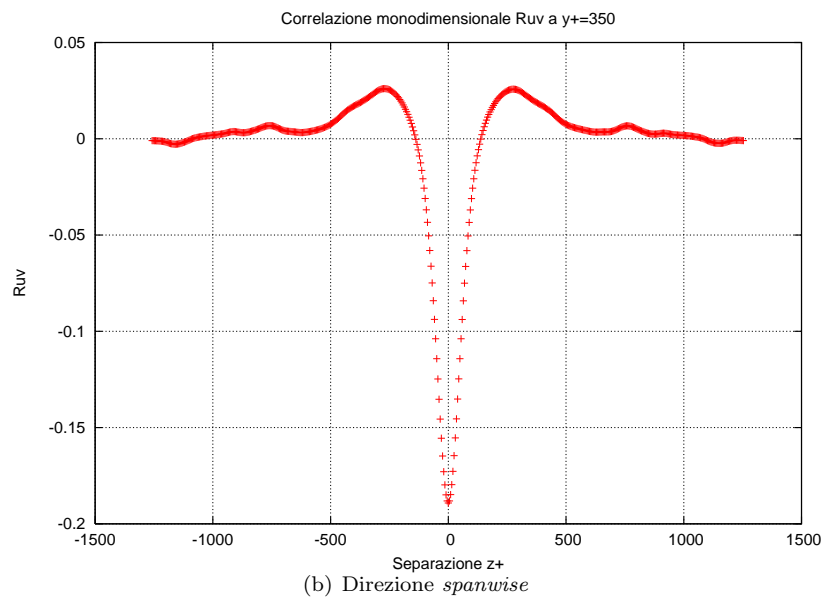
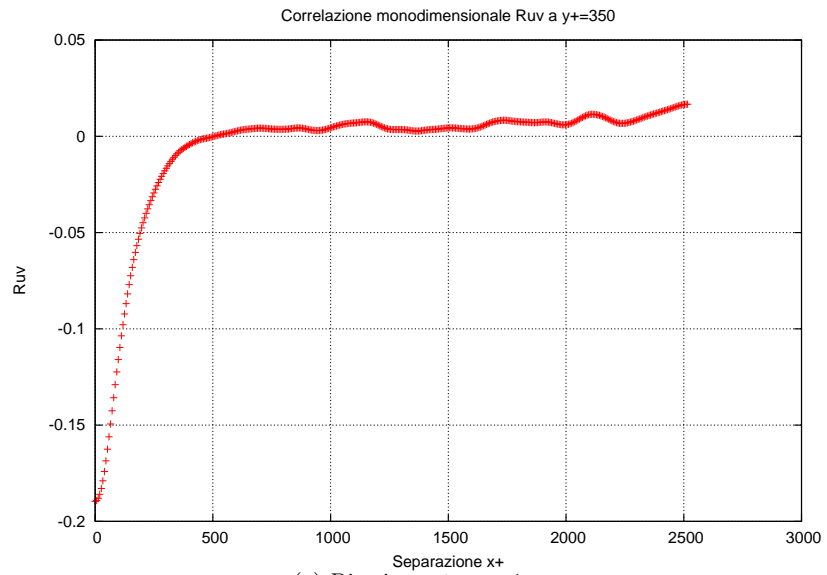


Figura 74: Flusso a  $Re = 10500$  - Componente  $R_{uv}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione a  $y^+ = 350$

## 6.4 Microscala di Taylor

Come affermato nei paragrafi precedenti, la microscala di Taylor è un indice che valuta in quanto spazio il valore di correlazione raggiunge lo zero. Di conseguenza, maggiore è il valore della microscala di Taylor e minore sarà la pendenza della curva di correlazione in funzione della separazione.

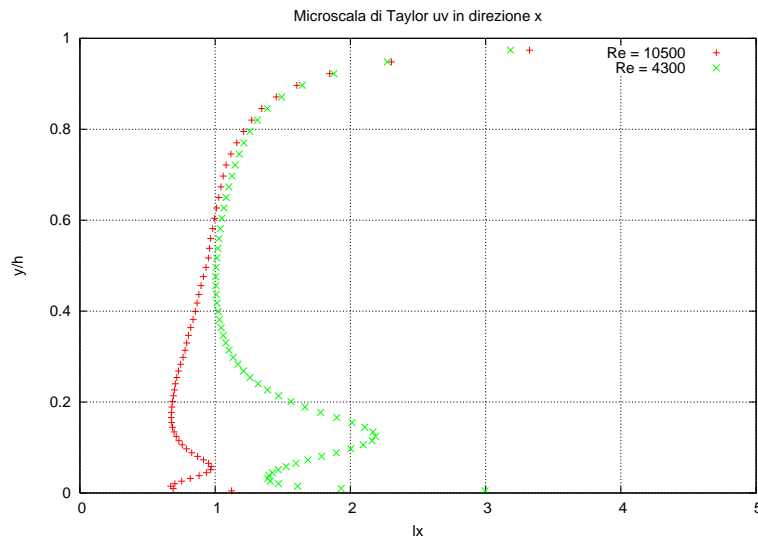


Figura 75: Andamento della microscala di Taylor in direzione *streamwise* per la componente  $R_{uv}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

Per quanto riguarda la direzione *streamwise* (Figura 75) si ha un andamento simile vicino a parete e in prossimità della semialtezza del canale. Il comportamento vicino a parete comprende la presenza di un'oscillazione con un minimo e un massimo a quote vicine che evidenzia fenomeni legati alle fluttuazioni  $u$  e  $v$  in questa direzione, mentre in prossimità della mezziera del canale l'andamento è crescente per entrambi i flussi. Nelle quote centrali si ha, invece, che il flusso a Reynolds elevato presenta un andamento crescente in maniera quasi lineare, mentre per il flusso a Reynolds basso l'andamento è prima decrescente per diventare crescente solo a quote più elevate. L'andamento in direzione *spanwise* della microscala di Taylor in funzione della quota è pressoché identico per entrambi i flussi, a meno di un *offset* orizzontale e di un riscaldamento verticale (quest'ultimo dovuto solo all'adimensionalizzazione). Si ha un minimo assoluto a quote molto basse e un andamento crescente quasi lineare fino a  $y^+ = 140$  per il flusso a Reynolds basso e a  $y^+ = 300$  per il flusso a Reynolds alto. Il minimo a bassa quota indica che il flusso vicino a parete è influenzato dalla presenza delle strisce a diversa velocità, mentre l'andamento lineare a quote più elevate evidenzia l'omogeneizzazione del flusso.

## 6.5 Scala integrale

Gli andamenti della scala integrale sono molto diversi per i due flussi (Figura 77): si ha un minimo assoluto molto pronunciato vicino a parete con una successiva crescita quasi lineare per il flusso a Reynolds basso, mentre per il

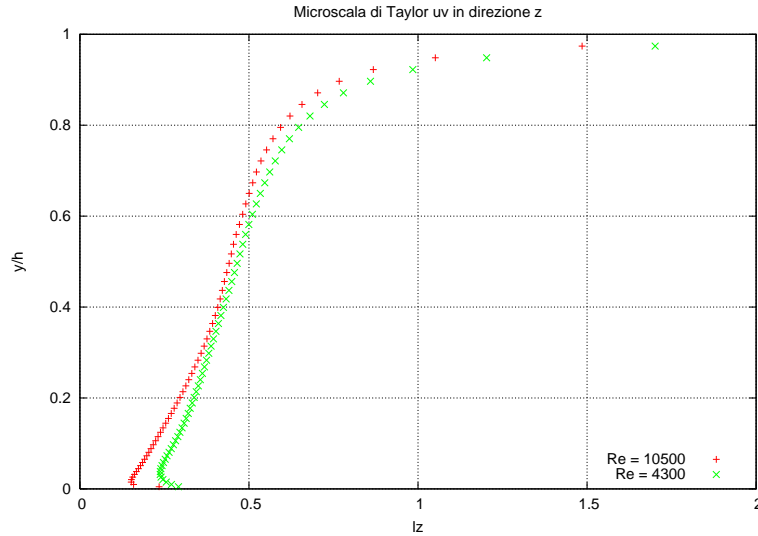


Figura 76: Andamento della microscala di Taylor in direzione *spanwise* per la componente  $R_{uv}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

flusso a Reynolds elevato il minimo è spostato a una quota superiore, è meno pronunciato e la crescita è non lineare. La presenza del minimo vicino a parete per il flusso a Reynolds basso è indice della presenza di fenomeni associati alle fluttuazioni di  $u$  e di  $v$  non presenti, invece, per il flusso a Reynolds alto. Si nota inoltre che, a differenza di ciò che avveniva per le autocorrelazioni, le scale integrali assumono valori negativi. Per quanto riguarda l'andamento in direzione *spanwise* (Figura 78) si nota una forte irregolarità per entrambi i flussi, con valori della scala integrale molto bassi. Ciò è quasi sicuramente dovuto ad errori numerici che rendono illeggibile il grafico.

## 6.6 Massimi e minimi di correlazione

I massimi di correlazione, a differenza delle componenti di autocorrelazione non sono unitari ed a separazione nulla.

I minimi di correlazione (Figura 79) hanno andamenti molto simili per entrambi i flussi, con la presenza di un'oscillazione accentuata vicino alla parete e la crescita monotona a partire da metà della semialtezza del canale. Si hanno due minimi della stessa identità a quote diverse:  $R_{uv} = -0.45$  a  $y^+ = 10$  e a  $y^+ = 150$  per il flusso a  $Re = 10500$ , mentre  $R_{uv} = -0.47$  per  $y^+ = 18$  e a  $y^+ = 90$  per il flusso a  $Re = 4300$ . I massimi di correlazione hanno, invece, andamenti molto diversi tra loro (Figura 80) per la presenza, nel flusso a Reynolds elevato, di un segmento costante tra  $y^+ = 50$  e  $y^+ = 200$ . Si nota invece un massimo assoluto per entrambi i flussi vicino a parete, alla stessa quota adimensionale in cui si ha un minimo assoluto nel grafico dei minimi di correlazione (Figura 79). Da notare, inoltre, che sia i massimi che i minimi, per entrambi i flussi, partono a parete da un valore nullo e raggiungono valore nullo nel centro del canale. Le separazioni dei minimi sono nulle per tutto il canale, sia in direzione *streamwise* (Figura 81) che in direzione *spanwise* (Figura 82), eccettuato il valore elevato nel

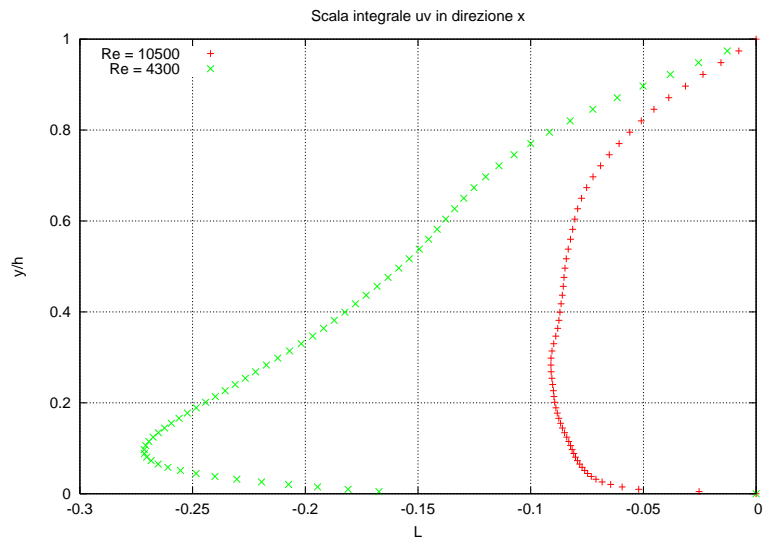


Figura 77: Andamento della scala integrale in direzione *streamwise* per la componente  $R_{uv}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

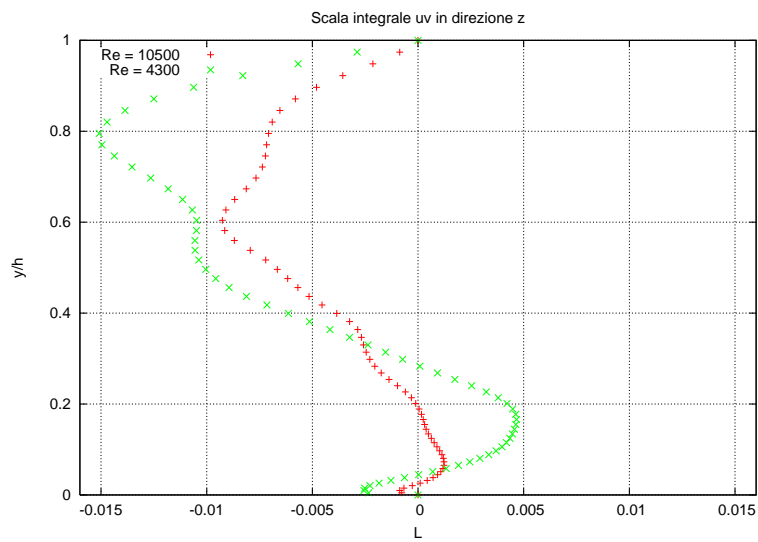


Figura 78: Andamento della scala integrale in direzione *spanwise* per la componente  $R_{uv}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

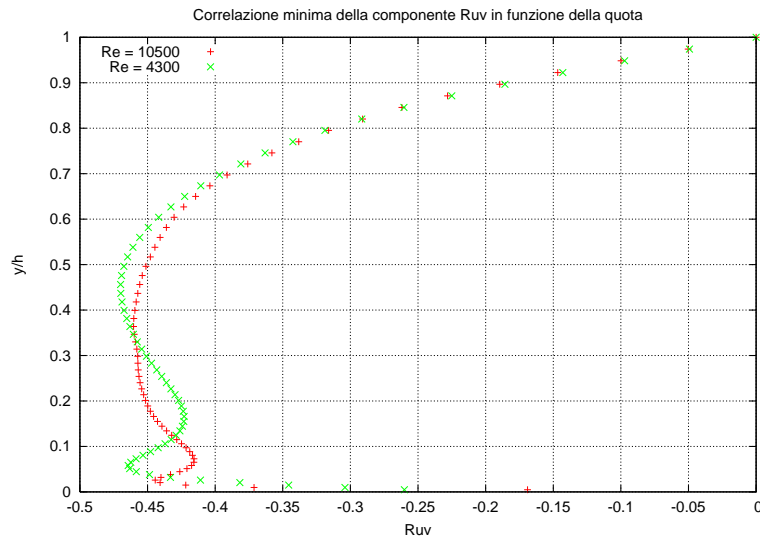


Figura 79: Andamento dei minimi di correlazione  $R_{uv}$  in funzione della quota

centro del canale che è molto probabilmente affetto da errore. Le separazioni dei massimi sono nulle (o mantengono comunque un valore basso) lungo tutta la semialtezza del canale in direzione *streamwise* (Figura 83). Si evidenziano valori non nulli vicino a parete per il flusso a  $Re = 4300$ , indice della presenza di errori numerici in questa zona. In direzione *spanwise* (Figura 84) si ha una crescita iniziale lineare del valore di separazione che successivamente si mantiene costante fino a centro canale. Per il flusso a  $Re = 10500$  la crescita si ha da  $y^+ = 0$  fino a  $y^+ = 200$ , mentre per il flusso a  $Re = 4300$  la crescita avviene da  $y^+ = 0$  fino a  $y^+ = 120$ .



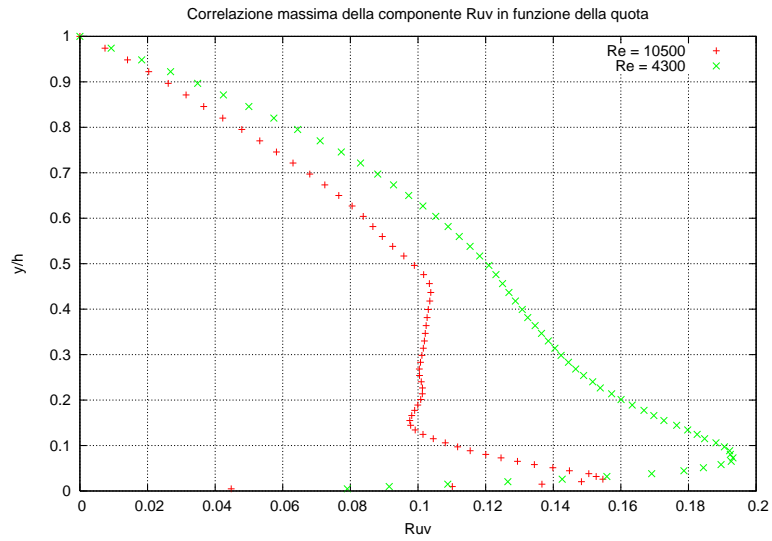


Figura 80: Andamento dei massimi di correlazione  $R_{uv}$  in funzione della quota

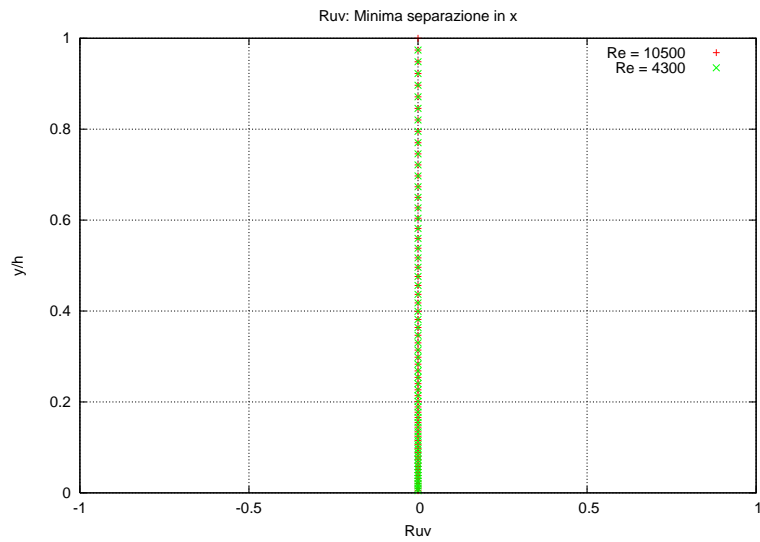


Figura 81: Separazione dei minimi di correlazione per la componente  $R_{uv}$  in direzione *streamwise*

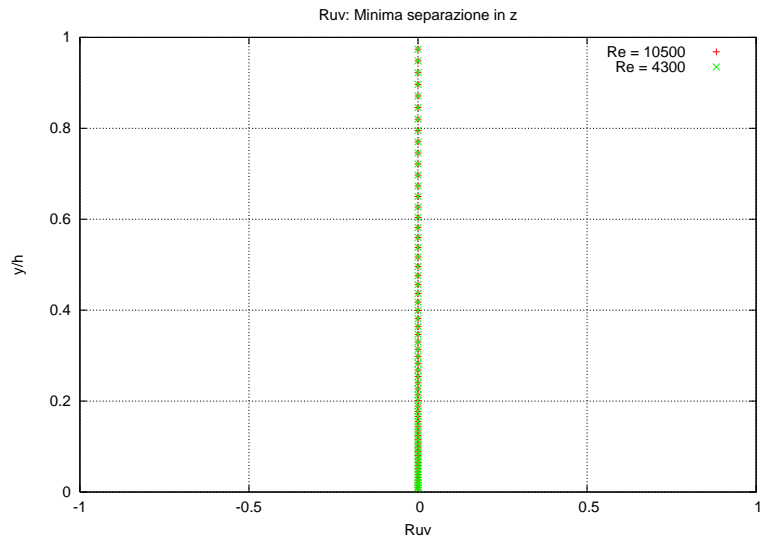


Figura 82: Separazione dei minimi di correlazione per la componente  $R_{uv}$  in direzione *spanwise*

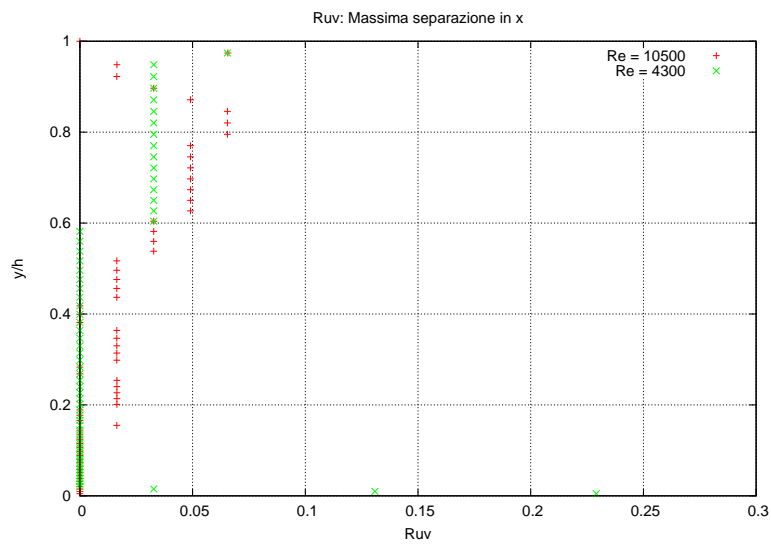


Figura 83: Separazione dei massimi di correlazione per la componente  $R_{uv}$  in direzione *streamwise*

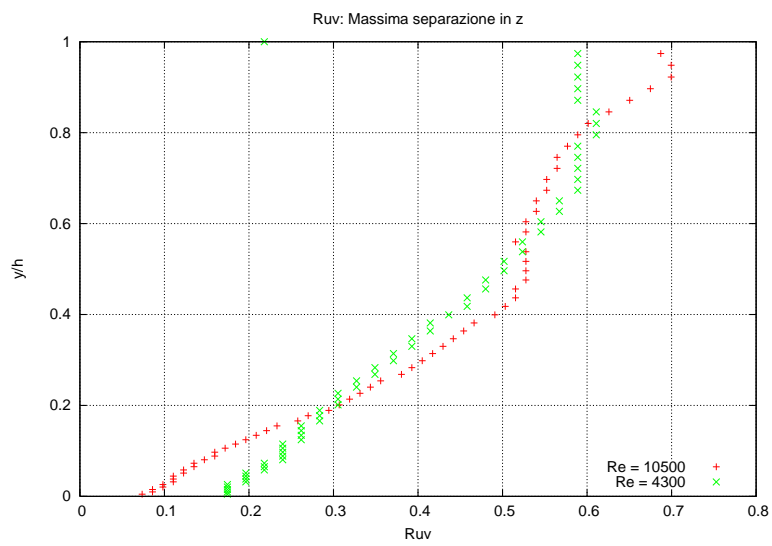


Figura 84: Separazione dei massimi di correlazione per la componente  $R_{uv}$  in direzione *spanwise*

## 6.7 Correlazioni tridimensionali

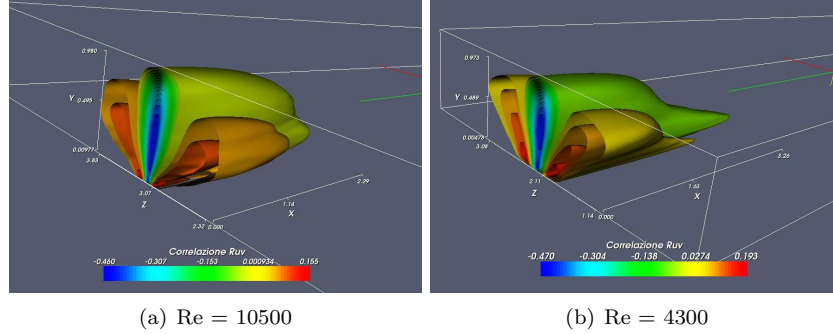


Figura 85: Vista complessiva

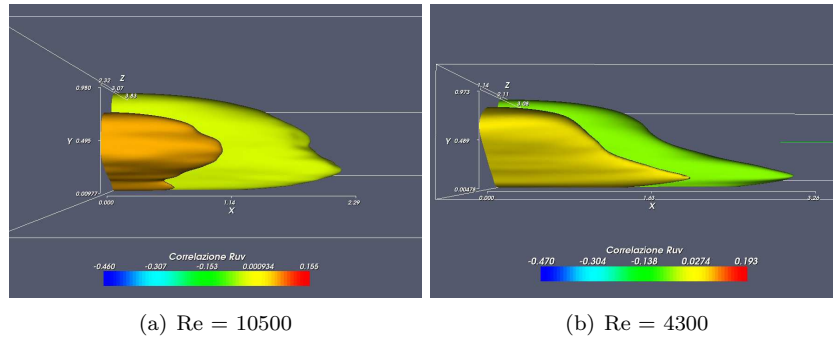


Figura 86: Vista laterale

Le correlazioni tridimensionali evidenziano un comportamento molto simile tra i due flussi a numeri di Reynolds diversi rispetto ai grafici relativi alle autocorrelazioni analizzati in precedenza. L'unica differenza apprezzabile consiste nella forma appuntita delle isosuperfici a correlazione costante per il flusso a  $Re = 4300$ , che non si riscontra per il flusso a  $Re = 10500$ . Non si riscontrano strutture coerenti particolari come quelle analizzate per le componenti  $R_{vv}$  e  $R_{ww}$ .

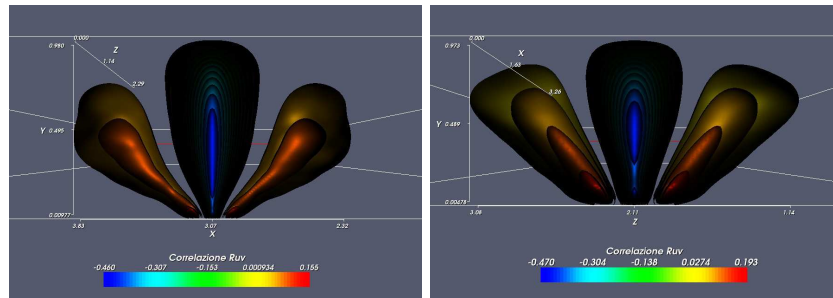
## 7 Componente $R_{uw}$

La componente  $R_{uw}$  del tensore di correlazione valuta l'influenza tra la fluttuazione di velocità in direzione *streamwise* e quella in direzione *spanwise*.

### 7.1 Distanza dalla parete $y^+ = 5$ e $y^+ = 6$

Viene analizzato l'andamento della componente  $R_{uw}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione nelle due direzioni omogenee.

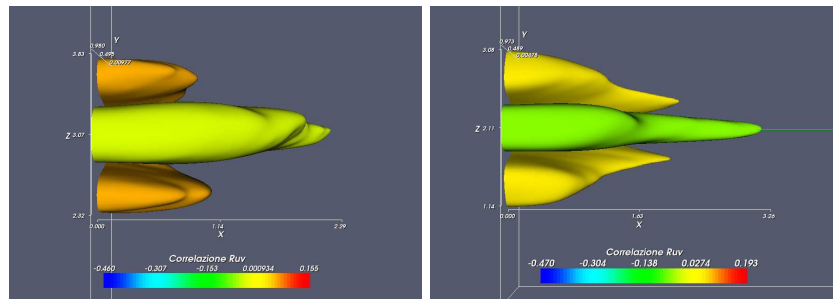
I valori assunti dalla componente  $R_{uw}$  in funzione della separazione in direzione *streamwise* sono molto bassi (Figura 91) per entrambi i flussi. Di conseguenza,



(a)  $Re = 10500$

(b)  $Re = 4300$

Figura 87: Vista posteriore



(a)  $Re = 10500$

(b)  $Re = 4300$

Figura 88: Vista superiore

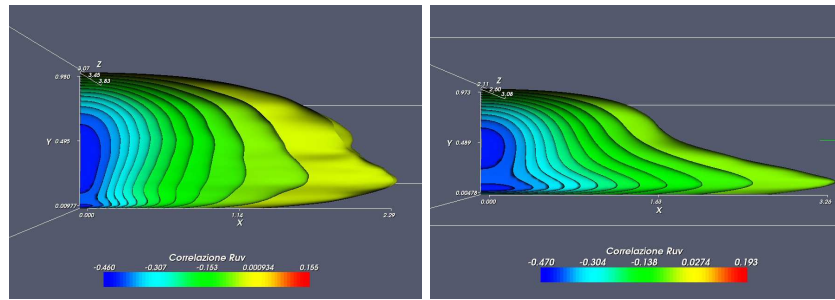
il comportamento irregolare che si presenta è molto probabilmente associabile ad errori numerici. Al contrario, per quanto riguarda la direzione *spanwise* (Figura 92), si può notare un andamento antisimmetrico rispetto all'asse delle ordinate, che è la causa dei valori bassi della correlazione in direzione *streamwise*. I valori sono inferiori di circa un ordine di grandezza rispetto a quelli della componente  $R_{uv}$  e molto probabilmente sono composti in larga parte da errori numerici.

## 7.2 Distanza dalla parete: $y^+ = 150$

Anche per quanto riguarda la quota  $y^+ = 150$  i valori assunti dalla componente  $R_{uw}$  in funzione della separazione  $x$  (Figura 93) sono molto bassi e quindi risultano essere affetti da errori numerici. In analogia con la quota più bassa, per la curva in funzione della separazione  $z$  (Figura 94) si può distinguere un andamento antisimmetrico con la tendenza ad annullare il valore della componente  $R_{uw}$  all'aumentare della separazione.

## 7.3 Distanza dalla parete: $y^+ = 350$

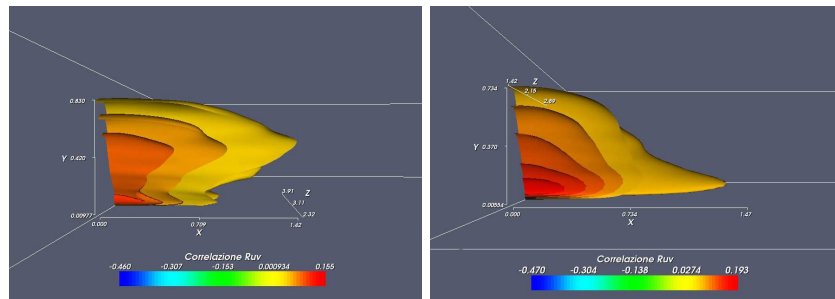
Anche ad una quota elevata si ha lo stesso comportamento evidenziato in precedenza. Il grafico (Figura 95a) mostra infatti che i valori della componente  $R_{uw}$  sono molto vicini allo zero e oscillano senza avere un andamento globalmente



(a)  $Re = 10500$

(b)  $Re = 4300$

Figura 89: Vista della struttura centrale tagliata



(a)  $Re = 10500$

(b)  $Re = 4300$

Figura 90: Vista delle strutture laterali tagliate

monotono. Il grafico (Figura 95b) mostra che per bassi valori di separazione l'andamento è quello già visto per le quote più basse, mentre ad una separazione superiore a 2 si ha un allontanamento del valore di correlazione dallo zero.

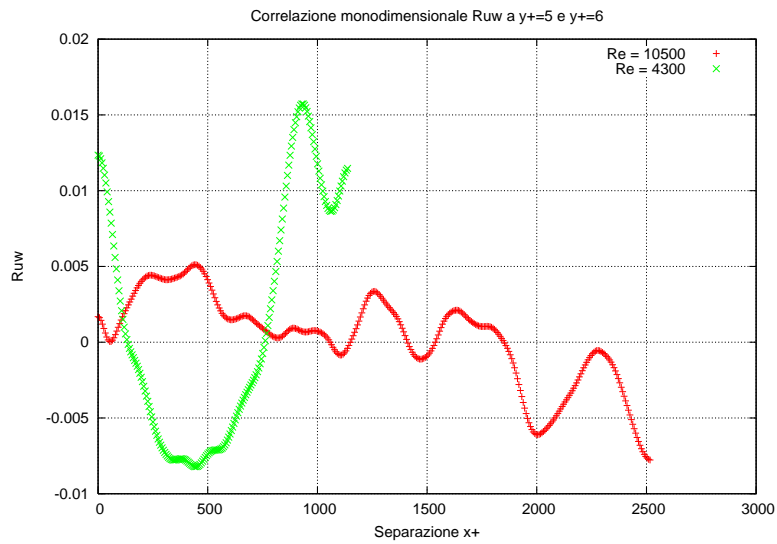


Figura 91: Componente  $R_{uw}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *streamwise*

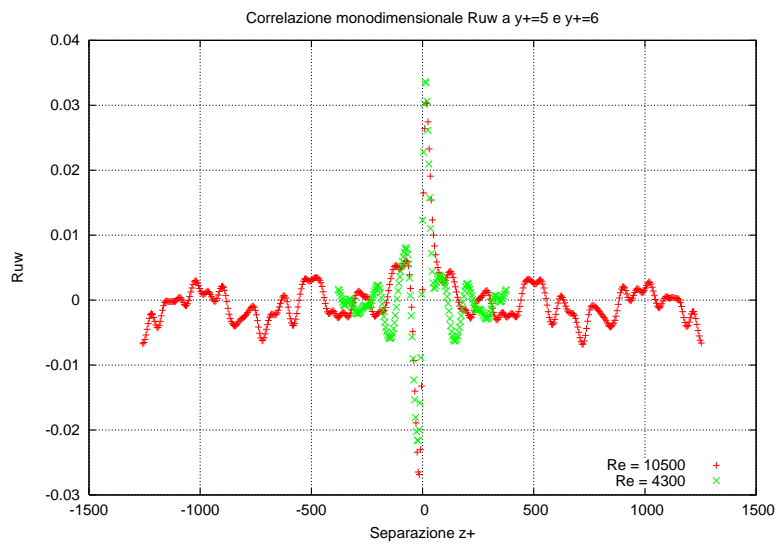


Figura 92: Componente  $R_{uw}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *spanwise*

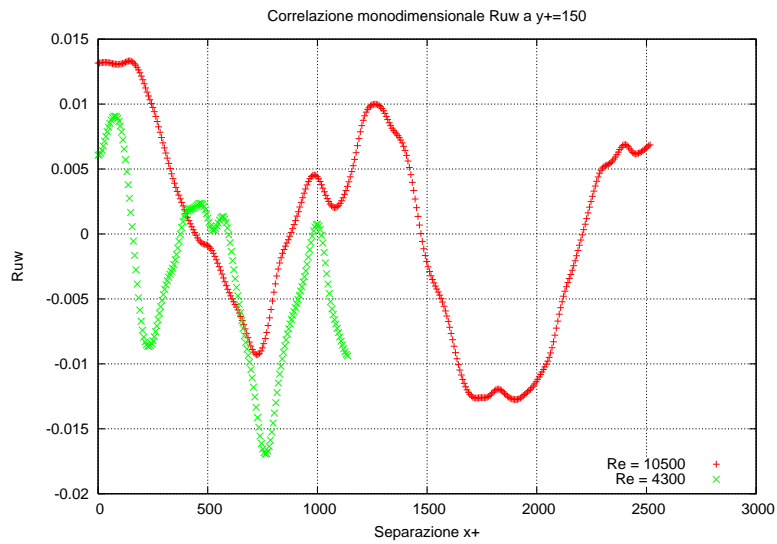


Figura 93: Componente  $R_{uw}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *streamwise*

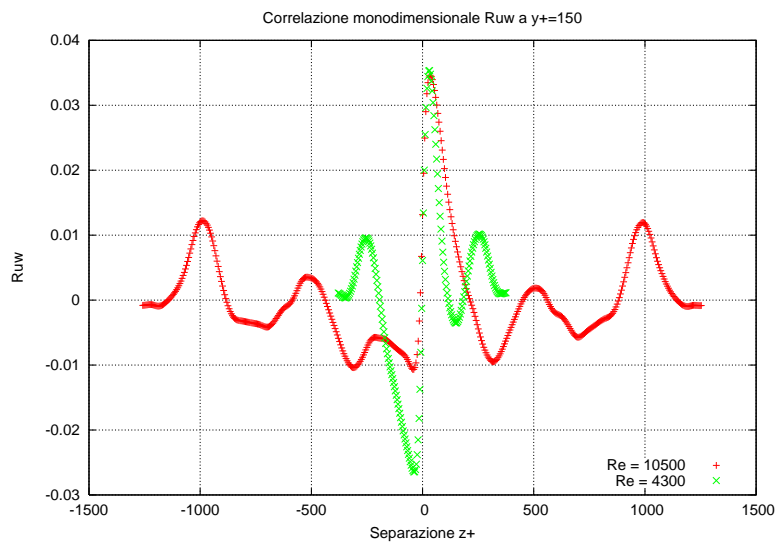


Figura 94: Componente  $R_{uw}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *spanwise*



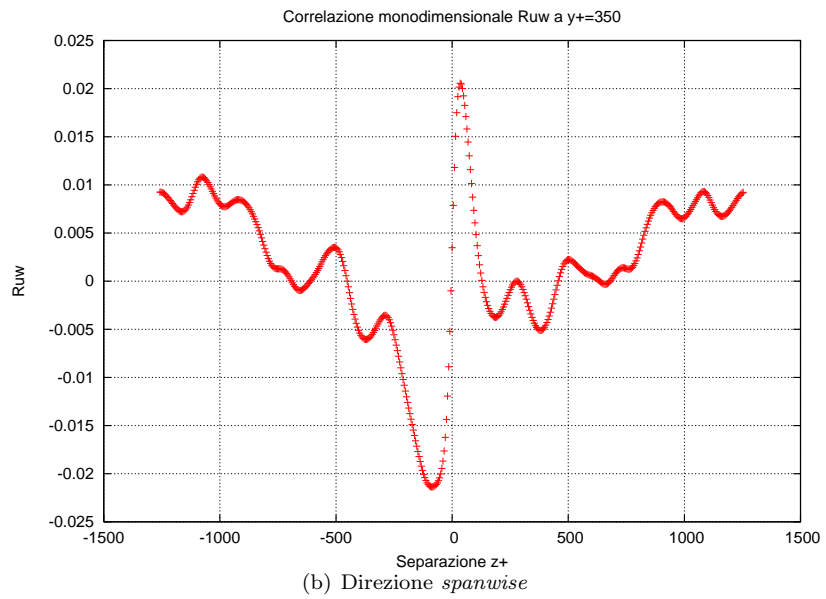
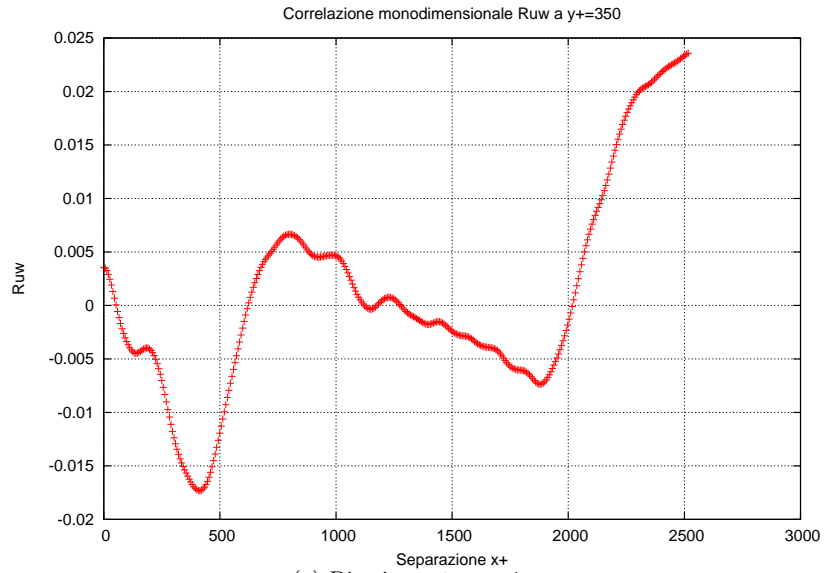


Figura 95: Flusso a  $Re = 10500$  - Componente  $R_{uw}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione a  $y^+ = 350$

## 7.4 Microscala di Taylor

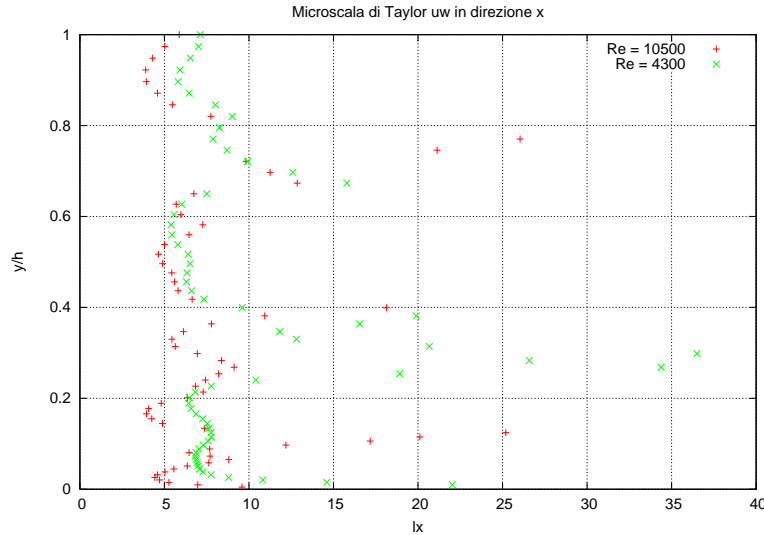


Figura 96: Andamento della microscala di Taylor in direzione *streamwise* per la componente  $R_{uw}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

Gli andamenti delle microscale di Taylor nelle due direzioni omogenee (Figura 96 e 97) presentano dei picchi molto intensi e in generale hanno un valore mediamente superiore di due ordini di grandezza rispetto alle altre componenti del tensore di correlazione. Si può ragionevolmente supporre che questi valori siano legati alle forti oscillazioni mostrate nei grafici precedenti e che quindi i valori delle microscale siano affetti da rumore.

## 7.5 Scala integrale

Gli andamenti delle scale integrali sono oscillatori attorno al valore nullo, sia in direzione *streamwise* (Figura 98) che in direzione *spanwise* (Figura 99), con valori molto bassi. Anche in questo caso si può supporre che le misure siano affette da errori numerici.

## 7.6 Massimi e minimi di correlazione

L'andamento dei minimi di correlazione (Figura 100) è simile per i due flussi a Reynolds diversi a meno di un *offset* e di una riscalatura in direzione normale alla parete. Si nota la presenza di un minimo relativo per il flusso a Reynolds basso, mentre per entrambi i flussi si ha un massimo per  $y^+ = 40$ . I massimi di correlazione (Figura 101) sono pressoché simmetrici rispetto ai minimi (Figura 100), presentando valori di segno opposto, ma uguali in intensità, e un minimo in  $y^+ = 40$ . L'andamento della separazione dei minimi di correlazione in direzione  $x$  (Figura 102) è diverso per i due flussi. Si ha un minimo a  $y^+ = 50$  per entrambi, con una crescita fino al valore massimo a  $y^+ = 200$  ed una successiva diminuzione per il flusso a  $Re = 10500$ , mentre un assestamento ad un valore costante per il flusso a  $Re = 4300$ . In direzione  $z$  (Figura 103)

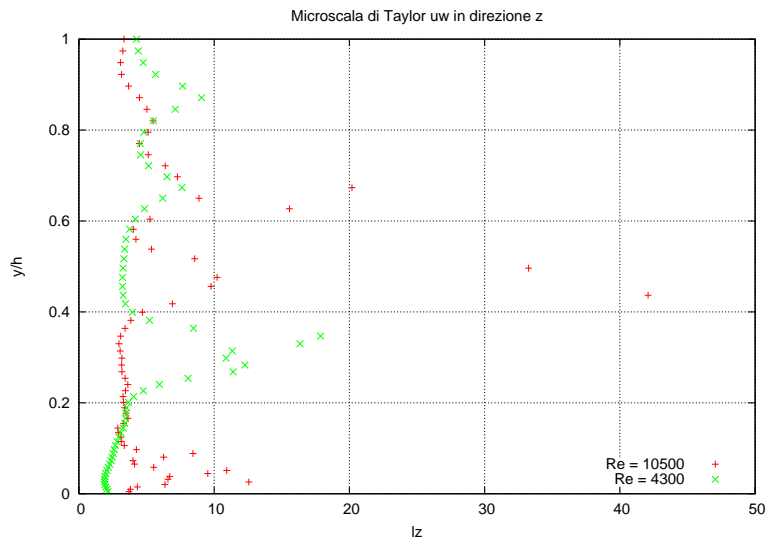


Figura 97: Andamento della microscala di Taylor in direzione *spanwise* per la componente  $R_{uw}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

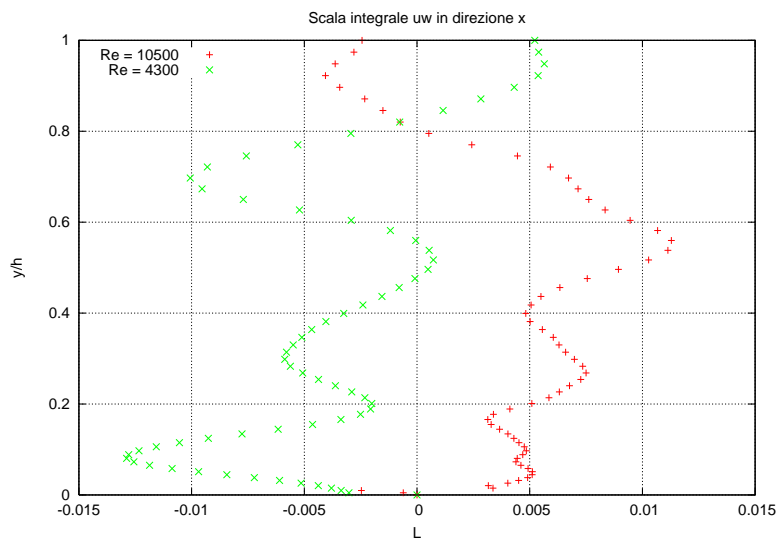


Figura 98: Andamento della scala integrale in direzione *streamwise* per la componente  $R_{uw}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

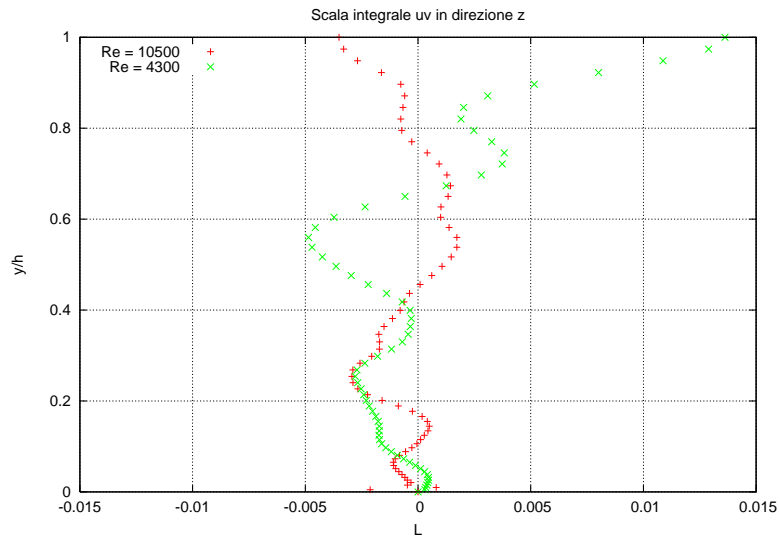


Figura 99: Andamento della scala integrale in direzione *spanwise* per la componente  $R_{uv}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

i due andamenti sono simili, con una crescita pressoché lineare e successivamente un assestamento ad un valore costante fino a centro canale. Per il flusso a  $Re = 10500$  la separazione dei minimi in direzione  $z$  si riduce leggermente oltre la quota  $y^+ = 250$ . Per la separazione dei massimi sia in direzione  $x$  (Figura 104) che in direzione  $z$  (Figura 105) si hanno gli stessi comportamenti presentati per le separazioni minime.

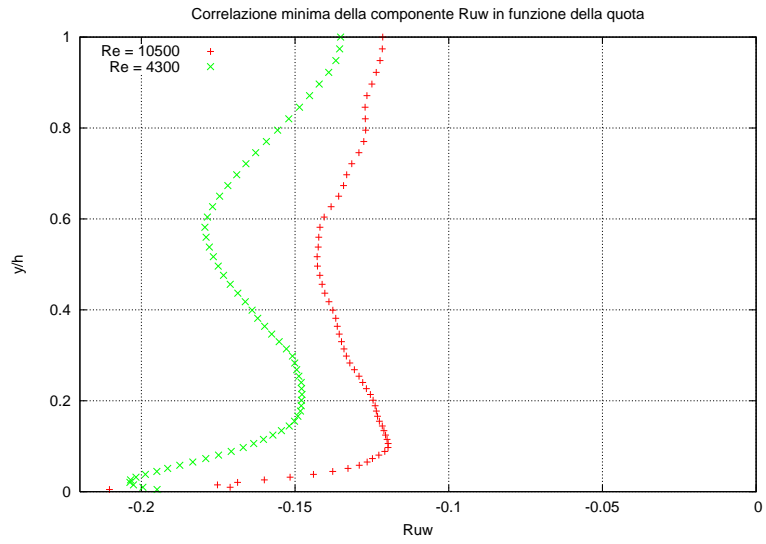


Figura 100: Andamento dei minimi di correlazione  $R_{uw}$  in funzione della quota

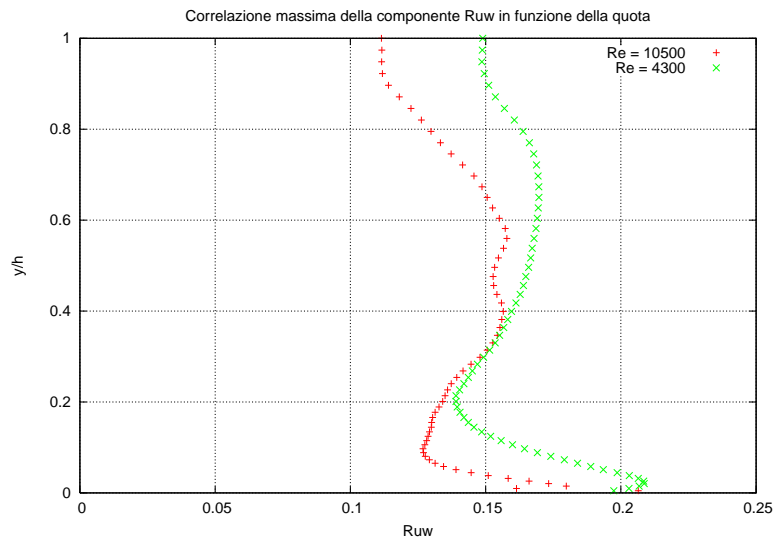


Figura 101: Andamento dei massimi di correlazione  $R_{uw}$  in funzione della quota

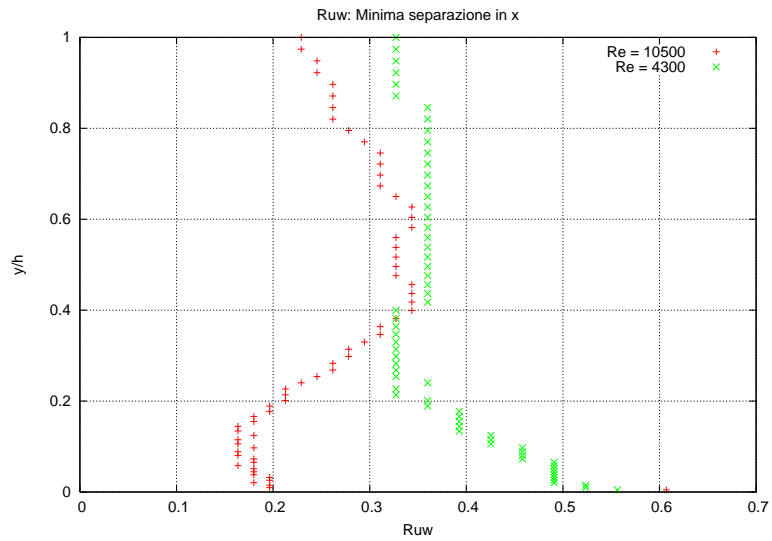


Figura 102: Separazione dei minimi di correlazione per la componente  $R_{uw}$  in direzione *streamwise*

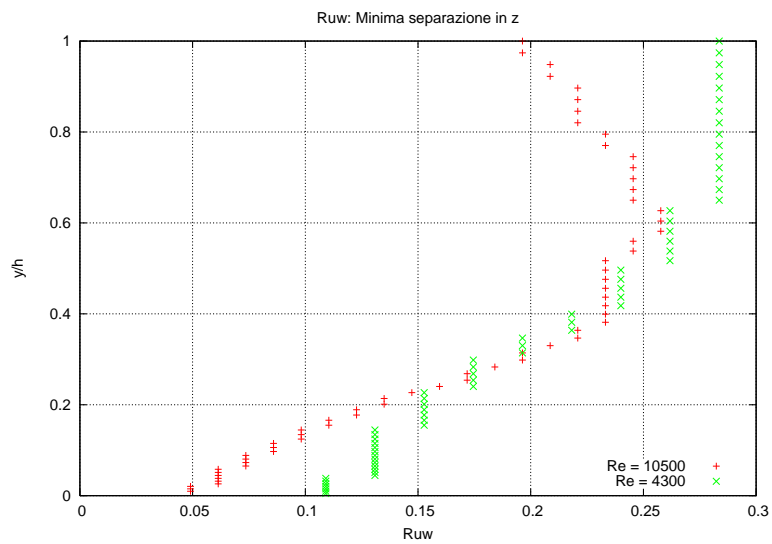


Figura 103: Separazione dei minimi di correlazione per la componente  $R_{uw}$  in direzione *spanwise*

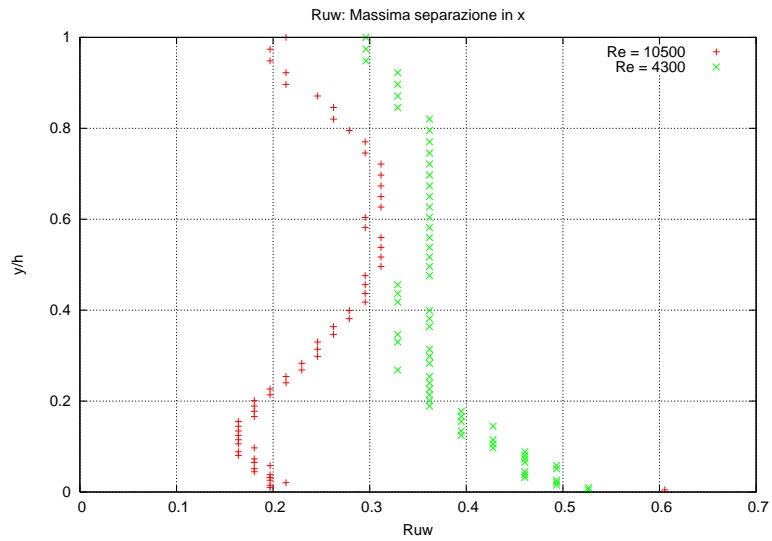


Figura 104: Separazione dei massimi di correlazione per la componente  $R_{uw}$  in direzione *streamwise*

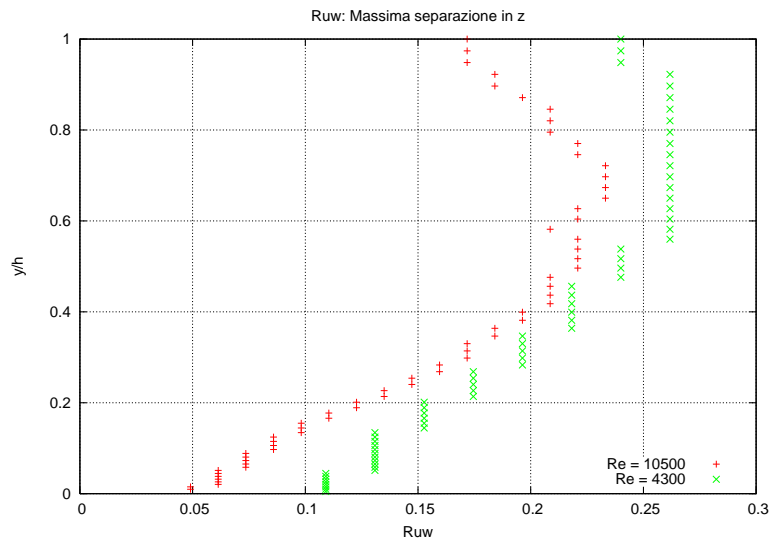


Figura 105: Separazione dei massimi di correlazione per la componente  $R_{uw}$  in direzione *spanwise*

## 7.7 Correlazioni tridimensionali

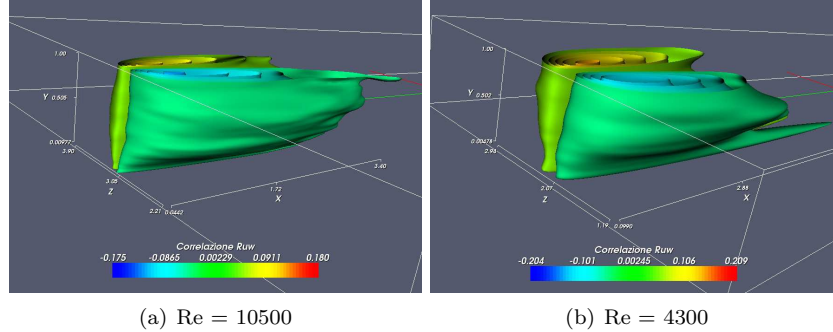


Figura 106: Vista complessiva

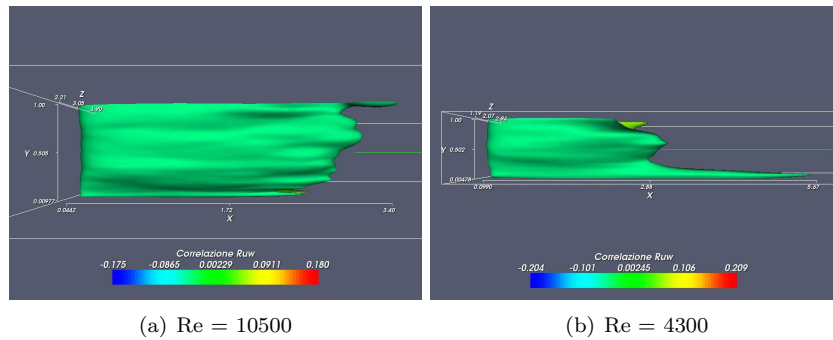


Figura 107: Vista laterale

Le strutture che vengono messe in evidenza dalle isosuperfici a correlazione costante differiscono totalmente da quelle commentate per tutte le precedenti componenti del tensore di correlazione. Viene così a mancare la struttura centrale a correlazione positiva affiancata da due strutture laterali a correlazione negativa. Per la componente  $R_{uw}$  si hanno invece due strutture di dimensioni paragonabili: una a correlazione positiva e una a correlazione negativa. Si nota la stessa diversità di forma (appuntita e arrotondata, Figura 107) già riscontrata nelle precedenti analisi.

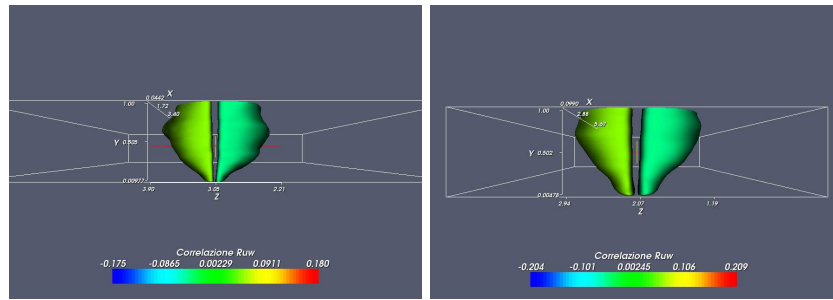
## 8 Componente $R_{vw}$

La componente  $R_{vw}$  del tensore di correlazione valuta l'influenza tra la fluttuazione di velocità in direzione normale alla parete e quella in direzione *span-wise*.

### 8.1 Distanza dalla parete $y^+ = 5$ e $y^+ = 6$

Viene analizzato l'andamento della componente  $R_{vw}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione nelle due direzioni omogenee.

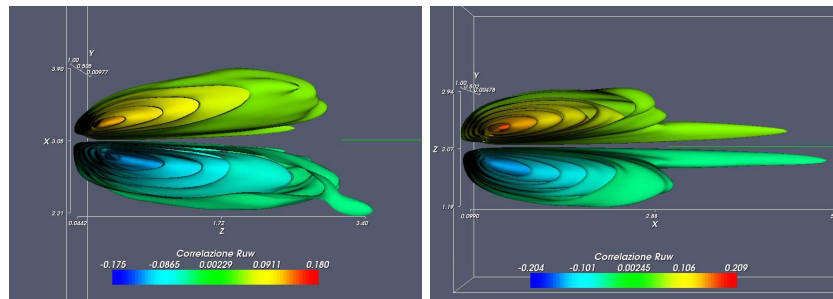




(a)  $Re = 10500$

(b)  $Re = 4300$

Figura 108: Vista posteriore



(a)  $Re = 10500$

(b)  $Re = 4300$

Figura 109: Vista superiore

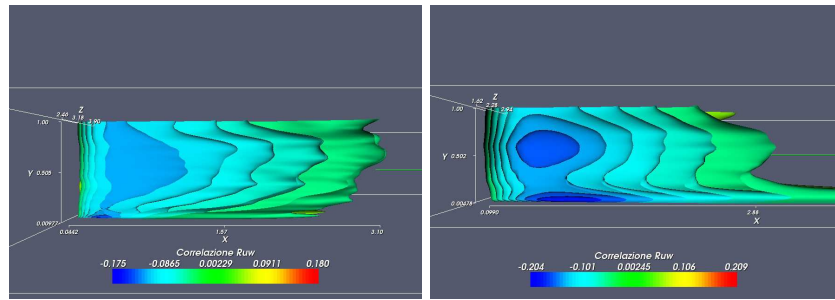
Come per la componente  $R_{uw}$ , anche la  $R_{vw}$  presenta andamenti oscillatori in funzione della separazione in direzione *streamwise* (Figura 111). I valori, inoltre, sono molto bassi e si può quindi affermare che sono affetti da errori numerici. L'andamento di  $R_{vw}$  in direzione *spanwise* (Figura 112), invece, è antisimmetrico e ben delineato. Dopo un picco a un basso valore di separazione si attesta attorno al valore nullo con diverse oscillazioni di lieve entità.

## 8.2 Distanza dalla parete: $y^+ = 150$

Anche in questo caso, sia per la direzione *streamwise* (Figura 113) che per quella *spanwise* (Figura 114) si hanno oscillazioni attorno al valore nullo e valori molto bassi, imputabili ad errori numerici, con un andamento più classico per quanto riguarda la separazione  $z$ .

## 8.3 Distanza dalla parete: $y^+ = 350$

Anche a distanza più elevata dalla parete (Figura 115) valgono le stesse considerazioni fatte per le curve a distanze diverse.



(a)  $Re = 10500$

(b)  $Re = 4300$

Figura 110: Vista della struttura a correlazione positiva tagliata

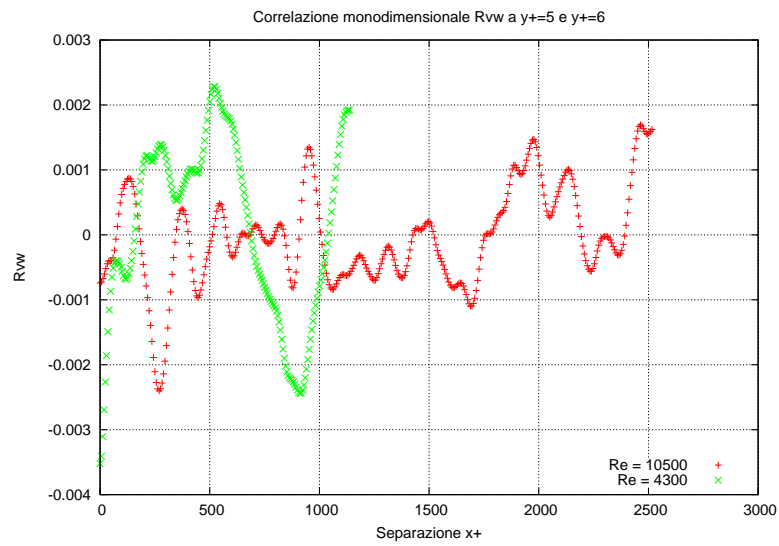


Figura 111: Componente  $R_{vw}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *streamwise*

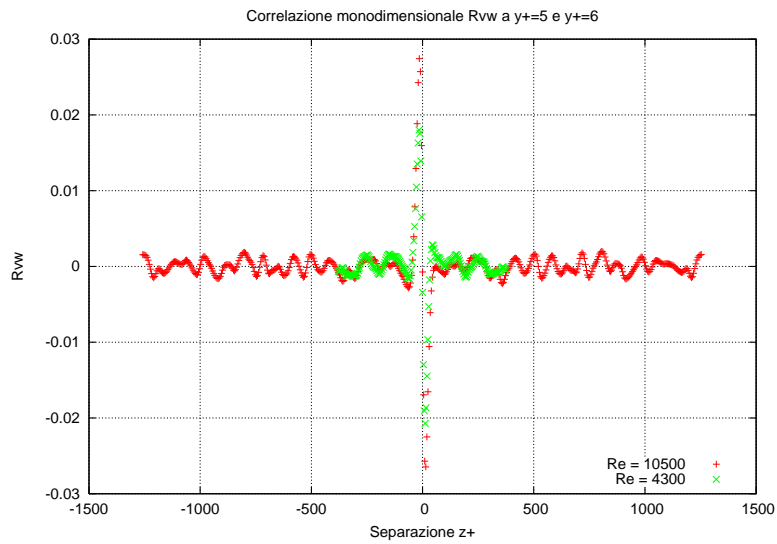


Figura 112: Componente  $R_{uv}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *spanwise*

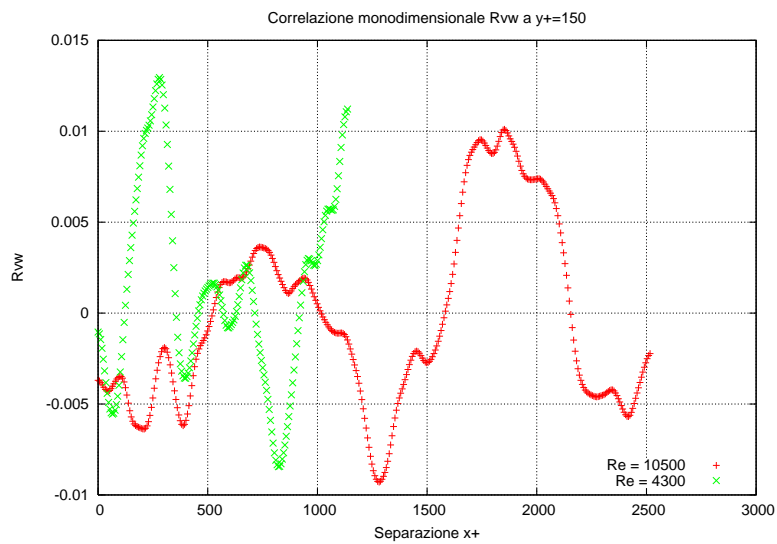


Figura 113: Componente  $R_{vw}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *streamwise*

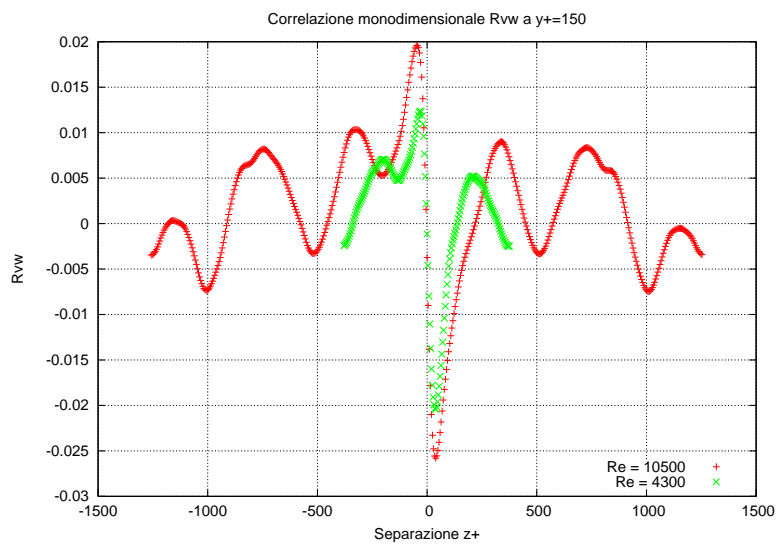


Figura 114: Componente  $R_{vw}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione in direzione *spanwise*

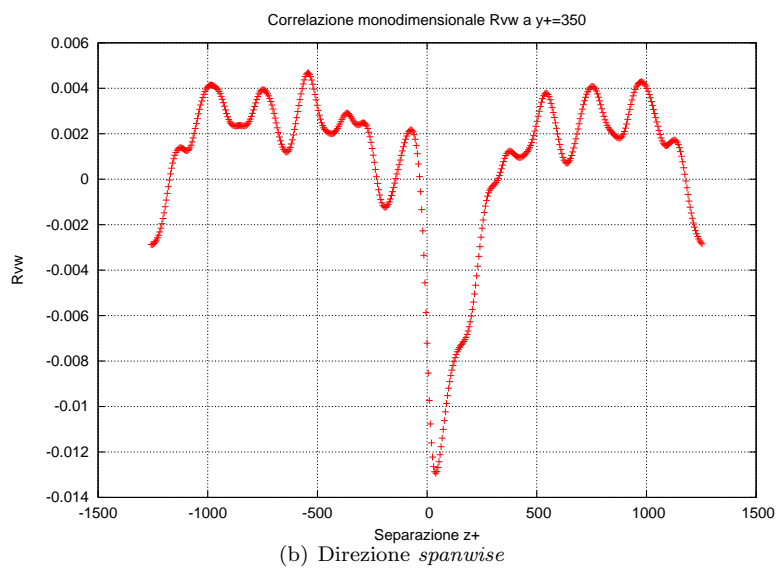
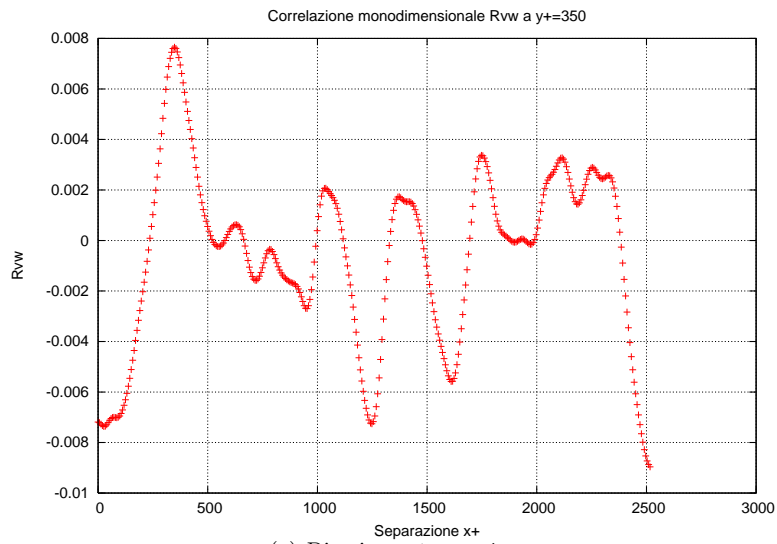


Figura 115: Flusso a  $Re = 10500$  - Componente  $R_{vw}$  del tensore di correlazione in funzione della separazione a  $y^+ = 350$

## 8.4 Microscala di Taylor

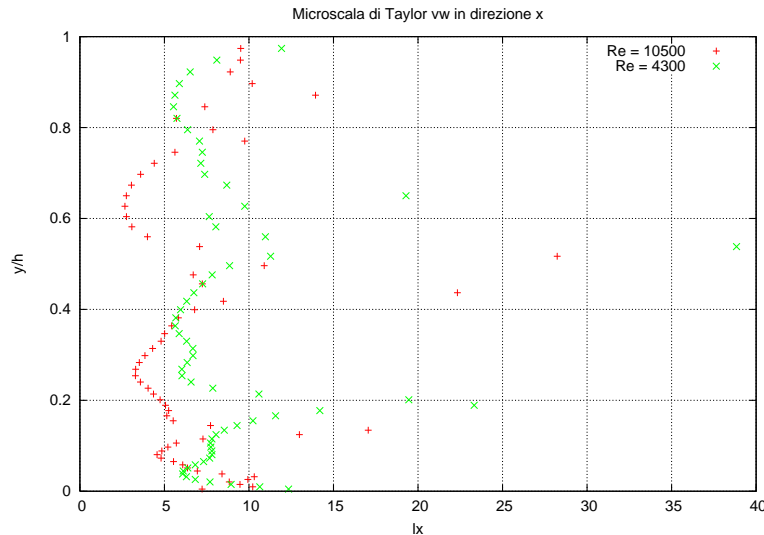


Figura 116: Andamento della microscala di Taylor in direzione *streamwise* per la componente  $R_{vw}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

Per la microscala di Taylor (Figura 116 e 117) valgono le considerazioni fatte per la componente  $R_{uw}$ . Si hanno infatti valori piuttosto elevati, dovuti alle oscillazioni della componente del tensore di correlazione in funzione della separazione, sia in direzione *streamwise* che *spanwise*. Questi valori sono falsati dagli stessi errori numerici che causano le oscillazioni, come visto nei grafici (Figura 111, 112, 113, 114 e 115)

## 8.5 Scala integrale

Anche per la scala integrale vale l'osservazione fatta riguardo la microscala di Taylor. Essendo i valori molto piccoli e intorno allo zero si può affermare che sono costituiti principalmente da rumore, anche se è possibile distinguere un andamento in funzione della quota. I valori non oscillano, infatti, quanto quelli delle microscale e delle correlazioni alle diverse quote.

## 8.6 Massimi e minimi di correlazione

I minimi di correlazione (Figura 120) presentano tre zone diverse: la zona vicino alla parete in cui la correlazione minima diminuisce fino a raggiungere un minimo per  $y^+ = 25$ , la zona centrale in cui i minimi rimangono costanti (simile alla componente  $R_{uw}$ ), e la zona verso la mezzeria del canale in cui la correlazione minima torna a crescere fino allo stesso valore assunto a parete. Anche in questo caso, come per la componente  $R_{uw}$  i massimi di correlazione sono pressoché simmetrici rispetto ai minimi, sia come andamento che come valori. Presentano un massimo per  $y^+ = 25$  e  $y^+ = 20$  rispettivamente per i flussi a Reynolds alto e basso, una zona centrale costante e una zona vicina alla mezzeria del canale in cui la correlazione massima diminuisce fino a raggiungere il

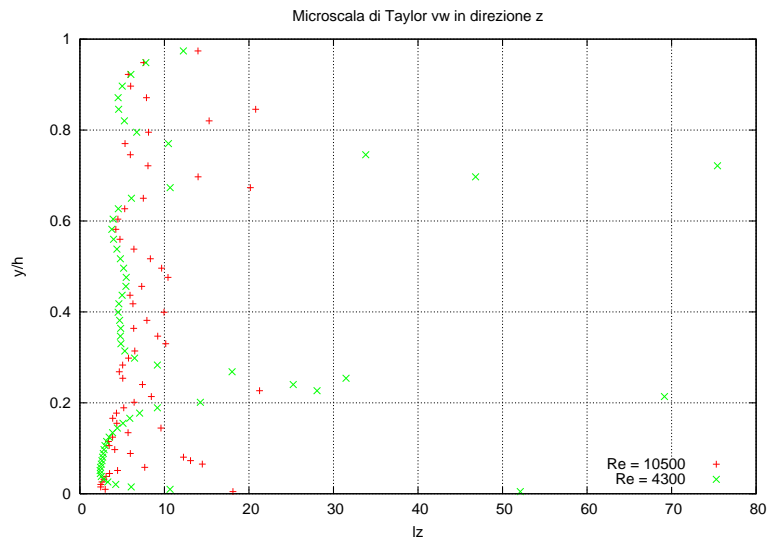


Figura 117: Andamento della microscala di Taylor in direzione *spanwise* per la componente  $R_{vw}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

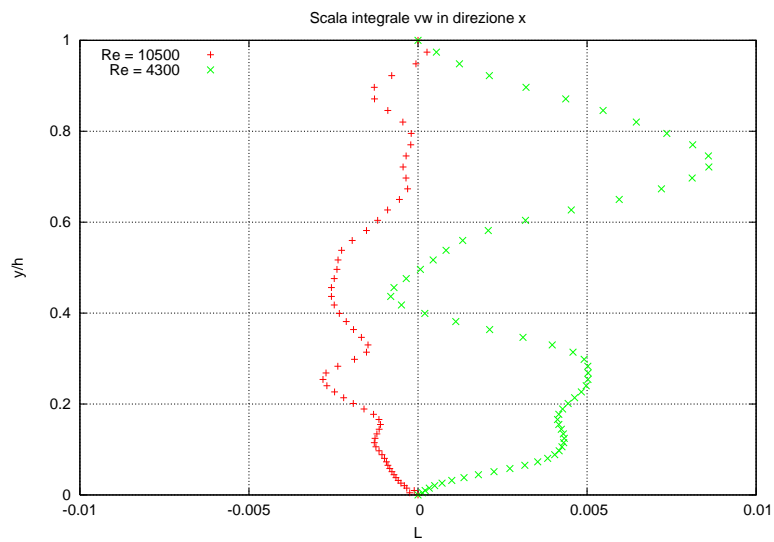


Figura 118: Andamento della scala integrale in direzione *streamwise* per la componente  $R_{vw}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

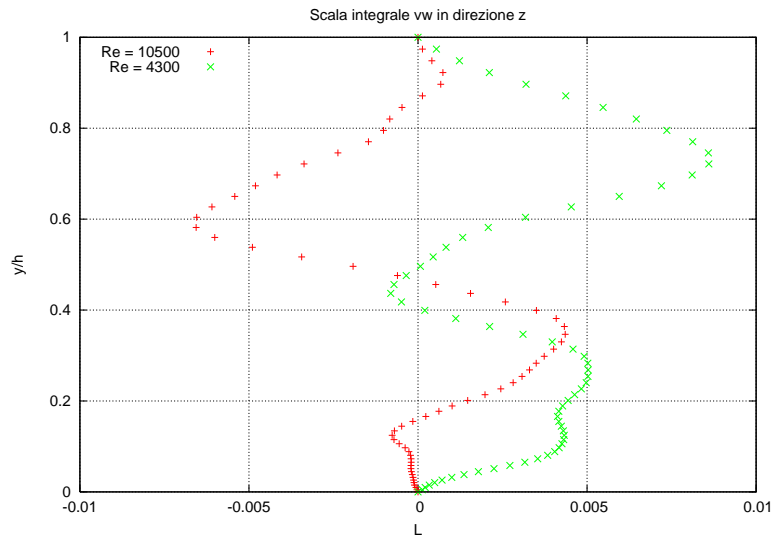


Figura 119: Andamento della scala integrale in direzione *spanwise* per la componente  $R_{vw}$  del tensore di correlazione in funzione della quota

valore assunto a parete. La separazione dei minimi di correlazione in direzione *streamwise* (Figura 122) è pressoché costante per i due flussi a Reynolds diverso. Si presentano valori leggermente oscillanti nella zona vicino alla parete e nel centro del canale, dovuti probabilmente ad errori numerici. In direzione *spanwise* (Figura 123) la separazione dei minimi è leggermente crescente fino a metà della semialtezza e si attesta ad un valore costante nella parte successiva fino al centro del canale. Si osserva che la separazione dei minimi nelle due direzioni è la stessa e si può quindi supporre l'esistenza di fenomeni legati alle fluttuazioni  $v$  e  $w$  a metà del semicanale, dove la separazione in direzione  $z$  si attesta al valore costante. Per quanto riguarda la separazione dei massimi di correlazione valgono le stesse considerazioni riguardanti i minimi di separazione sia in direzione *streamwise* (Figura 124) che in direzione *spanwise* (Figura 125).



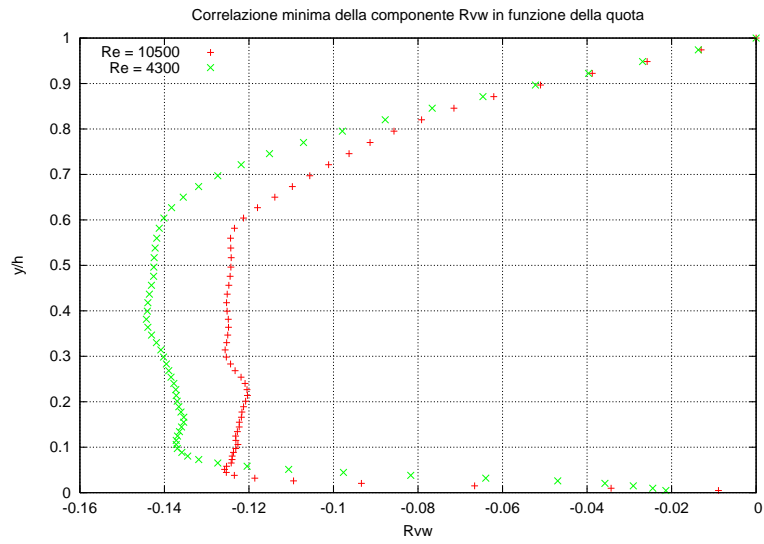


Figura 120: Andamento dei minimi di correlazione  $R_{vw}$  in funzione della quota

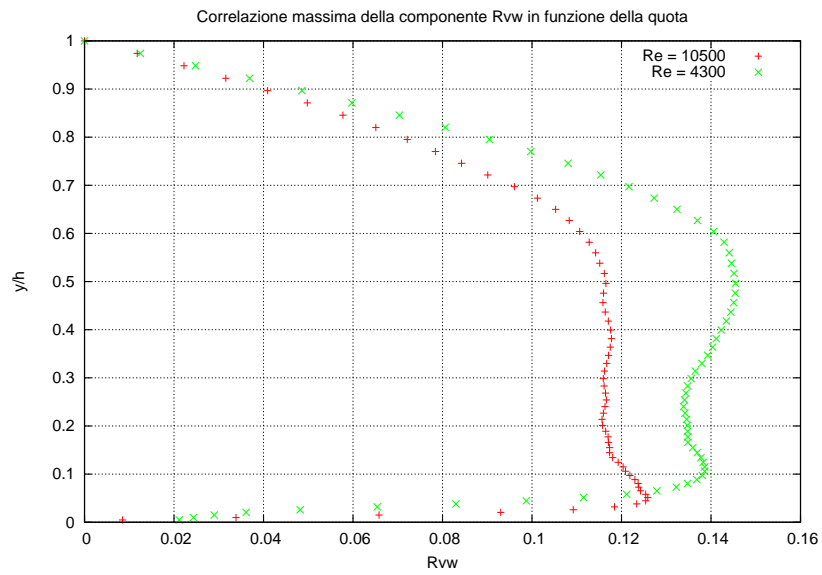


Figura 121: Andamento dei massimi di correlazione  $R_{vw}$  in funzione della quota

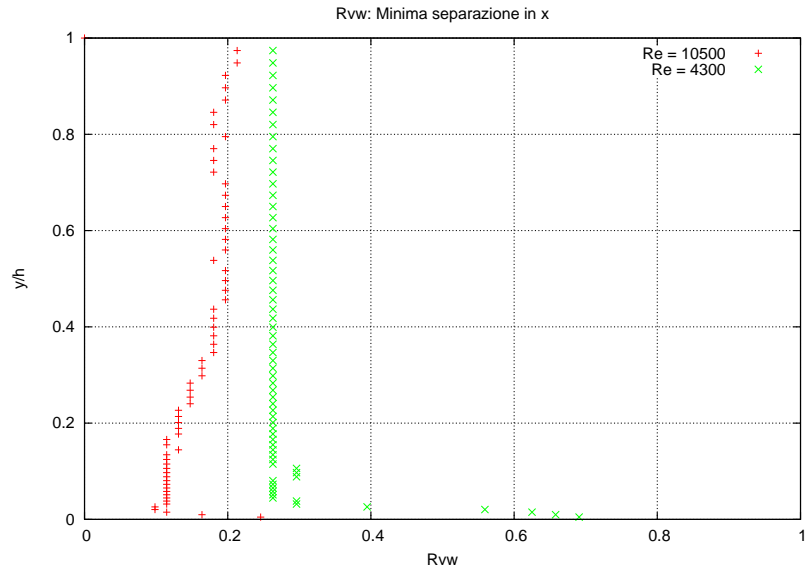


Figura 122: Separazione dei minimi di correlazione per la componente  $R_{vw}$  in direzione *streamwise*

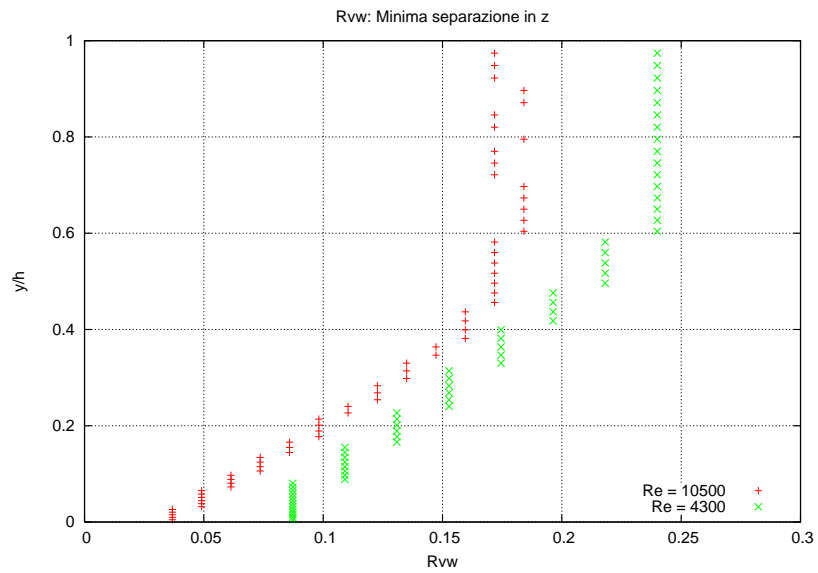


Figura 123: Separazione dei minimi di correlazione per la componente  $R_{vw}$  in direzione *spanwise*

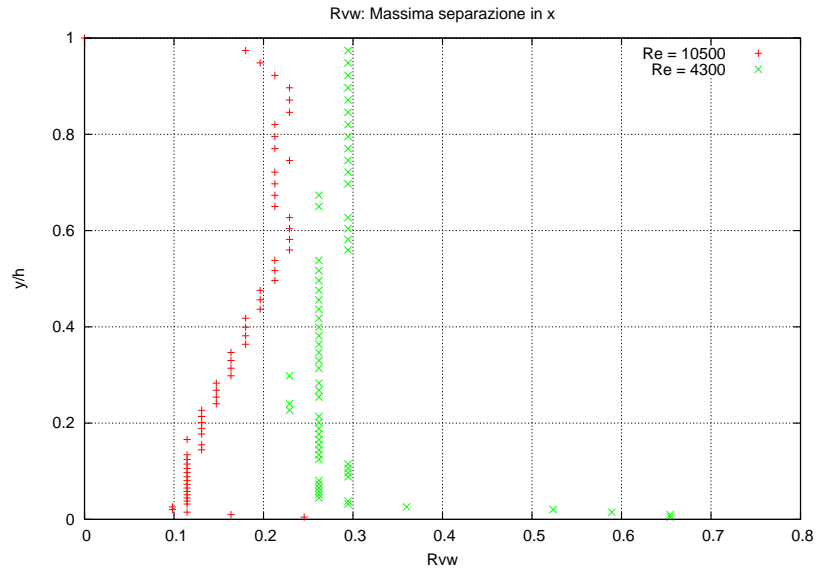


Figura 124: Separazione dei massimi di correlazione per la componente  $R_{vw}$  in direzione *streamwise*

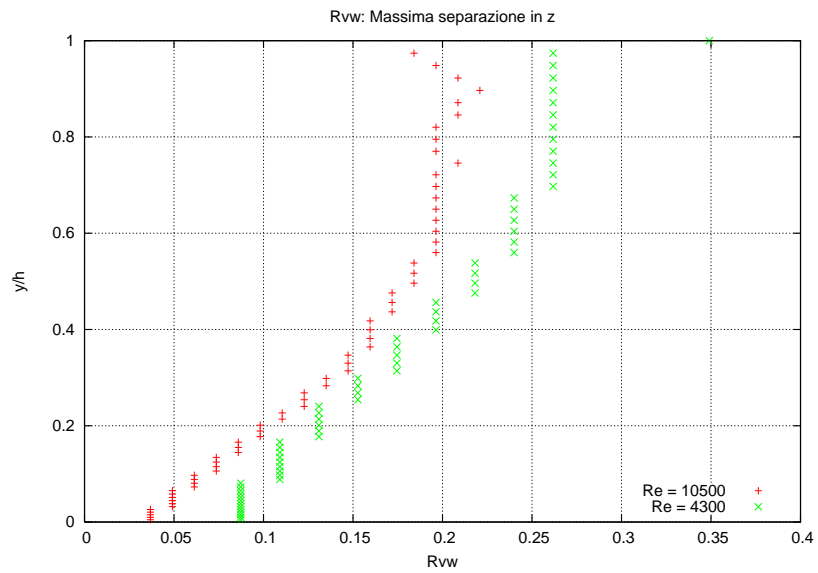


Figura 125: Separazione dei massimi di correlazione per la componente  $R_{vw}$  in direzione *spanwise*

## 8.7 Correlazioni tridimensionali

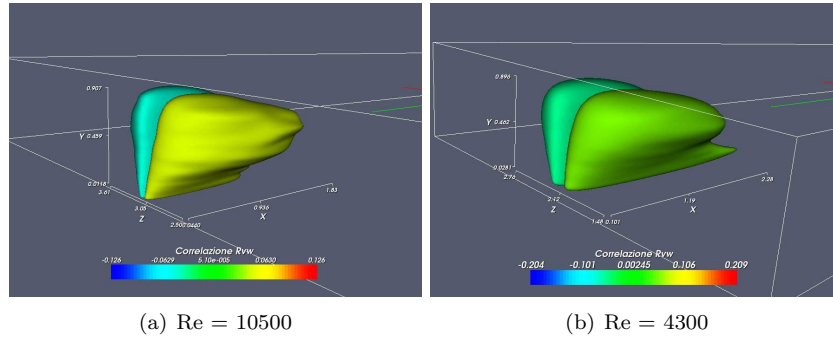


Figura 126: Vista complessiva

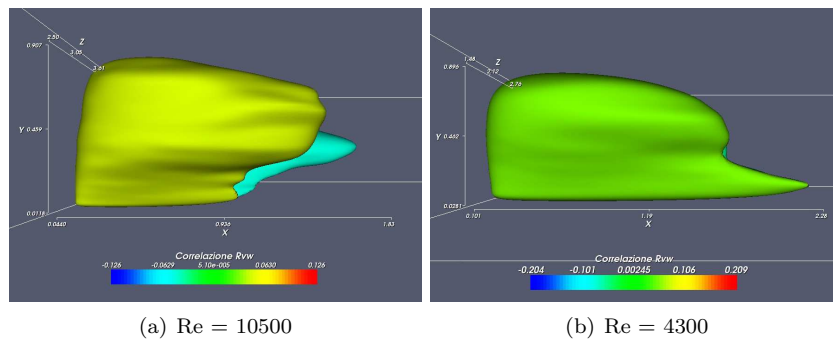
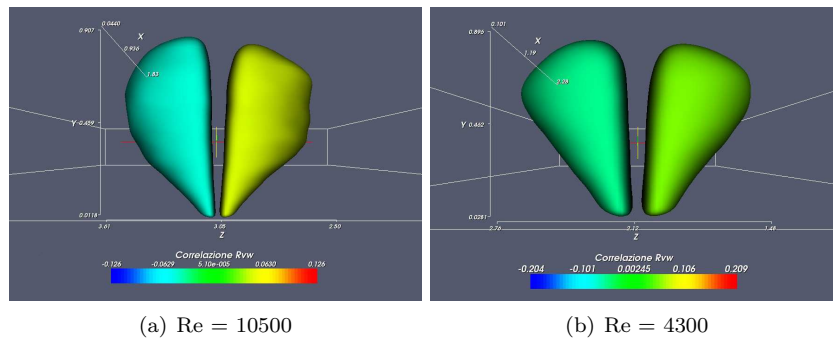


Figura 127: Vista laterale

Le strutture che vengono evidenziate in questi grafici sono organizzate in maniera analoga a quelle della componente  $R_{uw}$ , con la presenza di due grosse strutture di pari dimensioni, a correlazione positiva e negativa. Si osserva (Figura 129) che le strutture non sono “tagliate” superiormente, a differenza di quanto visto per la  $R_{uw}$  (Figura 109). Analoga, invece, la forma allungata in prossimità della parete per il flusso a  $Re = 4300$ .

## 9 Conclusioni e sviluppi futuri

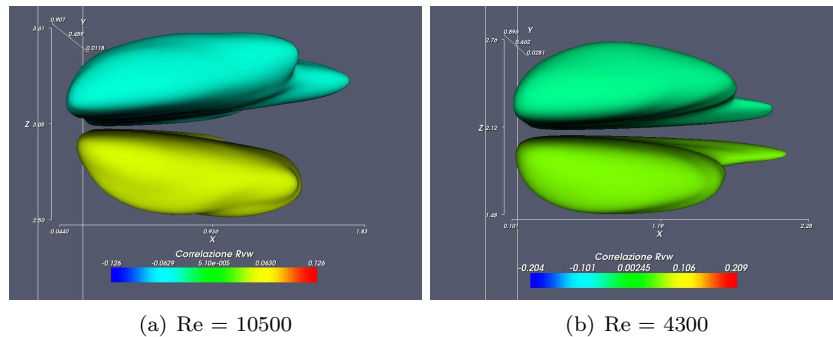
L’obiettivo di questo lavoro è un’analisi preliminare e comparativa di due flussi turbolenti in un canale piano indefinito in funzione del valore del numero di Reynolds. E’ stata considerata anche la modalità con cui i parametri (scala integrale, microscaia di Taylor) che solitamente vengono utilizzati per descrivere sinteticamente le funzioni di correlazione variano con la distanza dalla parete e con  $Re$ . È stata rilevata la presenza delle strisce a bassa velocità, che influenzano sia il moto longitudinale che quello trasversale, e la loro dimensione, che è risultata diversa (in unità di parete) per i due flussi. Si può inoltre notare una riorganizzazione del flusso alle quote intermedie, con la presenza dei fenomeni di *sweep* e *burst*. E’ stata individuata una bolla a correlazione negativa sia per  $R_{vv}$



(a)  $Re = 10500$

(b)  $Re = 4300$

Figura 128: Vista posteriore



(a)  $Re = 10500$

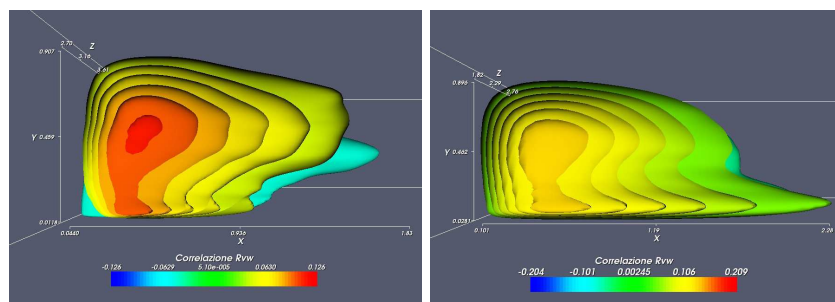
(b)  $Re = 4300$

Figura 129: Vista superiore

che per  $R_{ww}$ ; tale bolla ci pare un risultato mai riportato in letteratura e ancora privo di interpretazione. Per quanto riguarda gli sviluppi futuri, questo lavoro ha indubbiamente confermato l'interesse di questo tipo di analisi, che richiede la produzione di database DNS specificamente progettati e un'estensione ancora più ampia dei valori di  $Re$  considerati.

## Riferimenti bibliografici

- [1] C. PRATI, *Teoria dei Segnali*, Edizioni CUSL, 1997.
- [2] A. V. OPPENHEIM, R. W. SHAFER, *Digital Signal Processing*, Prentice Hall, 1975.
- [3] S. B. POPE, *Turbulent Flows*, Cambridge University Press, 2000.
- [4] J. KIM, P. MOIN AND R. MOSER, *Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number*, J. Fluid Mech., 1987, Vol 177, pp. 133-166.
- [5] C. BIOTTO, *Studio delle componenti di correlazione del vettore fluttuazione di velocità di una corrente turbolenta in un canale piano indefinito*.



(a)  $Re = 10500$

(b)  $Re = 4300$

Figura 130: Vista della struttura a correlazione positiva tagliata