



POLITECNICO DI MILANO

FACOLTÀ DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA IN INGEGNERIA
AERONAUTICA

**Implementazione e verifica di un modello
di turbolenza $\overline{v'^2} - f$ in *OpenFOAM***

Relatore: **prof. Maurizio Quadrio**

Co-relatore: **ing. Luca Gasparini**

Co-relatore: **ing. Marco Carini**

Tesi di Laurea di:
Simone Benelli
matr. 734497

Anno Accademico 2009/2010

*“She’s got eyes of the bluest skies
as if they thought of rain...”*

(Sweet Child O’ Mine)

Guns N’ Roses

A Isa.

*“Whenever a theory appears to you as the only possible one,
take this as a sign that you have neither understood the theory
nor the problem which it was intended to solve.”*

(Objective Knowledge: An Evolutionary Approach)

Karl R. Popper

Sommario

Questa tesi si propone di affrontare la fluidodinamica computazionale nel contesto delle equazioni mediate di Reynolds, analizzando un modello di turbolenza particolarmente promettente a partire da casi molto semplici per finire con applicazioni complesse a carattere industriale.

Sotto questa luce si può comprendere la necessità di affiancare al lavoro interno al Politecnico una collaborazione esterna, individuata nell'azienda *FondTech* che si occupa di consulenza ingegneristica in campo aerodinamico nel settore delle automobili da competizione.

Il modello scelto è il $\overline{v'^2} - f$ proposto da P. Durbin, che sarà implementato nel solutore R.A.N.S. di *OpenFOAM*, programma gratuito e *open source*.

La struttura del lavoro svolto ricalca sostanzialmente quella della tesi e si articola su cinque macro-aree: impostazione, implementazione, validazione, calcoli bidimensionali e calcoli tridimensionali.

L'impostazione consiste nella ricerca bibliografica e nello studio delle equazioni R.A.N.S. con attenzione agli elementi critici nella scelta dei modelli di turbolenza e agli accorgimenti necessari per calcoli ad elevato numero di Reynolds.

L'implementazione è stata invece focalizzata su un'introduzione alla programmazione *C++*, sull'analisi del codice originale di *OpenFOAM* e sulla realizzazione delle modifiche necessarie.

La validazione consiste in una serie di calcoli di strato limite su lastra piana, per i quali si è fatto riferimento ad un database di raffronti sperimentali, oltre alle soluzioni analitiche o semi-empiriche.

La prima fase di "uso" vero e proprio del software realizzato è stata limitata a calcoli bidimensionali, eseguiti con lo scopo di validare il programma su casi più complessi della lastra piana e al tempo stesso di affrontare una messa a punto più generale del solutore.

L'ultima fase del lavoro si basa sull'analisi di geometrie tridimensionali complesse di interesse automobilistico. In questa ultima fase i calcoli sono stati svolti presso la *FondTech*.

Il modello analizzato ha dato risultati in linea con le aspettative in tutti i casi test proposti. In particolare si è rivelato ottimo nei casi più semplici e nei casi più complessi è risultato migliore di modelli meno raffinati e meno costosi.

Abstract

The present thesis focuses on a CFD study concerning the performance analysis of a particular turbulence model for Reynolds averaged Navier Stokes equations.

A wide range of test cases is presented, from simple bidimensional flows to a tridimensional industrial application.

The last part of the work has been done in cooperation with *FondTech*, an engineering consulting company operating in aerodynamic design of race cars, both with numerical and experimental techniques.

Taking inspiration from *FondTech*'s experience, the work has been set on the analysis of a single turbulence model, P. Durbin's $\overline{v'^2} - f$, which was implemented in the finite volume R.A.N.S. solver of *OpenFOAM*, a freeware, open source software, already used in the cited company.

The structure of the work made is more or less the same of the thesis, and it is divided into five areas: formulation, implementation, validation, bidimensional and tridimensional test cases.

Formulation means a complete work of literature search in mathematical models for fluid dynamics, with attention to R.A.N.S. equations, turbulence model choosing and critical aspects of high-Reynolds-number computing.

Implementation was focused on *C++* programming, *OpenFOAM* structure analysis, and new code writing.

Validation has been realized comparing a series of flat plate boundary layer test cases with literature experimental and analytic results.

The first use of the software was made with bidimensional cases, in order to test its behaviour in a more complex situation and to set the solver up.

The last stage has been done in *FondTech*, with tridimensional test cases on complex geometries.

Durbin's model gave interesting results in all test cases, being very accurate in the simpler ones. More complex test cases showed a better accuracy compared to cheaper models.

Parole chiave / Keywords

- R.A.N.S.
- OpenFOAM
- modello di turbolenza / turbulence model
- P. Durbin
- funzioni di parete / wall function
- G. Kalitzin.

Indice

1	Introduzione	2
1.1	C.F.D. e applicazioni	2
1.2	Struttura della tesi	6
2	Impostazione	7
2.1	Inquadramento fisico-matematico	7
2.1.1	Le equazioni mediate di Reynolds	7
2.1.2	Modelli di turbolenza	11
2.1.3	Necessità e uso delle wall function	17
2.2	Stato dell'arte e scelta del modello di turbolenza	19
2.3	Modello $\overline{v'^2} - f$ e versione per solutore segregato	22
2.3.1	Il modello $\overline{v'^2} - f$ di Durbin	22
2.3.2	Uso del modello con solutore segregato	24
2.3.3	Condizioni al contorno di inlet	26
2.3.4	Vincoli di realizzabilità	27
2.4	Wall function	29
2.4.1	Scelta del tipo di wall function	29
2.4.2	Correzione della ν_t a parete	31
3	Implementazione	32
3.1	Presentazione del software <i>OpenFOAM - 1.6</i>	32
3.2	Struttura di <i>OpenFOAM - 1.6</i>	34
3.3	Implementazione del modello di Durbin	42
3.4	Implementazione delle <i>wall function</i> ad interpolazione	43
4	Validazione	49
4.1	Strato limite su lastra piana. Modello <i>l.R.</i>	49
4.1.1	Setup	49
4.1.2	Risultati	51
4.2	Strato limite su lastra piana. Modello con <i>w.f.</i>	58
4.2.1	Griglie di calcolo	58
4.2.2	Risultati	59

5	Calcoli 2D	65
5.1	Flusso 2D attorno ad un quadrato. Modello con <i>w.f.</i>	65
5.1.1	Setup	65
5.1.2	Risultati	67
5.2	Flusso 2D attorno ad un NACA 23018. Modello con <i>w.f.</i>	77
5.2.1	Setup	77
5.2.2	Risultati	80
6	Calcoli 3D	88
6.1	Il caso test <i>Odoacre</i>	88
6.2	Descrizione delle griglie e setup del calcolo.	93
6.3	Vincoli di realizzabilità.	96
6.4	Risultati.	97
7	Conclusioni e sviluppi futuri	102

Elenco delle figure

1.1	Effetti dello sviluppo della C.F.D. sul progetto aeronautico.	3
2.1	Mapping energetico tra spazio fisico e modale	9
2.2	Andamento del C_f . Modello $k - \omega$ con <i>wall function</i> . Calcoli <i>FondTech</i>	21
2.3	Instabilità modello Durbin originale	25
4.1	Calcolo <i>low Reynolds</i> su lastra piana. Struttura del dominio	50
4.2	Calcolo <i>low Reynolds</i> su lastra piana. Andamento Re_θ	51
4.3	Calcolo <i>low Reynolds</i> su lastra piana. Andamento C_f	52
4.4	Calcolo <i>low Reynolds</i> su lastra piana. Andamento C_f al bordo d'attacco	53
4.5	Calcolo <i>low Reynolds</i> su lastra piana. Andamento u^+	54
4.6	Calcolo <i>low Reynolds</i> su lastra piana. Andamento k^+	55
4.7	Calcolo <i>low Reynolds</i> su lastra piana. Andamento ϵ^+	56
4.8	Calcolo <i>low Reynolds</i> su lastra piana. Andamento $\overline{v'^2}^+$	57
4.9	Calcolo su lastra piana, modello con <i>wall function</i> . Andamento Re_θ	59
4.10	Calcolo su lastra piana, modello con <i>wall function</i> . Andamento C_f	60
4.11	Calcolo su lastra piana, modello con <i>wall function</i> . Andamento C_f al bordo d'attacco	61
4.12	Calcolo su lastra piana, modello con <i>wall function</i> . Andamento u^+	62
4.13	Calcolo su lastra piana, modello con <i>wall function</i> . Andamento k^+	63
4.14	Calcolo su lastra piana, modello con <i>wall function</i> . Andamento ϵ^+	63
4.15	Calcolo su lastra piana, modello con <i>wall function</i> . Andamento $\overline{v'^2}^+$	64
5.1	Mesh "ottimizzata" di W. Rodi [2] per il calcolo sul quadrato.	66
5.2	Componente di velocità verticale istantanea.	67
5.3	Componente di velocità verticale media.	68

5.4	Componente di velocità verticale nella scia del quadrato. . . .	68
5.5	Coefficienti di portanza e resistenza sul quadrato.	69
5.6	Dati di letteratura sperimentali e numerici sul quadrato. . . .	70
5.7	Componente di velocità orizzontale nella scia del quadrato. .	71
5.8	Componente di velocità orizzontale nella scia del quadrato. Letteratura.	71
5.9	Componente di velocità orizzontale a tre diverse stazioni nella scia del quadrato.	72
5.10	Componente di velocità orizzontale a tre diverse stazioni nella scia del quadrato. Letteratura.	72
5.11	Campo istantaneo di k	73
5.12	Campo istantaneo di $\overline{v'^2}$	73
5.13	Campo mediato di k	74
5.14	Campo mediato di k . Letteratura.	74
5.15	Andamento di k nella scia del quadrato.	75
5.16	Andamento di k nella scia del quadrato. Letteratura.	75
5.17	Andamento di ω_z nella scia del quadrato.	76
5.18	Andamento di ω nella scia del quadrato. Letteratura.	76
5.19	Mesh per il profilo NACA 23018. Geometria del dominio. . .	77
5.20	Mesh per il profilo NACA 23018. Griglia completa.	78
5.21	Mesh per il profilo NACA 23018. Griglia in prossimità di profilo e scia.	78
5.22	Mesh per il profilo NACA 23018. Delimitazione dell'area a griglia strutturata.	79
5.23	Mesh <i>fine</i> per il profilo NACA 23018. Mesh strutturata di strato limite.	79
5.24	Mesh <i>coarse</i> per il profilo NACA 23018. Mesh strutturata di strato limite.	80
5.25	Andamento del C_p in corda per il profilo NACA 23018, $\alpha = 0$, $Re_c = 500000$, Mesh <i>fine</i>	82
5.26	Andamento del C_p in corda per il profilo NACA 23018, $\alpha = 0$, $Re_c = 500000$, Mesh <i>coarse</i>	82
5.27	Andamento del C_f in corda per il profilo NACA 23018, $\alpha = 0$, $Re_c = 500000$, Mesh <i>fine</i>	83
5.28	Andamento del C_f in corda per il profilo NACA 23018, $\alpha = 0$, $Re_c = 500000$, Mesh <i>coarse</i>	83
5.29	Andamento di y_1^+ in corda per il profilo NACA 23018, $\alpha = 0$, $Re_c = 500000$, Mesh <i>fine</i>	84
5.30	Andamento di y_1^+ in corda per il profilo NACA 23018, $\alpha = 0$, $Re_c = 500000$, Mesh <i>coarse</i>	84
5.31	Campo istantaneo di pressione per il profilo NACA 23018, $\alpha = 0$, $Re_c = 500000$, Mesh <i>fine</i>	85
5.32	Campo istantaneo di velocità per il profilo NACA 23018, $\alpha =$ 0 , $Re_c = 500000$, Mesh <i>fine</i>	85

5.33	Campo istantaneo di k per il profilo NACA 23018, $\alpha = 0$, $Re_c = 500000$, Mesh <i>fine</i>	87
5.34	Campo istantaneo di $\overline{v'^2}$ per il profilo NACA 23018, $\alpha = 0$, $Re_c = 500000$, Mesh <i>fine</i>	87
6.1	Modello <i>Odoacre</i> in galleria del vento.	89
6.2	Modello <i>Odoacre</i> : disegno CAD.	90
6.3	Modello <i>Odoacre</i> : caratterizzazione dell'assetto.	91
6.4	Modello <i>Odoacre</i> : andamento e ripartizione del carico in funzione dell'assetto.	91
6.5	Modello <i>Odoacre</i> : visualizzazione sperimentale del campo di sforzo tangenziale.	92
6.6	Modello <i>Odoacre</i> : struttura globale della griglia.	93
6.7	Modello <i>Odoacre</i> : struttura della griglia in prossimità del modello.	94
6.8	Modello <i>Odoacre</i> : griglia <i>c-Coarse</i> . Isosuperficie del campo di k per $k = 30$. Modello senza vincoli di realizzabilità.	96
6.9	Modello <i>Odoacre</i> : griglia <i>c-Coarse</i> . Isosuperficie del campo di k per $k = 30$. Modello con vincoli di realizzabilità.	96
6.10	Modello <i>Odoacre</i> : C_x . Confronto dei risultati ottenuti con il modello $\overline{v'^2} - f$ rispetto ai dati sperimentali e al modello $k - \omega$	97
6.11	Modello <i>Odoacre</i> : C_z . Confronto dei risultati ottenuti con il modello $\overline{v'^2} - f$ rispetto ai dati sperimentali e al modello $k - \omega$	98
6.12	Mesh <i>a-Coarse</i> . Campo di C_f sulla superficie di <i>Odoacre</i>	99
6.13	Mesh <i>c-Coarse</i> . Campo di C_f sulla superficie di <i>Odoacre</i>	100
6.14	Mesh <i>c-Medium</i> . Campo di C_f sulla superficie del diffusore di <i>Odoacre</i> . Confronto con la visualizzazione superficiale ottenuta in galleria del vento.	101

Capitolo 1

Introduzione

1.1 C.F.D. e applicazioni

La possibilità di risolvere al calcolatore le equazioni della fluidodinamica, permessa dall'enorme sviluppo delle potenze di calcolo e delle tecniche numeriche per le equazioni a derivate parziali, ha rivoluzionato il processo del progetto aerodinamico a livello industriale in un gran numero di settori, a cominciare da quello aeronautico.

La cosiddetta C.F.D. (acronimo di *Computational Fluid Dynamics*) si è affiancata negli anni alle tecniche sperimentali connesse all'uso delle gallerie del vento e alle prove al vero, acquistando un peso via via più importante e risultando uno strumento "complementare".

Questo perchè pregi e difetti del calcolo numerico e delle prove sperimentali vanno a combinarsi dando vita ad una perfetta cooperazione, oggi comune a tutte le applicazioni industriali.

Il principale vantaggio connesso all'uso della galleria del vento consiste nella possibilità di avere a che fare con un fluido "reale", che mostra quindi, almeno in linea teorica, un comportamento analogo a quello che si incontra nelle condizioni operative, quale che sia il tipo di simulazione eseguita, facendo particolare riferimento alle situazioni più complesse.

Il limite principale alla fedeltà delle simulazioni in galleria a vento è connesso all'impossibilità di realizzare prove nelle stesse condizioni che si incontreranno al vero.

Questo aspetto è particolarmente critico nel caso dell'industria aeronautica, dove può capitare di dover eseguire prove con modelli in scala molto inferiore ad uno. Ambiti meno critici, almeno da questo punto di vista, sono quelli dell'industria automobilistica, dal momento che una galleria del vento di dimensioni non proibitive consente di testare i veicoli con scale molto vicine al vero.

Altri aspetti critici nell'uso della sperimentazione aerodinamica sono le inaccuratezze prodotte dalle pareti e dai sistemi di sospensione o ancoraggio dei

modelli, oltre alla oggettiva difficoltà di studio degli aspetti di dettaglio.

La C.F.D., al contrario, pur necessitando di una particolare attenzione nei casi di simulazioni di flussi “complessi”, mette a disposizione del progettista una mole praticamente illimitata di dati relativi al flusso che sta studiando, a partire dai campi di velocità e pressione in ciascun punto del dominio di calcolo, di sforzo tangenziale sulle pareti del corpo, ecc...

Da non sottovalutare è inoltre la possibilità di collegare la C.F.D. a tecniche di “inverse design”, ottimizzazione o simili, il che la rende uno strumento particolarmente prezioso nelle fasi preliminari del progetto, dove risulterebbe eccessivamente oneroso realizzare decine o centinaia di diversi modelli e provare migliaia di configurazioni in galleria del vento.

A titolo di esempio, la figura 1.1 (tratta da [12]) riporta l’andamento nel tempo delle prove in galleria utilizzate da una grande azienda aeronautica, la Boeing, per il progetto delle ali. La figura mostra come il numero delle prove in galleria si sia notevolmente ridotto dagli anni ’60 ad oggi, in parallelo con l’accresciuta importanza dello studio numerico.

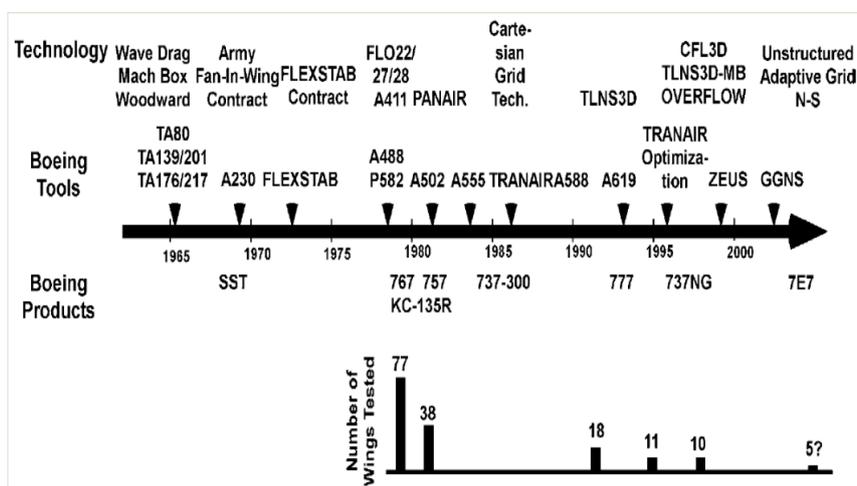


Figura 1.1: Effetti dello sviluppo della C.F.D. sul progetto aeronautico. Il caso della *Boeing* dagli anni ’60 a oggi. Nella parte superiore si riporta il progresso dei modelli per la fluidodinamica computazionale, in quella centrale i velivoli sviluppati e in quella inferiore il numero di ali testate in galleria per ciascun velivolo.

A prescindere dalla tecnicità dei vari algoritmi citati è molto interessante soffermare l’attenzione sul numero di diverse configurazioni alari testate

in galleria per ciascun velivolo a partire dal 767 nel 1980 per arrivare al 7E7 di oggi. Ci si può facilmente rendere conto di quale sia l'importanza della C.F.D. nelle fasi di progetto preliminare.

Sotto la dicitura C.F.D. vanno, come sarà chiaro nel seguito, tutta una schiera di tecniche numeriche basate sulla soluzione di un non meglio precisato sistema di "equazioni della fluidodinamica", di cui segue una breve catalogazione.

Le equazioni che reggono il moto di un fluido qualsiasi nelle condizioni più generali si dicono equazioni di Navier Stokes e consistono in una formulazione dei principi di conservazione della massa, della quantità di moto, del momento angolare (anche se in modo implicito) e dell'energia. Tali equazioni non possono essere risolte a meno che non si vadano a specificare una serie di parametri che identifichino quantomeno la tipologia di fluido.

La prima suddivisione fra le tipologie di fluidi distingue i cosiddetti fluidi "newtoniani", quali ad esempio aria e acqua, dai fluidi "non newtoniani", quali ad esempio alcuni materiali polimerici allo stato liquido.

Per i fluidi "newtoniani", che saranno oggetto della presente tesi, si può eseguire una seconda distinzione tra fluidi "incomprimibili", o "a proprietà costanti", e "comprimibili".

Si tratta di una divisione di comodo, dal momento che non esistono fluidi che soggetti a compressione non modifichino quantomeno il proprio stato termodinamico, tuttavia è ragionevolmente corretto considerare, in alcuni casi, l'incomprimibilità come ipotesi di lavoro. A questo scopo si identifica un limite convenzionale alla validità dell'ipotesi di incomprimibilità, basato sul rapporto tra la velocità caratteristica del flusso e la velocità di propagazione delle onde di pressione, o sonore, nel fluido. Tale rapporto viene detto numero di Mach.

In questo lavoro l'ipotesi di incomprimibilità è sempre verificata dal momento che ci si occuperà di flussi di interesse automobilistico, per i quali il numero di Mach si mantiene al di sotto dei limiti previsti.

Le equazioni di Navier Stokes per un fluido newtoniano a proprietà costanti sono un sistema a quattro incognite, la cui soluzione può essere tanto facilmente ottenibile a mano, quanto improponibile ai più potenti calcolatori. La presenza di un così vasto range di comportamenti è giustificata dalla non-linearità delle equazioni, che mostrano un carattere diverso a seconda del valore di alcuni parametri e delle condizioni al contorno.

Per orientarsi in una tale disparità di comportamenti è utile, anche se non sufficiente, fare riferimento al rapporto tra forze a carattere inerziale e forze viscosive, che identifica il numero di Reynolds.

La soluzione analitica delle equazioni di Navier Stokes è possibile solo nel caso in cui il numero di Reynolds sia sufficientemente basso, e solo su domini di geometrie particolarmente semplici.

La soluzione al calcolatore delle equazioni (D.N.S. acronimo di *Direct Nume-*

rical Simulation) cresce di complessità al crescere del numero di Reynolds, rendendo il costo computazionale improponibile, a causa della pronunciata multiscalarità del fenomeno.

In parole semplici, risolvere le equazioni di Navier Stokes per un aeroplano significa dover calcolare il movimento dell'aria con una risoluzione dell'ordine di qualche micrometro.

Nell'impossibilità di risolvere problemi numerici di tali dimensioni è necessario scendere ad un compromesso, decidendo di risolvere un set di equazioni diverso, che abbia una minore tendenza alla multiscalarità.

Se le equazioni di Navier Stokes sono il modo "corretto" di rappresentare la dinamica di un fluido, qualsiasi altro modo sarà "sbagliato", dunque sarà necessario procedere con cautela per fare in modo che i risultati ottenuti siano una approssimazione accettabile della realtà.

Le strategie per realizzare questo cambio di equazioni si basano tutte sullo stesso concetto: calcolare macroscopicamente il flusso approssimando il comportamento microscopico con dei "modelli di turbolenza".

Tali strategie si distinguono in due sottoclassi molto diverse tra loro.

- con L.E.S. (acronimo di *Large Eddy Simulation*) si indicano le equazioni ottenute da un filtraggio spaziale delle equazioni di Navier Stokes
- con R.A.N.S. (acronimo di *Reynolds Averaged Navier Stokes*) si indicano le equazioni ottenute da una media temporale delle equazioni di Navier Stokes

L'approccio scelto per questa tesi sarà quello delle equazioni mediate di Reynolds, R.A.N.S..

Come sarà ampiamente discusso nel seguito, esiste un'ultima approssimazione da eseguire allo scopo di ridurre l'onere di calcolo delle equazioni mediate che, in prossimità dei contorni solidi del dominio (ad esempio la superficie esterna di un corpo), si avvicina pericolosamente a quello delle equazioni di Navier Stokes. Questa tecnica va sotto il nome di "wall function" e consiste in una particolare applicazione di alcune condizioni al contorno.

Come sarà stato intuito, e contrariamente a quanto possa far presumere l'esplosione dell'uso della C.F.D. negli ultimi venti anni, l'accuratezza quantitativa e in alcuni casi addirittura qualitativa dei risultati ottenibili con queste tecniche è costantemente da mettere in discussione.

Questo perchè la presenza di molti parametri, fisici e numerici, richiede un accurato lavoro di taratura, con particolare riferimento a due aspetti:

- la scelta e l'uso dei modelli di turbolenza e delle relative condizioni al contorno
- l'approssimazione nella soluzione numerica delle equazioni e nella costruzione delle relative griglie di calcolo

Negli ultimi anni sono stati condotti numerosi studi per comprendere l'influenza dei diversi parametri sull'accuratezza della soluzione, giungendo ad una comprensione più empirica che teorica della questione. Si è giunti in altre parole a combinare una certa quantità di “raccomandazioni” [5] atte a migliorare la qualità dei risultati o giustificarne, a posteriori, l'inaccuratezza.

1.2 Struttura della tesi

Questa tesi, lavorando all'interno del mondo R.A.N.S., si prefigge l'obiettivo di implementare ex novo un modello di turbolenza [7] e una corrispondente strategia di applicazione delle wall function in *OpenFOAM*, un solutore complesso e articolato per le equazioni della fluidodinamica, distribuito gratuitamente e *open source*.

Volendo sperimentare l'uso del modello a partire da casi molto semplici per arrivare ad applicazioni di carattere industriale una parte del lavoro è stato svolto in collaborazione con l'azienda *FondTech*, che si occupa di consulenza ingegneristica in campo aerodinamico nel settore delle automobili da competizione.

Il processo di validazione del modello è basato su casi test di complessità crescente, con e senza wall function.

La struttura della tesi è la seguente:

- Capitolo 2: Analisi delle equazioni mediate di Reynolds, dei diversi aspetti connessi alla scelta del modello di turbolenza e del comportamento dei diversi modelli di turbolenza in prossimità della parete. Studio l'attuale stato delle simulazioni numeriche eseguite alla *FondTech*, con particolare attenzione agli aspetti più critici, migliorabili e potenzialmente portatori di inaccuratezze.
- Capitolo 3: Analisi del software *OpenFOAM*, con particolare attenzione all'implementazione dei modelli di turbolenza, implementazione del modello e delle wall function scelti.
- Capitolo 4: Validazione del modello di turbolenza, con e senza wall function, mediante calcoli di strato limite su lastra piana.
- Capitolo 5: Calcoli bidimensionali su due geometrie semplici, in presenza di flusso separato e non, e con griglie strutturate e non.
- Capitolo 6: Calcoli tridimensionali su geometrie di interesse automobilistico.
- Capitolo 7: Conclusioni del lavoro e breve descrizione dei possibili sviluppi futuri.

Capitolo 2

Impostazione

Vengono introdotte le equazioni di Navier Stokes per un fluido newtoniano viscoso incomprimibile. Si tratterà della soluzione diretta di tali equazioni (D.N.S., Direct Numerical Simulation) arrivando a introdurre le equazioni mediate di Reynolds (R.A.N.S., Reynolds Averaged Navier Stokes). Si porrà da subito l'attenzione sul problema della chiusura, in relazione al quale si farà breve cenno, con alcuni esempi, alle diverse tipologie di modelli di turbolenza.

L'analisi del problema continuerà con l'introduzione al concetto di *wall function*.

Verrà poi dedicata una completa analisi al modello $\overline{v'^2} - f$, con attenzione alle modifiche necessarie all'uso di una tecnica di soluzione di tipo segregato e alle condizioni al contorno all'inflow del dominio di calcolo.

Verrà infine illustrata la procedura adottata per le *wall function*.

2.1 Inquadramento fisico-matematico

2.1.1 Le equazioni mediate di Reynolds

Le equazioni che governano il moto di un fluido newtoniano viscoso e incomprimibile derivano direttamente dai principi di conservazione della massa e della quantità di moto. In particolare il principio di conservazione della massa può essere enunciato nel modo seguente:

“la variazione nell'unità di tempo della massa contenuta in un volume di controllo uguaglia il flusso netto di massa attraverso la superficie che delimita il volume di controllo stesso”.[1]

La qual cosa può essere semplificata nel caso di fluido incomprimibile, per il quale la variazione nell'unità di tempo della massa contenuta in un volume di controllo è nulla, come:

“il flusso netto di massa attraverso una qualunque superficie chiusa è nullo”

La qual cosa, per il ben noto teorema della divergenza, equivale a dire che il campo di velocità associato al moto di un fluido incomprimibile è solenoidale.

Considerando un sistema di coordinate cartesiane ortogonali, in cui la posizione è rappresentata da un vettore di componenti x_i e la velocità da un vettore di componenti u_i la solenoidalità del campo di moto è tradotta nella semplice equazione

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

Al principio di conservazione della massa deve essere aggiunto il principio di conservazione della quantità di moto, enunciabile come segue:

“la variazione nell’unità di tempo della quantità di moto del fluido contenuto in un volume di controllo sommata al flusso netto di quantità di moto attraverso la superficie delimitante il volume di controllo stesso uguaglia la risultante delle forze esterne agenti sull’elemento di fluido in esso contenuto”[1]

Considerando, al solito, le semplificazioni connesse al fatto che il fluido in esame è incomprimibile e newtoniano (per cui il tensore degli sforzi viscosi è legato con relazione lineare al tensore della velocità di deformazione dell’elemento di fluido), trascurando la presenza di forze di campo, quali ad esempio quella gravitazionale, ed appoggiandosi come prima ad un sistema di coordinate cartesiane ortogonale è possibile, non senza fatica, arrivare a scrivere le equazioni di bilancio per la quantità di moto

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \quad (2.2)$$

Come si può notare eseguendo un semplice bilancio tra equazioni e incognite, il sistema costituito dalle quattro equazioni finora scritte risulta sufficiente, previa imposizione delle corrette condizioni al contorno, a determinare i valori delle quattro incognite rappresentate dalle tre componenti del vettore velocità, u_i , e dalla pressione, p , qualora si assumano come dati del problema il valore di densità del fluido, ρ , e quello della viscosità cinematica, ν .

Lo studio della fluidodinamica computazionale relativa agli alti numeri di Reynolds trae origine dal fatto che il sistema di equazioni così scritto risulta del tutto inutilizzabile dal punto di vista pratico per via dell’enorme costo computazionale che avrebbe la sua soluzione.

Fra le moltissime giustificazioni di questa asserzione ce n’è una che fa riferimento alle tecniche di soluzione numerica del sistema presentato e dunque

risulta a mio avviso perfettamente idonea a chiarire origine e dimensioni del problema.

Immaginiamo di voler risolvere il sistema delle equazioni di Navier Stokes per il più semplice tipo di flusso esistente: la turbolenza omogenea ed isotropa. Una tra le più comuni tecniche per eseguire il calcolo è quella di applicare al problema una trasformazione spaziale tridimensionale alla Fourier che porta lo spazio fisico in quello che è definito spazio modale o delle fasi.

Il vettore di coordinate corrispondente a questo nuovo spazio è detto “*wavenumber vector*”.

Analogamente a quanto avviene per la trasformazione di Fourier monodimensionale, ad esempio relativa ad un segnale che varia nel tempo, la corrispondenza tra coordinate fisiche e *wavenumber* è tale per cui a ciò che è spazialmente piccolo in coordinate fisiche (ad esempio la fluttuazione di una componente di velocità) corrisponde una trasformata che va a collocarsi su valori elevati di numero d’onda.

Fatta questa tanto rapida quanto doverosa premessa presento il seguente grafico [17], corrispondente ad un calcolo eseguito per $Re_\lambda = 70$ dove λ è una scala di lunghezze ricavata da un’analisi statistica della turbolenza omogenea e isotropa in questione.

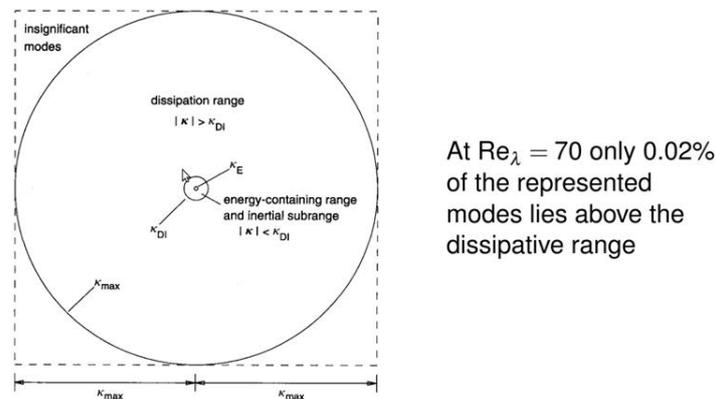


Figura 2.1: Suddivisione dello spazio modale in base a criteri di appartenenza energetica nel corrispondente spazio fisico

Come si può osservare nel grafico, figura 2.1, è rappresentato un sotto-spazio modale bidimensionale a sua volta suddiviso in tre differenti regioni da altrettanti cerchi concentrici centrati nel modo avente numero d’onda

nullo e identificati dalle diciture k_E , k_{DI} , k_{max} .

Le regioni corrispondono ai sottoinsiemi dello spazio delle fasi costituiti da:

- modi relativi al subrange dissipativo della turbolenza, compresi tra k_{DI} , k_{max} .
- modi relativi al subrange inerziale della turbolenza, compresi tra k_E , k_{DI} .
- modi relativi al subrange energetico della turbolenza, contenuti in k_E .

Il risultato presentato in figura 2.1 corrisponde ad un numero di Reynolds largamente inferiore a quelli che saranno interesse del presente elaborato ma è sufficiente ad osservare come solo una minuscola percentuale dei modi risolti con la D.N.S. corrisponda a qualcosa di significativo dal punto di vista del contenuto energetico, mentre la larghissima maggioranza del dominio modale di calcolo, e dunque dell'impegno computazionale, è stato dedicato alla soluzione di modi appartenenti ai subrange inerziale e dissipativo.

Le osservazioni prodotte dimostrano come l'approccio della D.N.S. sia esageratamente oneroso qualora l'intento sia esclusivamente quello di studiare le caratteristiche macroscopiche ed energetiche del fenomeno fluidodinamico.

Da questa ultima conclusione traggono origine tutti i tentativi di elaborazione delle equazioni di Navier Stokes atti a raggiungere un considerevole alleggerimento del costo computazionale connesso alla soluzione del problema.

La strategia cui si farà riferimento nel corso del presente elaborato è quella che va sotto il nome di equazioni mediate di Reynolds: R.A.N.S.

L'idea di fondo è di scindere ciascuna variabile (u_i , p) nella somma del suo valor medio e delle sue fluttuazioni temporali, chiaramente a media nulla.

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (2.3)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (2.4)$$

con

$$\bar{u}'_i = 0 \quad (2.5)$$

$$\bar{p}' = 0 \quad (2.6)$$

Sostituendo questa ridefinizione delle variabili nelle equazioni di Navier Stokes si giunge, con qualche passaggio che viene omissso, alle equazioni dette di Reynolds che hanno come incognite le variabili medie \bar{u}_i , \bar{p} :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.7)$$

$$\bar{u}_i \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_i^2} - \frac{\partial \overline{u'_j u'_i}}{\partial x_i} \quad (2.8)$$

Le equazioni così derivate per le variabili mediate contengono come incognite aggiuntive anche le fluttuazioni, dunque il problema, che espresso in forma di equazioni di Navier Stokes era perfettamente determinato, risulta avere più incognite che equazioni.

La media dei prodotti dei valori delle fluttuazioni è convenzionalmente espressa sotto forma tensoriale definendo il tensore di Reynolds:

$$r_{ij} = -\overline{u'_i u'_j} \quad (2.9)$$

Sorge a questo punto il cosiddetto problema della chiusura: il solo modo corretto per calcolare le variabili mediate sarebbe di risolvere esattamente anche l'andamento delle componenti del tensore di Reynolds, la qual cosa è in contrasto con quello che era lo spirito iniziale della decomposizione di Reynolds, ovvero eliminare le fluttuazioni limitandosi al calcolo del solo moto medio.

Risulterà dunque necessario elaborare una strategia che, pur evitando di calcolare il corretto andamento delle fluttuazioni sia in grado di rappresentarne il più fedelmente possibile gli effetti sul moto medio.

2.1.2 Modelli di turbolenza

Esistono due diverse strategie per approssimare la modellazione del tensore di Reynolds, che danno origine a due classi di modelli distinte:

- modelli a viscosità turbolenta (Eddy Viscosity)
- modelli per il tensore intero (Reynolds Stress Models R.S.M.)

I modelli a viscosità turbolenta hanno come base comune l'ipotesi di Boussinesq:

$$r_{ij} = -2\nu_t s_{ij} \quad (2.10)$$

con

$$s_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.11)$$

Tale ipotesi mette in relazione il tensore di Reynolds con le derivate spaziali delle componenti di velocità media, in perfetta analogia con le operazioni che, per i fluidi newtoniani, consentono di legare il tensore degli sforzi viscosi a quello della velocità di deformazione.

Esistono due assunti sottostanti all'ipotesi di Boussinesq e che devono essere messi in evidenza:

- il tensore di Reynolds in un certo punto dello spazio è modellato facendo riferimento solo alle derivate spaziali delle componenti di velocità valutate in quel punto, dunque si introduce come sottointeso una dipendenza funzionale che è decisamente non scontata nè giustificata, quantomeno dal punto di vista strettamente matematico delle equazioni

- il legame tra tensore r_{ij} e il tensore s_{ij} è di proporzionalità lineare.

Come lecito aspettarsi gli assunti sottostanti l'ipotesi di Bousinnesq sono tutt'altro che scontati e in effetti per ciascuno di essi è possibile identificare un elemento di criticità:

- la dipendenza di cui al punto uno introduce un effetto di "località" nel legame tra turbolenza e tensore di *shear* che non appartiene alla fisica del fenomeno ma risulta una conseguenza di un'assunzione matematica non giustificata
- l'ipotesi di cui al punto due è molto più stringente di un legame "lineare" dal momento che la generica relazione lineare che mappa un tensore del secondo ordine in un altro è legata come minimo alla definizione di un tensore del quarto ordine

$$r_{ij} = A_{ijmn}s_{mn} \quad (2.12)$$

Le criticità così evidenziate mostrano come vi siano dei severi limiti, almeno in linea teorica, all'impiego di modelli di turbolenza del tipo eddy-viscosity, citiamo ad esempio flussi con elevati gradienti di *shear*, flussi su superfici curve, flussi separati...

Questi limiti nella maggioranza dei casi possono essere abbondantemente superati a patto che si tenga presente di averlo fatto e si mantenga la lucidità di osservare i risultati dei calcoli con occhio critico e preferibilmente con l'ausilio di casi test e dati sperimentali di confronto.

Come è evidente il problema della chiusura nel caso di modelli a viscosità turbolenta si riconduce alla scrittura di equazioni o sistemi di equazioni, algebriche o differenziali, che permettano di calcolare il campo scalare della cosiddetta *eddy viscosity*.

La classificazione standard dei modelli a viscosità turbolenta avviene in base al numero di equazioni differenziali a derivate parziali che è necessario aggiungere al sistema delle equazioni mediate per chiudere il problema.

Nella parentesi che segue sono rapidamente descritti i più noti modelli a 0, 1, 2, 4 equazioni.

Per alleggerire la notazione si sottintenderà da questo momento in avanti il simbolo di media temporale.

- Modello di ordine 0: Mixing Length di Prandtl

Nella versione più semplice di questo modello, ovvero quella per le equazioni R.A.N.S. di strato limite turbolento, la viscosità turbolenta è calcolata come

$$\nu_t = l_m^2 \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.13)$$

avendo definito la *mixing length*

$$l_m = ky \quad (2.14)$$

con $k = 0.41$ costante di Von Karman.

Dato il particolare ambito da cui viene questo modello le sue applicazioni si limitano generalmente alla soluzione di flussi su geometrie molto semplici e con totale assenza di separazioni.

- Modello di ordine 1: Modello di Spalart-Allmaras

Il modello di Spalart-Allmaras prevede l'introduzione di una equazione a derivate parziali che consenta di descrivere l'andamento spaziale del campo di viscosità turbolenta.

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{\nu 1} \quad (2.15)$$

$$\bar{u}_i \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i} = c_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu} - c_{w1} f_w \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 + \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x_i} [(\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i}] + \frac{c_{b2}}{\sigma} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i} \quad (2.16)$$

Si tratta di un caso di particolare interesse dal momento che rappresenta il più semplice esempio di modello completo, nel senso che la soluzione dell'equazione basta al calcolo della *eddy viscosity*, senza che sia necessario introdurre altre informazioni.

D'altro canto deve essere osservato come il modello in questione sia basato in gran parte su costanti (8) e funzioni (3) di natura empirica, ragione per cui si tratta di un modello molto specializzato nella soluzione di flussi analoghi a quelli che sono serviti come riferimento per la sua calibrazione.

Nello specifico il modello di Spalart-Allmaras è stato ottimizzato per flussi attorno a ali e relative scie vorticosi.

- Modello di ordine 2: Modello standard $k - \epsilon$.

Il modello $k - \epsilon$ è il più diffuso modello a due equazioni, si basa sul calcolo di due campi scalari:

- energia cinetica turbolenta ($k - [m^2/s^2]$)
- rateo di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta ($\epsilon - [m^2/s^3]$)

mediante la soluzione di due P.D.E. associate al sistema delle R.A.N.S.

La prima equazione è il bilancio di k :

$$u_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = P_k - \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_i} [(\nu + \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_i}] \quad (2.17)$$

con

$$P_k = \nu_t S^2 \quad (2.18)$$

e

$$S = \sqrt{2s_{ij}s_{ij}} \quad (2.19)$$

La seconda equazione è il bilancio di ϵ :

$$u_i \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} = \frac{C_{\epsilon 1} P_k - C_{\epsilon 2} \epsilon}{T} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right] \quad (2.20)$$

Avendo definito la scala di tempo

$$T = \frac{k}{\epsilon} \quad (2.21)$$

Con questi due campi scalari è possibile calcolare un campo di viscosità turbolenta come segue:

$$\nu_t = C_\nu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (2.22)$$

Il modello in questione rappresenta senza dubbio uno standard dal punto di vista dei calcoli industriali anche se mostra alcune criticità quali la presenza di singolarità a parete (la k si annulla e porta ad annullarsi anche la scala dei tempi che si trova al denominatore nell'equazione per ϵ), la criticità numerica delle equazioni e la maggiore sensibilità al *tuning* delle costanti.

Questa ultima criticità è particolarmente fastidiosa dal momento che rende necessario avere a disposizione un set di valori per le costanti del modello che sia stato ottenuto attraverso l'analisi di dati di prove il più possibile analoghe al tipo di flusso che si desidera risolvere.

- Modello di ordine 2: Modello standard $k - \omega$

Il modello $k - \omega$ è strettamente imparentato con il sopra discusso $k - \epsilon$ dal momento che nasce dalla definizione di una variabile, appunto la ω , che prende il posto della ϵ come incognita aggiuntiva del problema:

$$\omega = \frac{\epsilon}{k} \quad (2.23)$$

In questo modo il sistema di equazioni del modello risulta formato dalla medesima equazione di bilancio per k e da una nuova equazione per la ω :

$$u_i \frac{\partial \omega}{\partial x_i} = C_{\omega 1} \frac{\omega}{k} P_k - C_{\omega 2} \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] \quad (2.24)$$

Così facendo la scala di tempo della turbolenza risulta l'inverso di ω , che può anche essere interpretata come vorticità R.M.S. o, al quadrato, come enstrofia. La riscrittura che porta dal modello $k - \epsilon$ al $k - \omega$ produce effetti positivi tanto dal punto di vista della soluzione numerica delle equazioni quanto dal punto di vista della sensibilità al *tuning* delle costanti, per contro i risultati del $k - \omega$ hanno una maggiore dipendenza dalle condizioni al contorno all'inflow rispetto al $k - \epsilon$.

- Modello di ordine 4: Modello $k - \epsilon - \overline{v'^2} - f$.

Un'altra evoluzione del modello $k - \epsilon$ è quella proposta da Durbin: un modello a quattro equazioni, che prende il nome di $k - \epsilon - \overline{v'^2} - f$.

Il modello in esame consiste in un affinamento dello standard $k - \epsilon$ basato sullo studio della turbolenza di parete.

È noto infatti come l'avvicinarsi alla parete renda anisotropo l'apporto delle fluttuazioni di velocità all'energia cinetica turbolenta, in particolare, se la k , al pari delle fluttuazioni in direzione tangente la parete si annulla con andamento asintotico proporzionale al quadrato della distanza dalla parete stessa, per la fluttuazione in direzione normale alla parete la potenza è quarta.

L'incapacità del modello $k - \epsilon$ di rappresentare questo comportamento fisico del fenomeno fluidodinamico è evidente e produce degli errori nel calcolo proprio vicino a parete.

Il modello di Durbin si propone di superare i vari correttivi semi-empirici, del tipo *damping-function*, aggiungendo al $k - \epsilon$ un'equazione per la media quadratica delle fluttuazioni in direzione wall-normal, ovvero $\overline{v'^2}$.

La necessità di modellare il termine sorgente dell'equazione per la $\overline{v'^2}$ porta alla definizione della variabile f e alla scrittura della corrispondente equazione di rilassamento ellittica.

Il modello di turbolenza definisce la viscosità turbolenta nel seguente modo:

$$\nu_t = C_\nu \overline{v'^2} T \quad (2.25)$$

Dove la scala di tempo della turbolenza è calcolata come

$$T = \max\left[\frac{k}{\epsilon}, 6\sqrt{\frac{\nu}{\epsilon}}\right] \quad (2.26)$$

La scala di lunghezza della turbolenza è calcolata come

$$L = C_L \max\left[\frac{k^{3/2}}{\epsilon}, C_\eta \frac{\nu^{3/4}}{\epsilon^{1/4}}\right] \quad (2.27)$$

Le equazioni del modello sono le seguenti

$$u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (2.28)$$

$$u_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \frac{C_{\epsilon 1} P_k - C_{\epsilon 2} \epsilon}{T} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] \quad (2.29)$$

$$u_j \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial x_j} = k f - \frac{\overline{v'^2} \epsilon}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial x_j} \right] \quad (2.30)$$

$$L^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_j^2} - f = \frac{1}{T} (C_1 - 1) \left[\frac{\overline{v'^2}}{k} - \frac{2}{3} \right] - C_2 \frac{P_k}{k} \quad (2.31)$$

La possibilità di ottenere risultati soddisfacenti in prossimità delle pareti senza la necessità di introdurre accorgimenti empirici o semi-empirici del tipo damping function, unito alla possibilità di considerare effetti non-locali attraverso l'equazione di rilassamento ellittico per la variabile f e agli ottimi risultati ottenuti in sede di validazione, ha reso negli ultimi anni questo modello particolarmente appetibile tanto per l'uso accademico quanto per quello industriale.

Elemento negativo rispetto ai modelli precedentemente trattati è, invece, la necessità di allargare il numero di incognite ausiliarie e di conseguenza il sistema di equazioni aggiunte alle R.A.N.S. a quattro, facendo così aumentare l'onere computazionale.

Resta da trattare la categoria di modelli cosiddetti R.S.M.

Come si può intuire dal nome i modelli R.S.M. evitano l'ipotesi di Boussinesq (e le relative criticità di cui si è precedentemente discusso) per formulare equazioni di bilancio che consentano di calcolare direttamente i sei campi scalari corrispondenti alle sei variabili indipendenti che possono descrivere il campo di un tensore simmetrico, quale quello degli sforzi di Reynolds.

Sarà necessario risolvere una P.D.E. per ciascuna componente del tensore, oltre che ad una equazione ausiliaria, che generalmente è quella per ϵ .

In questa ottica si possono considerare anche i modelli R.S.M. come una evoluzione dell'onnipresente modello $k - \epsilon$ dove viene sostituita l'informazione scalare sull'energia turbolenta, k , con un'informazione tensoriale, r_{ij} , più completa e più fedele alla complessa fisica del fenomeno.

Si riporta in breve una possibile formulazione delle equazioni per le componenti del tensore r_{ij} :

$$u_k \frac{\partial r_{ij}}{\partial x_k} = -\frac{\partial}{\partial x_k} T_{ijk} + P_{ij} + R_{ij} - \epsilon_{ij} \quad (2.32)$$

Avendo definito il tensore di produzione P_{ij} come:

$$P_{ij} = r_{ik} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + r_{jk} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \quad (2.33)$$

Avendo definito il tensore di rateo di dissipazione ϵ_{ij} come:

$$\epsilon_{ij} = \frac{r_{ij}}{k} \epsilon \quad (2.34)$$

Avendo definito il tensore di redistribuzione degli sforzi di Reynolds R_{ij} come proposto da Launder [15] nella versione LRR-IP del modello

$$R_{ij} = -C_{R1} \frac{\epsilon}{k} (r_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}) - C_{R2} (P_{ij} - \frac{2}{3} P_{ii} \delta_{ij}) \quad (2.35)$$

Avendo definito il tensore triplo di trasporto T_{ijk} come proposto da Daly [6]:

$$T_{ijk} = -\nu \frac{\partial r_{ij}}{\partial x_k} - C_s \frac{k}{\epsilon} r_{kl} \frac{\partial r_{ij}}{\partial x_l} \quad (2.36)$$

In ultimo l'equazione per epsilon ricalca quella del modello standard, con la possibilità, concessa dal presente modello, di modellarne le anisotropie nel termine di trasporto per diffusione viscosa:

$$u_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = C_{\epsilon 1} \frac{P \epsilon}{k} - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(C_{\epsilon} \frac{k}{\epsilon} r_{ij} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right] \quad (2.37)$$

Come si può intuire dalla breve presentazione eseguita i modelli del tipo R.S.M. sono potenzialmente in grado di rappresentare i comportamenti anisotropi del flusso turbolento in modo più corretto rispetto a quelli del tipo eddy-viscosity, pur restando nel contesto delle equazioni R.A.N.S. (con tutte le criticità del caso).

2.1.3 Necessità e uso delle wall function

Nella soluzione numerica dei flussi in prossimità di una parete, dunque con condizione al contorno di perfetta adesione, è necessario investire un gran numero di celle del dominio di calcolo per la soluzione dello strato limite. Questo dal momento che l'integrazione fino alla parete delle equazioni dei modelli di turbolenza necessita che il centro della prima cella giaccia nel sub-layer viscoso, circa $y^+ = 1$.

L'idea alla base delle *wall function* è quella di superare questo inconveniente, mediante un accorgimento che consenta di posizionare il centro della prima cella nel *sublayer* logaritmico, limitando di conseguenza l'onere computazionale del calcolo e, almeno dal punto di vista ideale, senza perdere di accuratezza.

Prendendo un esempio proposto da G. Kalitzin [13], l'integrazione di uno strato limite con $Re_\theta = 5000$ discretizzato con uno stretching normale alla parete (rapporto tra l'altezza di una cella e della successiva) pari a 1.15 necessita di circa 40 celle nel caso di integrazione fino alla parete e di sole 15 nell'integrazione con *wall function*, posizionando cioè il centro della prima cella a una quota pari a circa $y^+ = 100$.

Si può intuire come questo consistente risparmio, che si evidenzia non solo in termini del numero di celle necessarie alla discretizzazione di un dominio di calcolo ma anche nella minor *stiffness* del problema numerico, giustifichi l'uso delle *wall function* e, conseguentemente la ricerca e lo sviluppo di questo aspetto, apparentemente marginale, della fluidodinamica computazionale.

La teoria su cui si posa il concetto stesso di *wall function* è il carattere universale della legge di parete, ovvero l'assunzione, suffragata da raffronti numerici e sperimentali, che per molte, diverse, condizioni del flusso, la forma della soluzione compresa tra la parete e la regione esterna del *sublayer* logaritmico, se opportunamente scalata in unità adimensionali dette appunto di parete, sia universale.

Fin dagli albori del calcolo con modelli per le equazioni R.A.N.S. [14], il carattere universale del substrato logaritmico è stato sfruttato per lo studio di condizioni al contorno *off-bound*, ovvero applicate a una certa distanza dalla parete in modo da evitare di eseguire l'integrazione completa della regione più bassa dello strato limite.

In questa primitiva soluzione esisteva il vincolo che il primo punto del dominio di calcolo si trovasse all'interno del substrato logaritmico, condizione che giocoforza finiva con l'essere violata qualora i calcoli interessassero geometrie e condizioni di flusso appena più complicate dello strato limite su lastra piana.

Il problema di questo primo approccio è proprio il cattivo funzionamento per griglie che collochino il primo punto al di sotto della regione logaritmica.

Le *wall function* che, in un modo o nell'altro, risolvono questo problema proponendo strategie che consentano di posizionare il primo punto della griglia a una quota qualsiasi compresa tra la parete e la regione più esterna del *sublayer* logaritmico si dicono adattative e saranno oggetto di una parte molto importante del presente lavoro di tesi.

2.2 Stato dell'arte e scelta del modello di turbolenza

L'obiettivo generale del presente lavoro di tesi consiste nella previsione delle prestazioni di un unico modello di turbolenza in una specifica applicazione di carattere industriale.

La scelta del modello è dunque critica e si colloca all'interno di una logica che prevede la possibilità di rendere la strategia implementata immediatamente operativa a livello industriale, qualora si dimostrasse competitiva rispetto all'attuale stato dell'arte.

Nello specifico, l'applicazione industriale di riferimento sono i calcoli sulle auto da competizione svolti dall'azienda *FondTech*.

L'azienda in questione è una società di consulenza ingegneristica che lavora nel campo del progetto e dello sviluppo aerodinamico di automobili da competizione.

Le sue collaborazioni con i migliori team del settore hanno portato *FondTech* a confrontarsi con tutte le più importanti competizioni automobilistiche su pista (F1, Le Mans Prototype, DTM, F3, NASCAR).

Fino a qualche anno fa l'ambito di lavoro di *FondTech* è stato esclusivamente quello delle prove in galleria del vento di modelli in scala, ragione per cui è dotata di due impianti altamente specializzati con un sofisticato tappeto mobile, velocità di prova fino ai 50m/s e in grado di ospitare modelli con scala 0.5 rispetto al reale.

Avendo un proprio ufficio tecnico la *FondTech* è in grado di gestire tutti i passi, dal design aerodinamico di massima di una nuova vettura, all'ottimizzazione di varie configurazioni passando dal progetto, costruzione e test dei modelli in galleria del vento.

Nell'anno 2008 la *FondTech*, nella persona dell'ingegner L. Gasparini, ha presentato al "Third OpenFOAM Workshop" (Milano 10-11 July 2008) la prima fase di un processo che ha inteso aggiungere ai servizi forniti dall'azienda la possibilità di affiancare ai test in galleria a vento dei calcoli di fluidodinamica computazionale.

Dal punto di vista strettamente tecnico lo studio aerodinamico di un'auto da competizione significa il dover trattare un flusso praticamente incomprimibile, a elevato numero di Reynolds, quindi turbolento, anche in presenza di vaste aree di separazione, su geometrie molto articolate.

La volontà di verificare le potenzialità della fluidodinamica computazionale senza dover ricorrere a pesanti investimenti dal punto di vista delle licenze del software ha portato la *FondTech* a scegliere come base di partenza il solutore *OpenFOAM*, gratuito e *open source*.

La disponibilità di potenza di calcolo ha portato, come nello standard industriale attuale, a simulazioni di tipo R.A.N.S. con la scelta, a priori, del modello $k - \omega$, dal momento che, come si legge nel report presentato al

workshop [10], tale modello è considerato superiore a quello ad una sola equazione di Spalart-Allmaras e alla gran parte delle varianti del $k - \epsilon$ per la simulazione di flussi separati.

Analizzando pro e contro del modello $k - \omega$ è stato evidenziato come fosse possibile integrarne le equazioni fino a parete senza riscontrare il già citato problema di singolarità che affligge le equazioni del $k - \epsilon$, il che ha consentito di aggiungere al modello delle *wall function* di tipo adattativo, le quali, come sarà discusso nel seguito, sono assolutamente indispensabili per il tipo di problema che si intende trattare.

L'approccio delle *wall function* adattative consente di passare dalla integrazione fino a parete, nel caso in cui la griglia in prossimità della parete stessa sia fine al punto da avere il centro della prima cella a un valore di y^+ inferiore all'unità, a un convenzionale approccio di tipo *wall function* con imposizione delle condizioni al contorno off-bound nel caso in cui la dimensione della prima cella sia superiore e, al limite, il primo centro cella cada nella parte più alta della regione logaritmica dello strato limite.

Si è detto che l'approccio adattativo è indispensabile per questo tipo di applicazione. La ragione è che un approccio standard all'uso delle *wall function* prevede, come condizione di funzionamento di progetto, che il centro della prima cella cada all'interno della regione logaritmica dello strato limite, ovvero y^+ al di sopra di un valore indicativo di 30. Come contro, il funzionamento fuori progetto delle *wall function* tradizionali comporta grosse inaccurately tanto nel caso in cui la griglia sia troppo lasca, quanto nel caso in cui sia troppo fine, il che comporta la spiacevole conseguenza che, pur pagando un costo computazionale superiore, la griglia fine produca risultati più scadenti rispetto a quelli di una griglia ottimizzata.

Tutto questo non rappresenterebbe un problema rilevante se i flussi in questione non presentassero separazioni, dal momento che basterebbe progettare la griglia in modo da collocare correttamente il centro della prima cella nella regione logaritmica, tuttavia la presenza di separazioni fa diminuire, proprio in prossimità di esse, il valore dell y^+ fino a zero nel punto in cui avviene la separazione.

Combinando questo effetto con l'uso di un tipico generatore di griglia di strato limite, che non può adattare l'altezza del primo centro cella in funzione della soluzione del problema, che è per definizione incognita, si ottiene lo spiacevole risultato di avere gravi inaccurately proprio laddove si trovano gli elementi più interessanti del fenomeno fluidodinamico.

Date le difficoltà riscontrate nell'uso delle *wall function* adattative originariamente implementate in OpenFOAM gli ingegneri di *FondTech* ne hanno implementata una versione propria.

D'altro canto l'adozione del modello standard $k - \omega$ comporta delle problematiche nell'applicazione della corretta condizione al contorno a parete per la ω stessa, che a parete tende all'infinito.

La conseguenza è che spesso le soluzioni numeriche ottenute con questo

modello hanno una forte dipendenza dalla risoluzione della griglia vicino a parete.

Allo scopo di limitare o eliminare questo problema in *FondTech* si è lavorato con una formulazione alternativa, la $k - g$ basata sulla ridefinizione del parametro ω come

$$g = \sqrt{\frac{1}{\omega}} \quad (2.38)$$

La validazione del modello è stata eseguita con i classici calcoli di strato limite su lastra piana, eseguiti con griglia diverse aventi il centro della prima cella a valori diversi di y^+ (si riporta a titolo esemplificativo il risultato ottenuto con il modello $k - \omega$, figura 2.2)

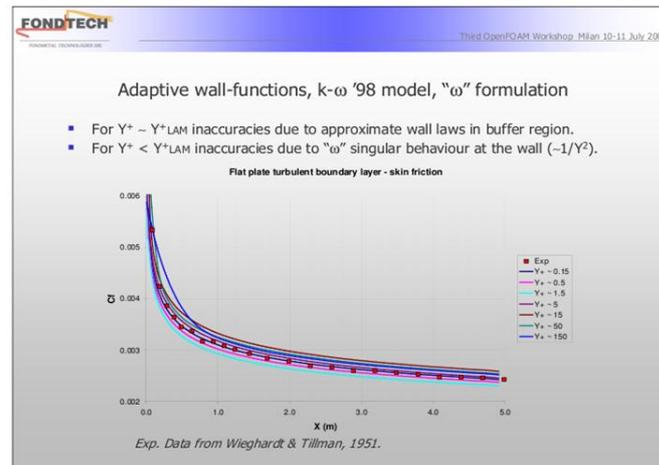


Figura 2.2: Calcolo di strato limite su lastra piana. Andamento del C_f in funzione della posizione sulla lamina. Modello $k - \omega$ con *wall function* adattative. Calcoli eseguiti da *FondTech*.

Dall'analisi sull'attuale stato dell'arte relativo all'azienda di riferimento, risulta evidente come sia stato necessario concentrare lo studio su un modello che, almeno in linea teorica, potesse garantire un miglioramento in termini di accuratezza senza risultare eccessivamente più oneroso dal punto di vista del calcolo.

In relazione a questa ultima necessità, anche su indicazione dell'ingegnere cui ha fatto capo la nostra collaborazione con *FondTech*, si è deciso di non entrare nel campo dei modelli di turbolenza RSM ma di mantenersi in quello dei modelli del tipo *eddy viscosity*, dei quali il $k - \epsilon - \overline{v'^2} - f$ o semplicemente $\overline{v'^2} - f$ è una delle migliori espressioni.

2.3 Modello $\overline{v'^2} - f$ e versione per solutore segregato

2.3.1 Il modello $\overline{v'^2} - f$ di Durbin

La necessità di studiare un modello di turbolenza raffinato, come quello che si va a trattare, nasce principalmente dalla volontà di descrivere flussi a carattere complesso, sia per ragioni legate alla geometria del dominio, sia per la possibile presenza di regioni di moto separato all'interno del campo di moto. E' infatti noto come flussi di carattere semplice ben si prestino all'uso di modelli elementari quali quelli basati su correlazioni empiriche, ad esempio i modelli a viscosità costante sufficienti per lo studio dei getti turbolenti, o ad una sola equazione, quale quello di Spalart-Allmaras ottimizzato per flussi attaccati su geometrie di tipo alare.

Per analizzare casi più complessi è tipicamente necessario l'uso di modelli a due equazioni, quali il $k - \epsilon$, che consentano di modellare in modo dignitoso l'evoluzione spaziale e temporale delle scale di tempo e velocità caratteristiche della turbolenza.

Nel caso del modello citato la scala di tempo sarà proporzionale a k/ϵ mentre quella di velocità sarà proporzionale a \sqrt{k} .

Uno tra gli inconvenienti più fastidiosi del modello $k - \epsilon$ è indubbiamente quello di produrre risultati errati qualora se ne integrino le equazioni fino alla parete. Questo a meno che non si decida di complicare il modello introducendo correzioni a carattere semiempirico che vanno sotto il nome di *damping function*.

Durbin [7], propone una possibile spiegazione delle ragioni sottostanti il pessimo comportamento del modello $k - \epsilon$ in prossimità della parete.

L'idea di fondo è che la corretta scala di velocità necessaria alla modellazione della turbolenza di parete sia il valore quadratico medio delle fluttuazioni della componente normale alla parete della velocità, $\sqrt{\overline{v'^2}}$.

Tale ipotesi porta alla nascita del modello di Durbin, inteso come estensione del $k - \epsilon$ mediante l'aggiunta di due equazioni:

- Una prima equazione per la media quadratica delle fluttuazioni in direzione wall-normal, ovvero $\overline{v'^2}$.
- Una seconda equazione ellittica, detta di rilassamento, per modellare il termine sorgente dell'equazione precedente, mediante una nuova variabile che prende il nome di f .

L'applicazione del presente modello a flussi complessi necessita un ulteriore sforzo di astrazione per comprendere efficacemente il significato fisico della variabile $\overline{v'^2}$.

Se nello studio della turbolenza in prossimità di una parete, svolto ad esempio con un calcolo di strato limite su lastra piana, è immediato identificare

la $\overline{v'^2}$ come media quadratica delle fluttuazioni in direzione wall-normal, nel caso in cui il medesimo modello sia impiegato per il calcolo di un generico campo di moto turbolento la $\overline{v'^2}$ andrebbe semplicemente intesa come una variabile che rappresenta una scala di velocità e che ricalca la fluttuazione normale alla parete solo in termini di condizione al contorno e andamento nelle immediate vicinanze della parete stessa.

E' inoltre evidente come perda totalmente di significato l'interpretazione della $\overline{v'^2}$ come media delle fluttuazioni di velocità in "direzione y ".

Nei casi di flussi turbolenti con moto medio bidimensionale e stazionario, la $\overline{v'^2}$ può essere interpretata come valore quadratico medio delle fluttuazioni di velocità in direzione normale alle linee di flusso.

Il modello di turbolenza definisce la viscosità turbolenta nel seguente modo:

$$\nu_t = C_\nu \overline{v'^2} T \quad (2.39)$$

Dove la scala di tempo della turbolenza è calcolata come

$$T = \max\left[\frac{k}{\epsilon}, 6\sqrt{\frac{\nu}{\epsilon}}\right] \quad (2.40)$$

La scala di lunghezza della turbolenza è calcolata come

$$L = C_L \max\left[\frac{k^{3/2}}{\epsilon}, C_\eta \frac{\nu^{3/4}}{\epsilon^{1/4}}\right] \quad (2.41)$$

Le equazioni del modello, nella versione instazionaria, sono le seguenti

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + u_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \frac{C_{\epsilon 1} P_k - C_{\epsilon 2} \epsilon}{T} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] \quad (2.43)$$

$$\frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial t} + u_j \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial x_j} = kf - \overline{v'^2} \frac{\epsilon}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial x_j} \right] \quad (2.44)$$

$$L^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_j^2} - f = \frac{1}{T} (C_1 - 1) \left[\frac{\overline{v'^2}}{k} - \frac{2}{3} \right] - C_2 \frac{P_k}{k} \quad (2.45)$$

con le condizioni al contorno a parete

$$k(0) = 0 \quad (2.46)$$

$$\epsilon(0) \rightarrow 2\nu \frac{k}{y^2} \quad (2.47)$$

$$\overline{v'^2}(0) = 0 \quad (2.48)$$

$$f(0) \rightarrow -\frac{20\nu^2\overline{v'^2}}{\epsilon y^4} \quad (2.49)$$

I coefficienti del modello in questa versione sono

$$C_\mu = 0.19 \quad (2.50)$$

$$\sigma_k = 1 \quad (2.51)$$

$$\sigma_\epsilon = 1.3 \quad (2.52)$$

$$C_{\epsilon 1} = 1.3 + 0.25/[1 + (C_L d/2L)^2]^4 \quad (2.53)$$

$$C_{\epsilon 2} = 1.9 \quad (2.54)$$

$$C_1 = 1.4 \quad (2.55)$$

$$C_2 = 0.3 \quad (2.56)$$

$$C_L = 0.3 \quad (2.57)$$

$$C_\eta = 70 \quad (2.58)$$

avendo indicato con d la distanza da parete.

2.3.2 Uso del modello con solutore segregato

F. Lien e G. Kalitzin [16] presentano una versione modificata del modello di turbolenza di Durbin, pensata per ovviare ai problemi di stabilità riscontrati risolvendo le equazioni del modello originale con un solutore di tipo segregato.

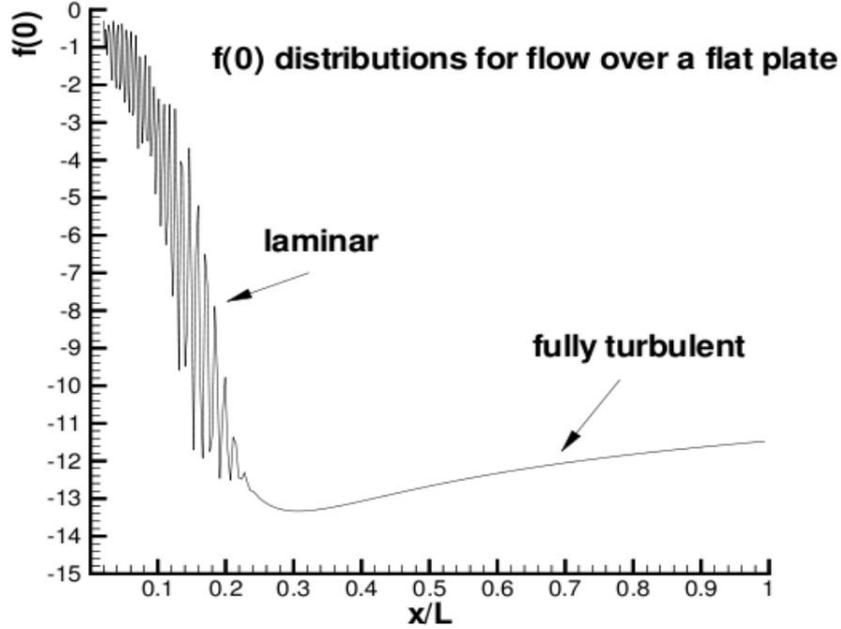


Figura 2.3: Instabilità del modello originale risolto con algoritmo segregato. Distribuzione di f a parete per un calcolo di strato limite su lastra piana.

Dovendo implementare il modello all'interno del solutore, segregato, di *OpenFOAM* la scelta è caduta su questa versione modificata che, oltre ai vantaggi legati alla stabilità, porta effetti positivi in termini di semplificazione delle condizioni al contorno a parete.

Questa versione “code-friendly” del $v'^2 - f$ consiste sostanzialmente in una ridefinizione del parametro f :

$$f_{code\,friendly} = f_{standard} + (N - 1) \frac{\overline{v'^2}}{k} \epsilon \quad (2.59)$$

con $N = 6$.

A questa ridefinizione conseguono alcune modifiche alla terza e quarta equazione del modello:

$$\frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial t} + u_j \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial x_j} = kf - N \frac{\overline{v'^2}}{k} \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial x_j} \right] \quad (2.60)$$

$$f - L^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_j^2} = (C_1 - 1) \frac{2/3 - \overline{v'^2}/k}{T} + C_2 \frac{P_k}{k} + (N - 1) \frac{\overline{v'^2}}{kT} \quad (2.61)$$

Come già accennato viene modificata anche la condizione al contorno a parete per la f

$$f(0) \rightarrow -\frac{4(6-N)\nu^2\overline{v'^2}}{\epsilon y^4} \quad (2.62)$$

che diviene una condizione al contorno omogenea per $N = 6$.

In ultimo cambiano i coefficienti del modello nel modo seguente:

$$C_\mu = 0.22 \quad (2.63)$$

$$\sigma_k = 1 \quad (2.64)$$

$$\sigma_\epsilon = 1.3 \quad (2.65)$$

$$C_{\epsilon 1} = 1.4(1 + 0.05\sqrt{k/\overline{v'^2}}) \quad (2.66)$$

$$C_{\epsilon 2} = 1.9 \quad (2.67)$$

$$C_1 = 1.4 \quad (2.68)$$

$$C_2 = 0.3 \quad (2.69)$$

$$C_L = 0.23 \quad (2.70)$$

$$C_\eta = 70 \quad (2.71)$$

Si può notare come il coefficiente $C_{\epsilon 1}$ non dipenda più dalla distanza dalla parete.

2.3.3 Condizioni al contorno di inlet

Una delle problematiche connesse all'imposizione delle condizioni al contorno per una simulazione di tipo R.A.N.S. che voglia replicare delle prove di galleria, quale che sia il modello di turbolenza scelto, è legata al contorno di inlet del dominio.

È evidente infatti come sia necessario che il flusso indisturbato che si troverà ad interagire con i contorni solidi della geometria in esame abbia il più possibile caratteristiche fisiche confrontabili con quelle reali.

Nel presente lavoro sono state prese a riferimento le procedure riportate da G Bosch e W. Rodi [2], dal momento che rappresentano un approccio standard.

La procedura si basa sul valore del rapporto r_μ definito come rapporto tra viscosità cinematica e turbolenta

$$r_\mu = \nu_t/\nu \quad (2.72)$$

Si definisce inoltre il livello di turbolenza

$$Tu = \sqrt{\overline{u'^2}} \quad (2.73)$$

A questo punto è possibile calcolare la corretta condizione di inlet per tutte le grandezze turbolente in esame:

$$k = U_{inf}^2 Tu^2 \quad (2.74)$$

$$\overline{v'^2} = U_{inf}^2 Tu^2 / 3 \quad (2.75)$$

In ultimo, la ϵ viene calcolata invertendo l'equazione per la viscosità turbolenta

$$\nu_t = C_\nu \overline{v'^2} T \quad (2.76)$$

imponendo

$$\nu_t = r_\mu \nu \quad (2.77)$$

I valori scelti per r_μ e Tu sono quelli riportati nell'articolo:

$$r_\mu = 100 \quad (2.78)$$

$$Tu = 0.02 \quad (2.79)$$

2.3.4 Vincoli di realizzabilità

La gran parte dei modelli di turbolenza basati sul concetto di *eddy viscosity* tende a sovrastimare la produzione di energia cinetica turbolenta in prossimità di aree di ristagno, in particolar modo qualora tale ristagno interessi zone di dimensione consistente.

Il risultato di questo comportamento è una stima errata, per eccesso, della viscosità turbolenta tanto nella zona di ristagno quanto a valle di questa ultima, dal momento che l'energia cinetica turbolenta ivi prodotta viene trasportata convettivamente dal moto medio.

Allo scopo di inibire questo effetto, P. Durbin [8] propone di vincolare la scala di tempo caratteristica della turbolenza, definita come

$$T = \max\left[\frac{k}{\epsilon}, 6\sqrt{\frac{\nu}{\epsilon}}\right] \quad (2.80)$$

aggiungendo il vincolo

$$0 < 2k < \overline{u^2} \quad (2.81)$$

la scala di tempo diventa

$$T = \min\left[\max\left[\frac{k}{\epsilon}, 6\sqrt{\frac{\nu}{\epsilon}}\right], \frac{C_{lim}k}{3C_\mu \overline{v'^2} \max \lambda_\alpha}\right] \quad (2.82)$$

Avendo definito con C_{lim} una costante di taratura, che tipicamente assume il valore di 0.6 e con $\max \lambda_\alpha$ il massimo autovalore del tensore di *shear*: S_{ij} . Per questo ultimo, in caso di flusso tridimensionale, vale la relazione

$$|\lambda_\alpha| < \left(\frac{2S}{3}\right)^{1/2} \quad (2.83)$$

con $S^2 = S_{ij}S_{ij}$.

Si può concludere ridefinendo la scala di tempo come

$$T = \min[\max[\frac{k}{\epsilon}, 6\sqrt{\frac{\nu}{\epsilon}}], \frac{C_{lim}k}{6^{1/2}C_\mu\overline{v'^2}S}] \quad (2.84)$$

Lien e Kalitzin [16] suggeriscono un analogo trattamento per la scala di lunghezza L che appare nell'equazione per la f .

Definita inizialmente come

$$L = C_L \max[\frac{k^{3/2}}{\epsilon}, C_\eta \frac{\nu^{3/4}}{\epsilon^{1/4}}] \quad (2.85)$$

la scala di lunghezza della turbolenza viene corretta nel seguente modo

$$L = C_L \max[\min[\frac{k^{3/2}}{\epsilon}, \frac{k^{3/2}}{6^{1/2}C_\mu\overline{v'^2}S}], C_\eta \frac{\nu^{3/4}}{\epsilon^{1/4}}] \quad (2.86)$$

L'effetto dei vincoli di realizzabilità sarà mostrato nel capitolo riguardante i calcoli tridimensionali, caso in cui sarà effettivamente dimostrata una sovrastima dell'energia cinetica turbolenta al punto di ristagno.

2.4 Wall function

2.4.1 Scelta del tipo di wall function

La scelta del tipo di *wall function* da associare al modello di turbolenza implementato, per eseguire calcoli a elevato numero di Reynolds senza dover raffinare la griglia all'interno del *linear-layer* dello strato limite, si è basata, analogamente a quanto successo per quanto riguarda la scelta del modello, su un'analisi dell'attuale stato dell'arte a livello industriale.

Facendo riferimento al lavoro portato avanti dalla *FondTech* negli ultimi anni, con il modello $k - \omega$, ci si è resi conto di quanto il comportamento delle *wall function* influenzi l'accuratezza complessiva dei calcoli ad elevato numero di Reynolds.

In particolare, come già detto, si è osservato come sia necessario implementare un approccio al problema di tipo adattativo.

Questo significa calcolare *runtime* il valore da imporre alle variabili turbolente nella prima cella a ridosso della parete in funzione della soluzione stessa.

Il riferimento per questa parte del lavoro è il già citato lavoro di G. Kalitzin [13].

Tale articolo propone una formulazione del tutto nuova di *wall function* applicabile a un qualsiasi modello R.A.N.S. e che si basa sull'ipotesi di universalità dei profili di tutte le variabili, opportunamente adimensionalizzate, nella regione più interna di uno strato limite, detta *wall-layer*.

La procedura si basa sull'equivalenza del numero di Reynolds basato su dimensione e velocità del primo centro-cella in variabili dimensionali e in variabili di parete

$$Re_1 = \frac{y_1 u_1}{\nu} = y_1^+ u_1^+ \quad (2.87)$$

Avendo definito

$$y_1^+ = \frac{y_1 u_\tau}{\nu} \quad (2.88)$$

$$u_1^+ = \frac{u_1}{u_\tau} \quad (2.89)$$

Disponendo dei valori di y_1 e u_1 , dunque di Re_1 il programma di calcolo risale al valore di y_1^+ invertendo la relazione

$$Re_1 = y_1^+ u_1^+(y_1^+) = F(y_1^+) \quad (2.90)$$

Dopodichè procede ad una stima della u_τ a partire dalla definizione stessa di y_1^+

$$u_\tau = \frac{y_1^+ \nu}{y_1} \quad (2.91)$$

A questo punto è possibile imporre i valori delle variabili turbolente in funzione della y_1^+ e della u_τ appena calcolata

$$k = u_\tau^2 k^+(y_1^+) \quad (2.92)$$

$$\epsilon = \frac{u_\tau^4}{\nu} \epsilon^+(y_1^+) \quad (2.93)$$

$$\overline{v'^2} = u_\tau^2 \overline{v'^2}^+(y_1^+) \quad (2.94)$$

$$f = \frac{u_\tau^2}{\nu} f^+(y_1^+) \quad (2.95)$$

Restano da specificare le funzioni

$$k^+(y_1^+) \quad (2.96)$$

$$\epsilon^+(y_1^+) \quad (2.97)$$

$$\overline{v'^2}^+(y_1^+) \quad (2.98)$$

$$f^+(y_1^+) \quad (2.99)$$

fino a questo punto considerate note.

L'articolo di riferimento propone due diverse strategie a proposito:

- funzioni analitiche per il *linear-layer* e *log-layer* e qualche forma di raccordo fra le due per il *buffer-layer*
- interpolazione di risultati di calcoli con integrazione fino a parete, detti *low Reynolds*, a numero di Reynolds sufficientemente elevato

Entrambe le strategie evidenziano pro e contro:

- l'uso di funzioni analitiche evita errori legati all'interpolazione e al numero di Reynolds della simulazione *low Reynolds* ma mostra limiti intrinseci nel caso in cui vengano usate per la regione del *buffer-layer*
- la tecnica di interpolazione non richiede di inventare alcun tipo di raccordo semi-empirico tra le curve del *linear-layer* e *log-layer* ma potrebbe mostrare i problemi sopracitati.

Dal punto di vista implementativo la prima strategia consente una maggiore semplicità del codice tuttavia, considerando la possibilità di eseguire simulazioni *low Reynolds* sufficientemente accurate, la scelta è ricaduta sulla seconda opzione.

Va inoltre osservato come lo stesso software per le *wall function* a interpolazione possa essere usato anche per prove con *wall function* analitiche sostituendo alle tabelle realizzate con calcoli *low Reynolds* la valutazione per punti delle funzioni analitiche stesse .

2.4.2 Correzione della ν_t a parete

Per ottenere risultati soddisfacenti con la strategia delle *wall function* è necessario aggiungere all'imposizione del valore delle variabili del modello di turbolenza alla prima cella un artificio che corregga il valore dello sforzo tangenziale a parete.

In questo modo l'effetto delle *wall function* viene esteso anche all'equazione della quantità di moto per la quale, a differenza delle equazioni del modello di turbolenza, non si applica la strategia delle condizioni al contorno *off bound*.

Lo sforzo tangenziale a parete è calcolato da *OpenFOAM* come

$$\tau_w = (\nu + \nu_{t_w}) \frac{u_1}{y_1} \quad (2.100)$$

Avendo indicato con

- ν la viscosità cinematica
- ν_{t_w} la viscosità turbolenta valutata a parete
- u_1 la velocità valutata al centro della prima cella
- y_1 la distanza del centro della prima cella dalla parete

Lo sforzo tangenziale calcolato in questo modo è errato a meno che non si corregga opportunamente il valore della viscosità turbolenta a parete.

$$\nu_{t_w} = \nu \left(\frac{y_1^+}{u_1^+} - 1 \right) \quad (2.101)$$

Capitolo 3

Implementazione

Viene brevemente presentato il software *OpenFOAM - 1.6*.

Come si può intuire dal nome si tratta di un programma di tipo *open source* ovvero che viene rilasciato con licenza pubblica e gratuita (*GNU General Public Licence*) insieme al codice sorgente *C++* completo e modificabile dall'utente che può contribuirne all'evoluzione. La dicitura *FOAM* è acronimo di *Field Operation And Manipulation* e lascia intendere come lo scopo ultimo del software in discussione sia molto più ampio rispetto al ristretto ambito delle simulazioni di tipo fluidodinamico: *OpenFOAM* è pensato per risolvere equazioni differenziali alle derivate parziali mediante la tecnica dei volumi finiti, sfruttando la propria capacità di gestire, attraverso strutture dati ad hoc, dei *Field*, campi, siano essi scalari, vettoriali, tensoriali, ecc.

Dopo una breve introduzione sarà descritta la struttura della libreria *OpenFOAM - 1.6* con particolare attenzione alla parte relativa ai modelli di turbolenza per le R.A.N.S. e all'implementazione del nuovo modello.

Seguirà un paragrafo in cui verrà illustrata la procedura *InterWallFunc.H* responsabile dell'implementazione delle *wall function* scelte nel modello di Durbin che, con questa modifica, verrà ribattezzato "*Durbin $\overline{v^2} - f$ h.r.*", in virtù del fatto che tale modello sarà adoperato per calcoli "high Reynolds".

3.1 Presentazione del software *OpenFOAM - 1.6*

La libreria di calcolo *OpenFOAM* nasce nel 1993 come strumento software *open source* sviluppato in linguaggio *C++* per la soluzione di equazioni a derivate parziali mediante la tecnica dei volumi finiti, con particolare attenzione ai problemi di natura fluido-aerodinamica. La filosofia *open source* ne ha consentito una continua evoluzione fino alla versione 1.7 rilasciata nell'anno 2010.

Essendo scritto in linguaggio *C++* il software in questione fa proprie alcune caratteristiche della programmazione *object-oriented* che consente di modi-

ficare parti del programma o introdurne di nuove con relativa semplicità. A differenza dei linguaggi di tipo procedurale per i quali la programmazione ruota attorno al concetto di *subroutine*, cioè una struttura gerarchica di funzioni che vengono chiamate da un programma principale, *main*, e che si interfacciano tra loro e con il *main* attraverso uno scambio di dati, in un linguaggio del tipo *object-oriented* dati e funzioni risultano raggruppati in un solo oggetto, la classe. Una classe è formata da

- dati, detti proprietà
- metodi, detti procedure

Il software è così costituito di oggetti che interagiscono tra loro. Le peculiarità che rendono vantaggiosa la programmazione a oggetti rispetto a quella procedurale possono essere riassunte come segue:

- **Incapsulamento:** A differenza del linguaggio di tipo procedurale nella programmazione a oggetti proprietà e procedure sono “incapsulati” in un oggetto. Quest’ultimo tratta allo stesso tempo i dati e le funzioni che li elaborano. Chi utilizza l’oggetto, sia esso il programma principale, l’utente, o un altro oggetto, vede i dati filtrati mediante l’oggetto e quindi può restare ignaro delle modalità con cui sono gestiti. Ciascun oggetto può lavorare solo con i suoi dati, che non interferiscono con quelli degli altri.
- **Mascheramento:** Se nella programmazione procedurale chi utilizza una funzione deve occuparsi del corretto passaggio dei dati fra le diverse chiamate, nella programmazione ad oggetti possono essere “mascherati” i dati che non devono essere a disposizione dell’utente. A questo scopo è possibile eseguire una scelta a livello della dichiarazione delle variabili, in cui i vari elementi della classe possono essere definiti privati, dunque non utilizzabili dall’esterno, protetti, cioè utilizzabili ma non modificabili, oppure pubblici, cioè utilizzabili dall’esterno.
- **Polimorfismo:** Mentre in un linguaggio procedurale è necessario chiamare in modo diverso funzioni che magari hanno compiti concettualmente sovrapposti ma differiscono per le modalità di *input-output*, un linguaggio *object-oriented* consente di creare diversi oggetti con lo stesso nome, avendo la possibilità di scelta, in caso di chiamata, a seconda degli argomenti passati, contribuendo alla snellezza e semplicità di lettura del codice.
- **Ereditarietà:** Nella programmazione ad oggetti è possibile derivare nuove classi da una preesistente. In questo modo gli oggetti delle nuove classi vengono a ereditare le caratteristiche degli oggetti della classe madre. Nella derivazione si potranno eseguire aggiunte o modifiche andando ad ampliare la classe preesistente. Risulta così possibile

riutilizzare o ampliare dei programmi già esistenti con un chiaro risparmio in termini di tempo. E' inoltre possibile usare delle classi madre senza necessariamente conoscerne il codice sorgente, soprattutto in relazione all'uso delle funzioni virtuali, mediante le quali si può creare una base in comune fra diverse classi che fornisca all'esterno la medesima interfaccia.

OpenFOAM è uno strumento completo, dal momento che affianca al *core* principale, costituito dai vari solutori, alcuni preziosi strumenti di pre-processing, quali ad esempio due diversi generatori di griglie, strutturate (*blockMesh*) e non strutturate (*snappyHexMesh*) oltre all'interfaccia con i più comuni generatori di griglia, ad esempio *gmsH*, e software di postprocessing, quali *Paraview*.

La soluzione di ciascun problema fluidodinamico passa attraverso la creazione di un "caso", ovvero una cartella all'interno della quale saranno eseguite le operazioni e che dovrà contenere le informazioni riguardanti la griglia, le condizioni iniziali e al contorno, i parametri necessari ad identificare univocamente il tipo di simulazione e, ultimo ma non meno importante, i risultati parziali e finali del calcolo.

3.2 Struttura di *OpenFOAM* - 1.6

Il codice sorgente di *OpenFOAM* - 1.6 è suddiviso in due distinte sottocartelle.

La prima è relativa alle *application* contiene solutori e utilities di pre-processing e postprocessing del programma originale, oltre a eventuali altri strumenti creati dall'utente.

Nello specifico, le applicazioni cui si farà riferimento nel corso del presente lavoro sono

- Il solutore per problemi incomprimibili e non stazionari: *pisoFoam*
- Il solutore per problemi incomprimibili e non stazionari: *simpleFoam*
- Il generatore di griglia: *blockMesh*
- Lo strumento di conversione in formato *OpenFOAM* delle griglie generate con *gmsH* : *gmsHToFoam*
- Gli strumenti per decomposizione e ricostruzione di un caso per il calcolo in parallelo: *decomposePar* e *reconstructPar*
- Lo strumento di interazione con *Paraview* : *paraFoam*
- Lo strumento per il *sampling* dei dati di un field in prossimità di punti, linee o superfici: *sample*

- Lo strumento per il calcolo del gradiente di velocità in direzione normale a una parete, creato ad hoc per il postprocessing delle nostre simulazioni di stratolimita: *wallnormalGradU*

La seconda cartella contiene il sorgente e i file necessari alla compilazione di tutte le librerie cui si appoggiano le *application*, in particolare i solutori.

Il codice sorgente può essere modificato o espanso e ricompilato in modo tale che le modifiche siano trasferite alle librerie vere e proprie.

Concentrandoci esclusivamente sulla sottocartella relativa ai modelli di turbolenza si osserva che:

- I modelli di turbolenza sono distinti in una cartella per i modelli per casi comprimibili e una per i casi incomprimibili
- Ciascuna delle due sotto-classi di modelli è a sua volta suddivisa in modelli R.A.N.S. e L.E.S. ma entrambe queste fanno capo ad una classe madre battezzata *turbulenceModel*, che rappresenta il generico modello di turbolenza.
- La cartella relativa ai modelli R.A.N.S. contiene il sorgente di tutti i modelli, i quali fanno a loro volta capo ad una classe di generico modello R.A.N.S. detta *RASmodel*. Vi è inoltre una sotto-cartella che contiene i codici sorgenti delle procedure ausiliarie che, pur non appartenendo ad alcun modello, possono essere chiamate da uno o più modelli R.A.N.S.

Il codice di ciascun modello R.A.N.S. è costituito, come struttura standard, da:

- un file *NomeModello.H* contenente la dichiarazione della classe, di dati e funzioni privati, costruttori, distruttori, e member-function.
- un file *NomeModello.C* contenente il listato delle funzioni private, dei costruttori, e delle member-function.

Particolare rilevanza ha la funzione *NomeModello::correct()* che è quella con la quale si interfaccia il solutore principale nel momento in cui “corregge” il valore della viscosità turbolenta. In essa sono contenute le righe di comando che consentono di definire e risolvere le equazioni del modello per poter restituire il campo di *eddy viscosity*.

Resta da analizzare la struttura interna di un generico caso, ad esempio la soluzione di un'equazione R.A.N.S. incomprimibile, che deve essere approntata nel seguente modo.

- una cartella, genericamente denominata “0” contenente i campi di tutte le variabili di interesse all'istante iniziale.

con questa cartella si impongono tanto la condizione iniziale che quelle al contorno, che il programma manterrà uguali a quelle specificate per l'istante iniziale. A titolo esemplificativo si riporta, con commenti, un file che identifica la condizione iniziale per la simulazione di uno strato limite su lastra piana.

La prima parte del file evidenzia il formato in cui è stato scritto, il tipo di classe cui si fa riferimento, nel nostro caso si tratta di un campo vettoriale di volume, e infine il nome dell'oggetto, "U", ovvero la velocità.

```
FoamFile
version 2.0;
format ascii;
class volVectorField;
object U;
```

In una seconda parte vengono definite le unità di misura dell'oggetto in questione. Tale operazione è estremamente importante perchè consente al software di eseguire controlli riguardo la coerenza dimensionale delle operazioni eseguite durante il calcolo. Nel nostro caso ms^{-1}

```
dimensions [0 1 -1 0 0 0 0];
```

La terza parte consente di specificare il campo interno. Nel nostro caso la scelta è ricaduta su un campo uniforme avente la medesima velocità del flusso asintotico, ovvero $10ms^{-1}$ in direzione del primo asse, ovvero x .

```
internalField uniform (10 0 0);
```

La quarta e ultima parte contiene le informazioni riguardanti il campo al contorno, che, come detto, sarà sfruttato per imporre le condizioni al contorno valide per l'intera simulazione. A ciascuna zona del contorno viene assegnata la corretta condizione, che può essere una tra le classiche condizioni di Dirichlet o Neumann, denominate rispettivamente *fixedValue* e *zeroGradient/fixedGradient*, o una più particolare condizione detta *slip* che consiste di gradiente nullo per le componenti tangenti alla superficie in questione e condizione di Dirichlet omogenea per la componente normale. Esiste una ultima tipologia di condizione al contorno denominata *empty* che serve ad identificare le facce parallele al piano nel quale si desidera eseguire un calcolo di tipo bi-dimensionale.

```
boundaryField

inlet
type fixedValue;
value uniform (10 0 0);

outlet
type zeroGradient;

top us
type zeroGradient;

top
type zeroGradient;

bottom us
type slip;

bottom wall
type fixedValue;
value uniform (0 0 0);

side left
type empty;

side right
type empty;
```

- una cartella denominata “*constant*” che contiene:
 - le informazioni relative alla griglia, raccolte in una sottocartella “*polymesh*” a sua volta costituita dai file
 - * *points* contenente l’elenco con le coordinate di tutti i punti necessari alla discretizzazione del dominio
 - * *faces* contenente l’elenco delle facce del dominio, ciascuna identificata dai numeri identificativi dei vertici, che a loro volta fanno riferimento all’elenco dei punti appartenenti a tutto il dominio
 - * *boundary* contenente per ogni *patch* in cui risulta diviso il contorno del dominio i riferimenti, a loro volta legati all’elenco delle facce delle celle di tutto il dominio, alla prima e ultima faccia della *patch* stessa

- * *neighbour* e *owner* che stabiliscono i collegamenti tra le varie celle
 - i parametri relativi alla scelta del tipo di simulazione e modello di turbolenza, nel nostro caso due file denominati “*turbulenceProperties*” e “*RASProperties*”
 - i parametri che servono a identificare il comportamento scelto per la diffusione viscosa (es, fluido newtoniano) e relativo valore della viscosità, file “*transportProperties*”.
- una cartella denominata “*system*” che contiene le informazioni per la soluzione numerica del caso specificate in una serie di file:
 - il dizionario *controlDict* contiene le informazioni sulla gestione dell’integrazione temporale. Segue un esempio tratto dal medesimo caso precedente:

Scelta del solutore

```
application pisoFoam;
```

Scelta degli istanti iniziale e finale

```
startFrom startTime;
```

```
startTime 0;
```

```
stopAt endTime;
```

```
endTime 10;
```

Scelta del passo temporale

```
deltaT 1e-3;
```

Scelta e parametri per il campionamento di soluzioni intermedie

```
writeControl timeStep;
```

```
writeInterval 500;
```

```
purgeWrite 10;
```

```
writeFormat ascii;

writePrecision 6;

writeCompression uncompressed;

timeFormat general;

timePrecision 6;
```

Possibilità di modificare le impostazioni del solver runtime

```
runTimeModifiable yes;
```

- il dizionario *decomposeParDict* contiene le informazioni sulla decomposizione del caso per il calcolo parallelo. Nell'esempio:

Scelta del numero di sottodomini per la decomposizione del caso

```
numberOfSubdomains 4;
```

Scelta del metodo e delle impostazioni della decomposizione. Nel nostro caso la scelta è del metodo più semplice che per griglie strutturate va benissimo dal momento che differisce da quelli più sofisticati, ad esempio quello gerarchico, dalla possibilità di scegliere l'ordine delle divisioni successive che vengono eseguite nelle diverse direzioni.

Nel nostro caso il dominio è decomposto in quattro sottodomini in direzione streamline.

```
method simple;
```

```
simpleCoeffs
```

```
(
n ( 4 1 1 );
delta 0.001;
)
```

- il dizionario *sampleDict* contiene le informazioni sulla gestione del *sampling* dei dati a livello di postprocessing, da eseguirsi con l'utilità *sample*. Segue un esempio tratto dal medesimo caso precedente:

Scelta del formato di salvataggio dei *sample*. In questo caso l'opzione scelta produce semplicemente dei file di testo con una tabulazione numerica.

```
setFormat raw;
```

Scelta del tipo di interpolazione dei dati. In questo caso l'opzione restituisce i valori relativi al centro delle celle attraversate dalla linea sulla quale si vogliono estrarre i dati.

```
interpolationScheme cellPoint;
```

Scelta dei campi dai quali estrarre i *sample*

Fields to sample.

```
fields
(
p
U
k
epsilon
v2
f
);
```

Identificazione della/e linea/e sulla quale si desidera il *sample*.

```
sets
(
profile1
(
type midPointAndFace;
axis xyz;

start (0.5 0 0.05);
end (0.5 0.15 0.05);
)
)
```

- Il file *fvSchemes* che specifica quali schemi usare per la discretizzazione spaziale dei diversi operatori differenziali, nel nostro esempio:

Schema per discretizzare la derivata rispetto al tempo

```
ddtSchemes
```

```
default backward;
```

Schema per discretizzare il gradiente delle diverse variabili (è possibile, qualora fosse necessario, ricorrere a impostazioni diverse tra una variabile e l'altra)

```
gradSchemes
```

```
default Gauss linear;
```

```
grad(p) Gauss linear;
```

```
grad(U) Gauss linear;
```

Schema per discretizzare la divergenza della velocità

```
divSchemes
```

```
default Gauss linear;
```

Schema per discretizzare il laplaciano

```
laplacianSchemes
```

```
default Gauss linear corrected;
```

- In ultimo il file *fvSolution* contiene le impostazioni per la soluzione dei sistemi, che essendo il solutore segregato vengono risolti separatamente e in successione, corrispondenti alle iterazioni sulle singole variabili. A titolo di esempio si riportano le impostazioni per la soluzione del sistema associato alla pressione, dal momento che vi interviene il più interessante tra gli schemi proposti: un multigrid geometrico-algebrico, detto G.A.M.G. (Geometric Algebraic Multi Grid).

```
p GAMG
```

```
(
```

```
agglomerator faceAreaPair;
```

```
nCellsInCoarsestLevel 10;
```

```
smoother DIC;  
mergeLevels 1;  
cacheAgglomeration true;  
tolerance 0.0;  
relTol 0.01;  
);
```

3.3 Implementazione del modello di Durbin

Come già osservato l'implementazione di un nuovo modello in *OpenFOAM* - 1.6, specialmente nel caso in cui il modello in questione risulti una naturale evoluzione del $k - \epsilon$, può essere eseguita con uno sforzo relativamente modesto.

Si tratta infatti di realizzare una copia del modello originale, allegarla ai modelli di turbolenza compilati e dunque selezionabili in input ad un generico solutore e modificarla per ottenere una classe che restituisca la *eddy viscosity* calcolata nel modo desiderato.

Delle operazioni citata l'ultima è indubbiamente la sola che interessa appieno questa tesi e perciò sarà la sola ad esservi riportata.

Le prime modifiche da effettuare riguardano il file che denomineremo *DurbinV2F.H* e riguardano la dichiarazione di quei dati privati e quelle member-function che appartengono al modello di Durbin e non al $k - \epsilon$. A titolo esemplificativo, la definizione di uno scalare avviene con il codice

```
dimensionedScalar Cmu;
```

Mentre per un campo scalare si dovrà inserire la sequenza

```
volScalarField v2;
```

In ultimo la dichiarazione delle member function, ad esempio l'operatore che restituisce la v^2 , può essere eseguita semplicemente con

```
tmp<volScalarField> v2() const  
{  
    return v2;  
}
```

Più complessa è la questione a proposito delle modifiche al file che prenderà il nome di *DurbinV2F.C* e che conterrà, come in ciascun modello di turbolenza, il cuore del calcolo della *eddy viscosity*.

Fra queste modifiche destano senza dubbio maggiore attenzione quelle che portano alla traduzione delle equazioni del modello in un formato comprensibile ad *OpenFOAM* e alla loro relativa soluzione.

Prendiamo ad esempio l'equazione per la f , scritta nel primo capitolo:

$$f - L^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_j^2} = (C_1 - 1) \frac{2/3 - \overline{v'^2}/k}{T} + C_2 \frac{P_k}{k} + (N - 1) \frac{\overline{v'^2}}{kT} \quad (3.1)$$

Considerando che nel linguaggio di *OpenFOAM* si traduce:

- $\sum \frac{\partial}{\partial x_i}$ come `fvm::div`
- $\sum \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$ come `fvm::laplacian`

Si deduce, con una leggera riformulazione, la forma dell'equazione per f :

```
tmp<fvScalarMatrix> fEqn
(
- fvm::laplacian(f)
==
- fvm::Sp(1.0/sqr(L),f)
- ((C1-scalar(6.0))*v2/k - 2.0/3.0*(C1-scalar(1.0)))/(sqr(L)*T)
+ C2*G/(k*sqr(L))
);
```

3.4 Implementazione delle *wall function* ad interpolazione

L'implementazione delle *wall function* discusse nel secondo capitolo nel modello di turbolenza precedentemente descritto è stata svolta agendo su cinque diversi livelli:

- Creazione della tabella.
La tabella con i dati necessari all'interpolazione è stata realizzata a partire dai profili

$$k^+(y_1^+) \quad (3.2)$$

$$\epsilon^+(y_1^+) \quad (3.3)$$

$$\overline{v'^2}^+(y_1^+) \quad (3.4)$$

$$f^+(y_1^+) \quad (3.5)$$

derivati dal calcolo di strato limite di cui al capitolo quarto, cui è stata aggiunta la funzione

$$Re^+(y_1^+) = y_1^+ u(y_1^+) \quad (3.6)$$

che, come descritto nel secondo capitolo, è necessaria per passare dalle variabili in unità di parete a quelle dimensionali attraverso il calcolo della u_τ . La struttura del vero e proprio file di input da far leggere al modello di turbolenza è stata pensata come una matrice di $N_{tbl} + 1$ righe e sei colonne, avendo definito N_{tbl} il numero di punti in cui risultano discretizzate le funzioni di cui sopra.

Seguendo una logica standard si è scelto di posizionare in corrispondenza dell'elemento (1, 1), ovvero prima riga e prima colonna, il valore di N_{tbl} espresso come numero intero, mentre la matrice vera e propria è stata posizionata nelle righe successive.

- Caricamento della tabella nel modello di turbolenza.

Allo scopo di implementare il caricamento della tabella in un modo tanto flessibile quanto efficiente dal punto di vista numerico si è reso necessario eseguire questa operazione in modo da rispettare i seguenti vincoli:

- La tabella doveva essere caricata una sola volta per ciascuna esecuzione del programma e non una volta per ogni iterazione.
- La dimensione della tabella doveva essere a discrezione dell'utente.

Per andare incontro alla prima necessità si è dovuto agire modificando la parte di dichiarazione dei dati privati del modello, in modo tale da poter caricare la tabella a livello del costruttore del modello stesso.

Per ragioni legate esclusivamente alla comodità di programmazione si è scelto di gestire i dati come un set di sei vettori denominati:

- REplus
- Yplus
- Kplus
- EPSILONplus
- V2plus
- Fplus

Per soddisfare il secondo vincolo ciascuno dei precedenti vettori non è dichiarato direttamente come tale, cosa che comporterebbe di conoscerne preliminarmente la dimensione, ma è dichiarato in modo implicito.

Tale operazione è stata eseguita mediante l'uso di puntatori con la sintassi

```
double* Yplus;
```

In questo modo è possibile rimandare l'allocazione dell'effettivo spazio necessario al momento in cui viene eseguita la lettura della tabella all'interno del costruttore, subito dopo aver letto la prima riga del file la quale ne identifica la dimensione.

La sintassi è del tipo

```
Yplus = (double *) malloc(Ntbl * sizeof(double));
```

A questo punto è possibile caricare la tabella nello spazio di memoria appena creato.

- Interpolazione e assegnamento della condizione al contorno *off-bound*. Questa operazione è la più articolata che possiamo suddividere dal punto di vista logico in quattro differenti operazioni, la prima delle quali consente di identificare tutte le celle della griglia alle quali applicare la *wall function* mentre le altre tre rappresentano, se unite, lo *unit-process* corrispondente all'applicazione della *wall function* ad una singola cella:

- Ciclo su tutte le celle aventi almeno una faccia su di un contorno solido del dominio.

Questa operazione viene eseguita mediante una successione di cicli annidati, che si riporta con gli opportuni commenti:

Ciclo su tutte le *patch*, ovvero sui diversi sottoinsiemi del contorno del dominio, cui appartengono, per ragioni geometriche, tutte le facce appartenenti al contorno stesso.

```
forAll ( patches, patchi )
```

Identificazione delle *patch* sulle quali sono applicate condizioni al contorno di parete solida.

```
if ( isA<wallFvPatch> ( curPatch ) )
```

Ciclo su tutte le facce appartenenti a ciascuna *patch* di quelle selezionate con la condizione precedente.

```
forAll( curPatch, facei )
```

- Calcolo del valore di Re_1 per la singola cella.

Allo scopo di calcolare il valore di Re_1 è necessario in primo luogo valutare il valore della viscosità che, pur essendo nel nostro caso una costante, è rappresentato attraverso un campo scalare di volume.

La sintassi specifica di *OpenFOAM* è facilmente leggibile:

```
label faceCelli = curPatch.faceCells()[facei];
ni = nu().internalField()[faceCelli]
```

Con la prima riga si esegue il collegamento tra la faccia di identificativo *facei* e la corrispondente cella, di identificativo *faceCelli*, mentre con la seconda riga si estrae il valore di nu corrispondente alla cella selezionata.

In secondo luogo è necessario risalire alla distanza tra il centro della cella in questione e la parete, operazione che è già prevista dal software originale di *OpenFOAM* dal momento che risulta utile in molte applicazioni di questo genere, attraverso la funzione y :

```
scalar y1 = y()[patchi][facei];
```

In ultimo deve essere calcolata la componente tangente alla parete della velocità al centro della cella in questione:

Avendo preventivamente estratto il campo vettoriale di superficie corrispondente ai vettori normali al contorno del dominio, NN , si può risalire al versore normale alla faccia di parete della cella in questione

```
vector n = NN[facei];
n = n / mag(n);
```

Sfruttando la stessa tecnica impiegata per la viscosità si estrae il vettore velocità di questa cella come

```
vector p = U.internalField()[faceCelli];
```

Dopo di che è possibile calcolare il modulo della componente di velocità tangenziale rispetto alla parete

```
p = p - (p & n) * n;
u1 = mag(p);
```

Avendo usato le funzioni di prodotto scalare, &, e di prodotto tra scalare e vettore, “*”

– Algoritmo di interpolazione.

L’interpolazione viene eseguita in due fasi:

- * In primo luogo viene eseguito un programma di ricerca che consente di risalire all’elemento del vettore *Replus* appena precedente il valore di Re_1
- * In secondo luogo si interpolano linearmente le altre funzioni tra il valore corrispondente all’elemento appena scelto e il successivo

L’algoritmo di ricerca sfrutta una semplice tecnica di bisezione su funzioni discrete:

Vi è una prima fase di dichiarazione delle variabili

```
int i1 = 0;
int i2 = 0;
int i3 = 0;
bool enter = true;
```

E per ciascuna iterazione

```
enter = true;
i1 = 0;
i2 = Ntbl;
i3 = (int)(( i1 + i2 ) / 2);
```

```
while(enter)
```

```
(
```

```
if ( ( REplus[i3] - u1y1 ) * ( REplus[i1] - u1y1 ) > 0 )
i1 = i3;
```

```
else
```

```
i2 = i3;
```

```
i3 = (int)(( i1 + i2 ) / 2);
```

```
if ( i1 == i3 )
```

```
enter = false;
```

```
)
```

L’interpolazione lineare di conseguenza risulta

```
yplus= Yplus[i1] + ( Yplus[i2] - Yplus[i1] ) / ( REplus[i2] - RE-
```

```
plus[i1] ) * ( u1y1 - REplus[i1] );
```

- Assegnamento dei valori al centro cella.
Essendo risaliti al valore interpolato per le funzioni $y^+(Re_1)$, $k^+(Re_1)$, $\epsilon^+(Re_1)$, $\overline{v^2}^+(Re_1)$, $f^+(Re_1)$, basta calcolare il valore della u_τ come

```
double utau = ni * yplus / y1;
```

E, composti i corretti gruppi dimensionali che consentono di passare dalle variabili in unità di parete a quelle fisiche, assegnare i corretti valori come segue:

```
double utau2 = pow(utau, 2);
double utau4 = pow(utau, 4);
k[faceCelli] = utau2 * kplus;
epsilon[faceCelli] = utau4 / ni * epsilonplus;
v2[faceCelli] = utau2 * v2plus;
f[faceCelli] = utau2 / ni * fplus;
```

Dove le variabili k , ϵ , v^2 , f , a cui si è fatto accesso con una tecnica del tutto analoga a quella precedentemente discussa riguardo la viscosità ν_t , contengono i campi di volume delle corrispondenti variabili turbolente sui quali lavora la restante parte del modello.

- Correzione della ν_t a parete.
L'ultima operazione è quella di correzione del valore di viscosità turbolenta a parete.
Tale operazione viene eseguita con algoritmo analogo a quello illustrato al punto precedente, ad eccezione dell'ultima fase che in questo caso non porta alla correzione del valore al centro della prima cella ma a parete.

Avendo definito nutw come:

```
scalarField& nutw = nut.boundaryField()[patchi];
```

La correzione della viscosità a parete diventa

```
nutw[facei] = ni*(yplus/uplus - 1);
```

Capitolo 4

Validazione

Nella prima parte di questo capitolo viene presentato il calcolo di strato limite su lastra piana eseguito senza l'uso delle *wall function*, dunque procedendo con l'integrazione delle equazioni del sistema fino alla parete.

Saranno illustrati i parametri della simulazione, a partire dalla descrizione della griglia fino agli schemi scelti per la soluzione delle equazioni, e presentati i risultati con un breve commento.

Nella seconda parte si descriverà un set di cinque calcoli di strato limite su lastra piana eseguiti con l'uso delle *wall function* e posizionando il centro della prima cella della griglia di calcolo a quote diverse, a partire dal substrato lineare fino alla parte alta di quello logaritmico.

Saranno in primo luogo illustrati i parametri delle diverse griglie di calcolo, dal momento che gli schemi numerici scelti per la soluzione delle equazioni sono i medesimi del caso con modello *low Reynolds*, per concludere con la presentazione dei risultati.

4.1 Strato limite su lastra piana. Modello *l.R.*

4.1.1 Setup

Il primo calcolo eseguito con il modello di Durbin è quello di uno strato limite su lastra piana, con gradiente nullo di pressione.

I parametri per la realizzazione della griglia per questo caso test sono stati scelti partendo dalla griglia suggerita nell'esempio proposto nel libro di Hirsch [11].

L'impostazione generale del calcolo prevede, come nel caso test citato, che la lastra piana, con annessa condizione al contorno omogenea per la velocità, abbia inizio solo dopo una prima regione in cui alla parete inferiore del dominio vengono imposte condizioni di simmetria, del tipo *slip*.

In questo modo si separa il bordo d'attacco della lamina dall'inlet del dominio, con una generale tendenza a ridurre gli effetti di inaccurately legate

all'interazione delle due condizioni al contorno.

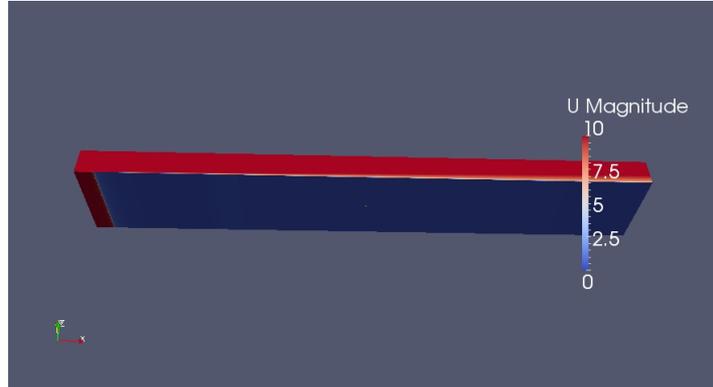


Figura 4.1: Calcolo *low Reynolds* su lastra piana. Spiegazione della struttura del dominio mediante una visualizzazione del campo di velocità.

Le condizioni al contorno all'ingresso del dominio di calcolo sono imposte seguendo la strategia presentata nel primo capitolo.

Le condizioni tanto all'uscita del dominio quanto nella parte superiore dello stesso sono di gradiente nullo.

In corrispondenza della lamina si applicano le condizioni al contorno esposte nel capitolo descrittivo del modello *code-friendly*.

La griglia di calcolo è divisa in due blocchi, il primo comprendente la zona di inlet e il secondo l'intera lamina.

L'altezza del dominio è costante e pari a $h = 0.3m$, la lunghezza della zona di inlet $l_{inlet} = 0.02m$ mentre la lunghezza della lamina $l = 0.6m$.

Il numero di celle in direzione *streamwise* è di $M_{inlet} = 20$ per la regione di inlet e di $M = 1500$ per la lamina, entrambe con un rapporto di *stretching*, ovvero rapporto tra le lunghezze delle celle all'inizio e alla fine del blocco, pari a $1/10$, con raffinamento nella direzione del bordo d'attacco della lamina.

Per quanto riguarda la direzione *wall normal*, invece, il numero di celle è $N = 500$ con un rapporto di *stretching* pari a $1/30$, con raffinamento nella direzione della parete.

Il valore di velocità asintotica scelto $U_{inf} = 166m/s$ e la viscosità cinematica $\nu = 10^{-5}m^2/s$ consentono di arrivare a un massimo numero di Reynolds $Re_x = 10^7$.

La soluzione del problema, seppur stazionario, è stata affidata ad un algoritmo del tipo *time marching*, che in questo caso è da interpretare come tecnica di rilassamento.

Segue una breve rassegna delle specifiche del solutore delle equazioni nello spazio e nel tempo:

- sistema associato all'equazione della pressione: GAMG (geometric-algebraic multi-grid)
- sistema associato all'equazione della velocità: PBiCG (gradiente coniugato bi-precondizionato)
- sistema associato all'equazione della k : PBiCG (gradiente coniugato bi-precondizionato)
- sistema associato all'equazione della ϵ : PBiCG (gradiente coniugato bi-precondizionato)
- sistema associato all'equazione della $\overline{v^2}$: PBiCG (gradiente coniugato bi-precondizionato)
- sistema associato all'equazione della f : PCG (gradiente coniugato preconditionato)
- integrazione in tempo: Backward, $\Delta t = 10^{-6} s$, $cfl = 0.04$

4.1.2 Risultati

Vengono riportati i risultati del calcolo eseguito, corredati da dati sperimentali e analitici di confronto.

I dati sperimentali si riferiscono alle prove condotte da K. Weighardt [19], quelli analitici alle soluzioni di G. Kalitzin [13].

I profili in unità di parete della velocità e delle variabili del modello di turbolenza si riferiscono a una stazione posta in prossimità dell'outflow, cui corrisponde un valore di $Re = 9 * 10^6$ e $Re_\theta = 14000$

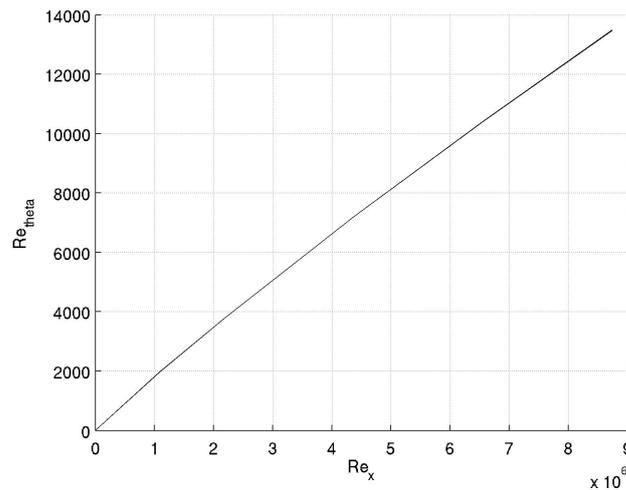


Figura 4.2: Calcolo *low Reynolds* su lastra piana. Andamento del Re_θ in funzione della posizione sulla lamina.

L'andamento del $Re_\theta = \frac{U_{inf}\theta}{\nu}$ in funzione della coordinata x , tangenziale alla corrente asintotica, mostra un andamento lineare, che permette di verificare la crescita lineare dello spessore di quantità di moto dello strato limite, in perfetto accordo con la teoria.

Si può osservare come nel primo tratto la crescita dello strato limite sia inferiore, dal momento che per un breve tratto nella zona a ridosso del bordo d'attacco della lamina lo strato limite si mantiene laminare.

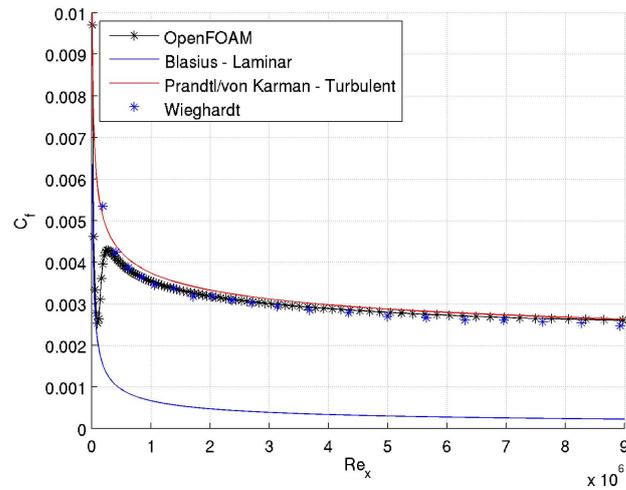


Figura 4.3: Calcolo *low Reynolds* su lastra piana. Andamento C_f in funzione della posizione sulla lamina.

L'andamento del C_f in funzione della coordinata x risulta perfettamente allineato con i dati sperimentali di Wieghardt [19]

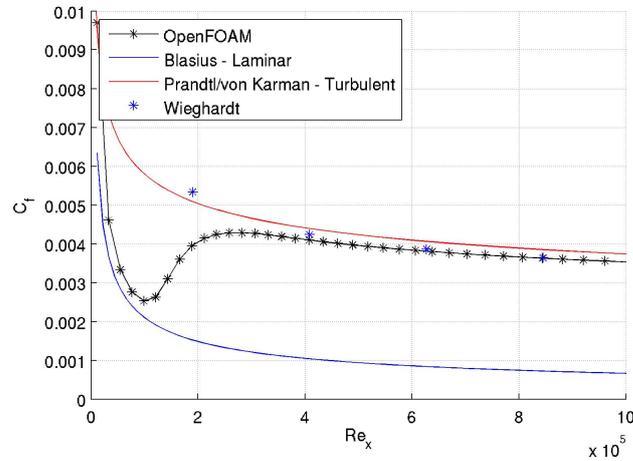


Figura 4.4: Calcolo *low Reynolds* su lastra piana. Andamento C_f in funzione della posizione sulla lamina, particolare del bordo d'attacco.

Lo zoom del grafico nella zona immediatamente adiacente al bordo d'attacco della lamina, figura 4.4, mostra come la parte iniziale di strato limite, laminare, abbia un andamento del C_f allineato a quello corrispondente alla soluzione analitica di Blasius,

$$C_f = \frac{A}{\nu\sqrt{x}} \quad (4.1)$$

Con la costante empirica $A = 0.664$.

Nella parte immediatamente successiva della lamina lo strato limite esegue correttamente la transizione portandosi su valori prossimi tanto ai dati sperimentali quanto alla regressione semiempirica di Prandtl - Von Karman.

$$C_f = \frac{2k^2}{\ln^2(C_f Re_x C)} \quad (4.2)$$

Con $k = 0.41$, costante di von Karman, e $C = 3.5$, costante empirica. Questo grafico mostra come il modello di Durbin, se integrato fino a parete, sia in grado di "spegnersi", annullando il proprio effetto nelle regioni di moto laminare.

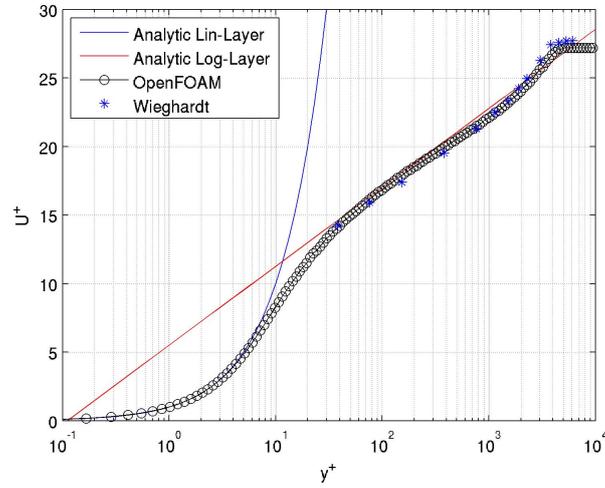


Figura 4.5: Calcolo *low Reynolds* su lastra piana. Andamento della velocità in unità di parete, in funzione della quota, sempre in unità di parete. $Re_x = 9 * 10^6$, $Re_\theta = 14000$.

L'andamento della u^+ in funzione della distanza da parete mostra come il calcolo sia in grado di modellare correttamente il comportamento dello strato limite nelle sue tre regioni principali, tanto per quanto riguarda il raffronto con i dati sperimentali (regione esterna, regione logaritmica e buffer layer) quanto a fronte del confronto con la legge di parete (regione lineare e logaritmica).

$$u^+(y^+) = ky^+ \quad (4.3)$$

$$u^+(y^+) = \frac{1}{k} \ln(y^+) + A \quad (4.4)$$

Con $k = 0.41$, al solito la costante di von Karman, e $A = 5.2$, costante empirica.

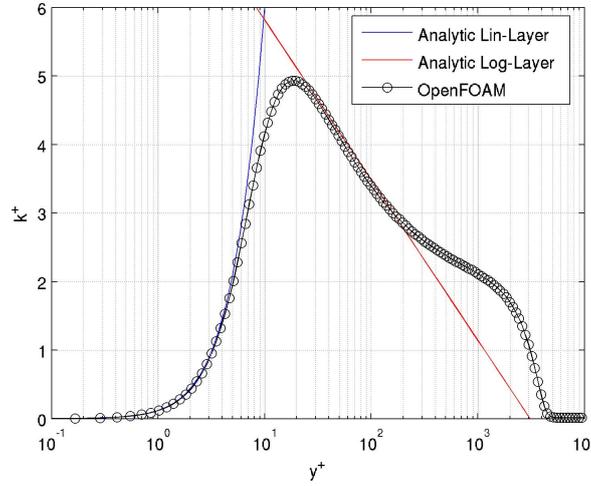


Figura 4.6: Calcolo *low Reynolds* su lastra piana. Andamento dell'energia cinetica turbolenta in unità di parete, in funzione della quota, sempre in unità di parete. $Re_x = 9 * 10^6$, $Re_\theta = 14000$.

L'andamento della k^+ in funzione della distanza dalla parete mostra un raccordo tra gli andamenti previsti nell'articolo di G. Kalitzin [13]:

- regione lineare

$$k^+(y^+) = \frac{2400}{C_{e2}^2} \left[\frac{1}{(y^+ + C)^2} + \frac{2y^+}{C^3} - \frac{1}{C^2} \right] \quad (4.5)$$

con $C_{e2} = 1.9$, costante del modello di Durbin, e $C = 11$, costante derivata dalla regressione dei dati di simulazioni R.A.N.S. eseguite da G. Kalitzin.

- regione logaritmica

$$k^+(y^+) = \frac{C_k}{k} \ln(y^+) + B_k \quad (4.6)$$

con $C_k = -0.416$ e $B_k = 8.366$, ancora derivati da regressione di dati R.A.N.S.

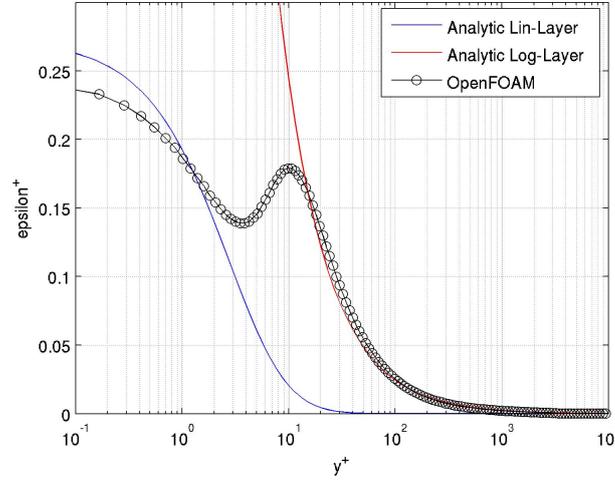


Figura 4.7: Calcolo *low Reynolds* su lastra piana. Andamento della ϵ in unità di parete, in funzione della quota, sempre in unità di parete. $Re_x = 9 * 10^6$, $Re_\theta = 14000$.

L'andamento della ϵ^+ in funzione della distanza dalla parete mostra un raccordo tra gli andamenti previsti nell'articolo di G. Kalitzin [13]:

- regione lineare

$$\epsilon^+(y^+) = \frac{14400}{C_{\epsilon 2}^2} \frac{1}{(y^+ C)^4} \quad (4.7)$$

con $C_{\epsilon 2} = 1.9$, costante del modello di Durbin, e $C = 11$, costante derivata dalla regressione dei dati di simulazioni R.A.N.S. eseguite da G. Kalitzin.

- regione logaritmica

$$\epsilon^+(y^+) = \frac{1}{k y^+} \quad (4.8)$$

con $k = 0.41$, costante di von Karman.

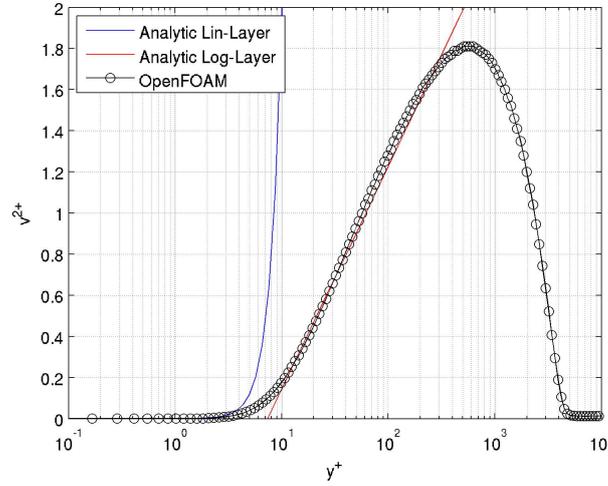


Figura 4.8: Calcolo *low Reynolds* su lastra piana. Andamento della $\overline{v'^2}$ in unità di parete, in funzione della quota, sempre in unità di parete. $Re_x = 9 * 10^6$, $Re_\theta = 14000$.

L'andamento della $\overline{v'^2}$ in funzione della distanza dalla parete mostra un raccordo tra gli andamenti previsti nell'articolo di G. Kalitzin [13]:

- regione lineare

$$\overline{v'^2}^+(y^+) = C_{v2} y^{+4} \quad (4.9)$$

con $C_{v2} = 0.193$, costante derivata dalla regressione dei dati di simulazioni R.A.N.S. eseguite da G. Kalitzin.

- regione logaritmica

$$\overline{v'^2}^+(y^+) = \frac{C_{v2} k}{l} n(y^+) + B_{v2} \quad (4.10)$$

con $C_{v2} = 0.193$ e $B_{v2} = -0.940$, ancora derivati da regressione di dati R.A.N.S.

4.2 Strato limite su lastra piana. Modello con *w.f.*

4.2.1 Griglie di calcolo

Come prima verifica delle *wall function* a interpolazione implementate è stato eseguito un calcolo di strato limite su lastra piana a $Re_\theta = 14000$.

La griglia usata per questo caso test è geometricamente la stessa impiegata per la versione *low Reynolds*, ma il numero di celle, sia in direzione *streamwise* che *wall normal*, è sensibilmente inferiore:

- le griglie con centro della prima cella a $y^+ = 6.5$ e $y^+ = 10.5$ hanno un quinto delle celle in entrambe le direzioni, per un dominio di calcolo totale di circa 30000 celle.
- le griglie per gli altri quattro calcoli, con centro della prima cella rispettivamente a $y^+ = 13$, $y^+ = 46$, $y^+ = 107$, hanno in entrambe le direzioni la metà delle celle rispetto al calcolo precedente, per un dominio di calcolo totale di circa 7500 celle.

Allo scopo di variare la quota del centro della prima cella, mantenendo costante il numero di celle in direzione normale alla parete è stato necessario agire sui rapporti di *stretching* (che si ricordano essere i rapporti tra la cella di altezza minima e massima per ciascuna griglia).

Questa strategia è stata pensata con l'intento di aumentare il valore della y_1^+ senza diminuire eccessivamente il numero di celle del dominio, con la speranza di mantenere la stessa accuratezza nel risolvere il problema differenziale, verificando così l'efficacia delle *wall function* senza introdurre errori di discretizzazione diversi per ciascun caso test.

Le impostazioni del solutore sono le stesse del caso *low Reynolds*, ad eccezione del *cfl* che, vista la maggiore stabilità del calcolo con *wall function*, è stato portato al valore di 0.3.

La tabella di interpolazione per le *wall function* usate in questo e nei successivi casi test è stata realizzata a partire dalle curve presentate nella sezione precedente.

Vista l'efficienza dell'algoritmo di interpolazione, basato su una tecnica di bisezione per funzioni discrete, si è pensato di usare la più precisa tabella che fosse possibile ricavare dai dati del calcolo *low Reynolds*, raggiungendo un valore massimo di $y^+ = 70000$ con una massima risoluzione, corrispondente alla regione di parete, di $\Delta y^+ = 0.05$, per un totale di $N_{tbl} = 80$ punti.

La dimensione della tabella, per quanto riguarda il massimo valore della y^+ che si è deciso di descrivere, è ampiamente al di sopra del normale range di impiego delle *wall function*, si tratta infatti di una scelta pensata nel caso in cui calcoli più complessi del presente portino le *wall function* ad operare, fuori progetto, a valori di y^+ elevati.

Proprio in previsione di tali casi, considerando che un algoritmo di bisezione su una funzione discreta necessita di un numero di passi proporzionale al

logaritmo del numero di campioni da prendere in esame, che dunque non influenza sensibilmente il costo computazionale dell'interpolazione, si è scelto di optare per una tabella esageratamente ampia in modo tale che, pur fuori progetto, le *wall function* continuino a lavorare su curve "fisiche" piuttosto che su estrapolazioni potenzialmente pericolose, specie dal punto di vista numerico.

4.2.2 Risultati

Vengono riportati i risultati dei cinque calcoli eseguiti, corredati dai medesimi dati sperimentali e analitici di confronto impiegati nella sezione precedente.

I profili in unità di parete della velocità e delle variabili del modello di turbolenza si riferiscono a una stazione posta in prossimità dell'outflow, cui corrisponde un valore di $Re = 9 * 10^6$ e $Re_\theta = 14000$

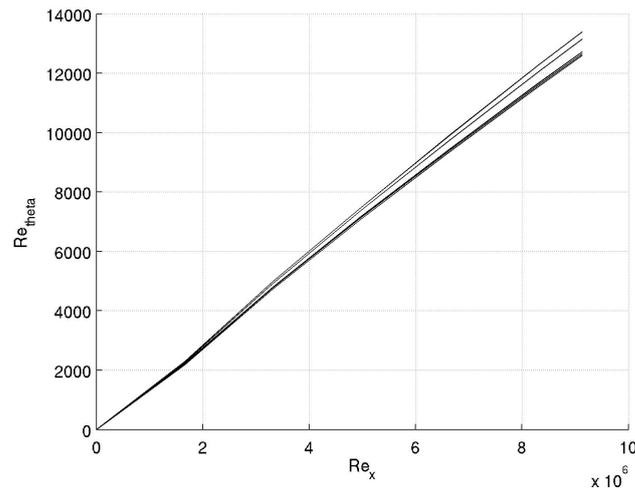


Figura 4.9: Calcolo su lastra piana, modello con *wall function*. Andamento del Re_θ in funzione della posizione sulla lamina. Curve per $6.5 < y_1^+ < 107$.

L'andamento del $Re_\theta = \frac{U_{inf}\theta}{\nu}$ in funzione della coordinata x , tangenziale alla corrente asintotica, mostra curve lineari per tutte le simulazioni, tuttavia si nota una certa tendenza del modello con *wall function* alla sottostima del Re_θ locale.

La spiegazione di questo comportamento è da ricercare nel fatto che le *wall function* si vanno a sostituire ad una integrazione completa dello strato limite, operazione che, specialmente con uno schema di calcolo non implicito, non può essere indolore. L'effetto di dispersione del numero di Reynolds locale non comporta tuttavia gravi problemi dal punto di vista della corretta stima degli sforzi e delle forze di natura viscosa agenti sul corpo dal momento

che, come noto, l'effetto del numero di Reynolds su campi di moto in regime turbolento completamente sviluppato è piuttosto modesto e ragionevolmente limitato all'ordine di grandezza.

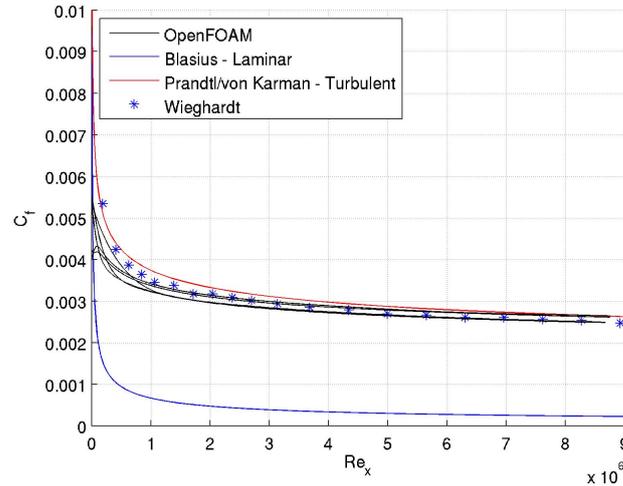


Figura 4.10: Calcolo su lastra piana, modello con $wall\ function$. Andamento C_f in funzione della posizione sulla lamina. Curve per $6.5 < y_1^+ < 107$.

L'andamento del C_f in funzione della coordinata x risulta perfettamente allineato con i dati sperimentali di Wiegardt [19], il che costituisce il risultato più importante del presente set di calcoli. La dipendenza della curva di C_f dal valore di y_1^+ è modesta per cui si è dimostrato che sarà possibile eseguire calcoli più complessi di questo senza preoccuparsi del valore di y_1^+ , posto che questi si trovi nel range di valori testati.

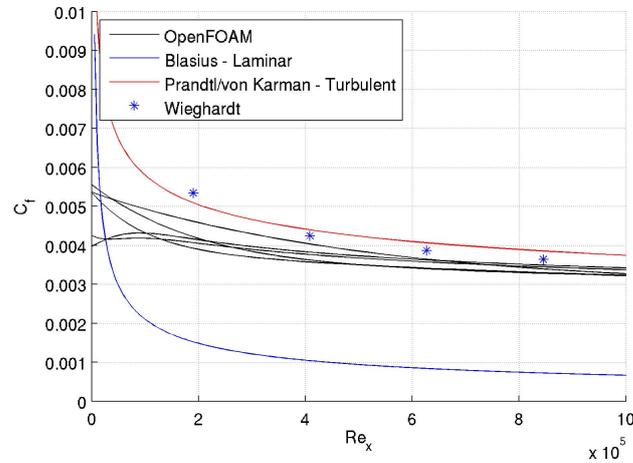


Figura 4.11: Calcolo su lastra piana, modello con $wall\ function$. Andamento C_f in funzione della posizione sulla lamina, particolare del bordo d'attacco. Curve per $6.5 < y_1^+ < 107$.

Lo zoom del grafico nella zona immediatamente adiacente al bordo d'attacco della lamina, figura 4.11, mostra come la parte iniziale di strato limite, laminare, sia malamente rappresentata dal modello con $wall\ function$ che, dopo qualche oscillazione di assestamento, produce uno strato limite turbolento. Questo effetto sarà una costante ricorrente nell'uso del presente modello con $wall\ function$ che, a differenza del corrispondente modello $low\ Reynolds$, non è in grado di "spegnersi" riconoscendo le regioni di campo di moto laminare, dal momento che il profilo che viene imposto al centro della prima cella alle variabili del modello di turbolenza è quello di uno strato limite turbolento.

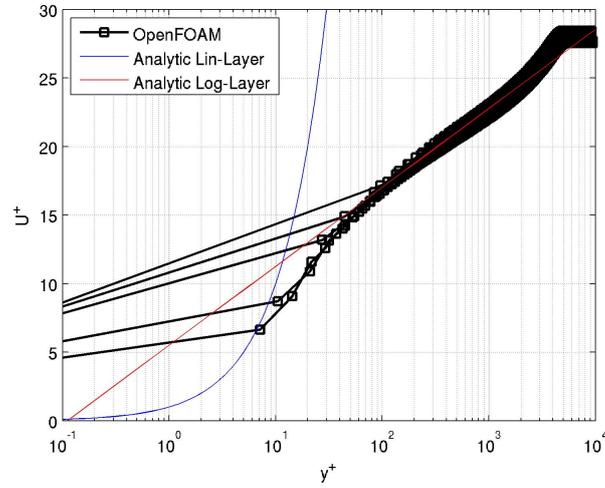


Figura 4.12: Calcolo su lastra piana, modello con *wall function*. Andamento della velocità in unità di parete, in funzione della quota, sempre in unità di parete. $Re_x = 9 * 10^6$, $Re_\theta = 14000$. Curve per $6.5 < y_1^+ < 107$.

L'andamento della u^+ in funzione della distanza da parete mostra come il calcolo sia in grado di modellare correttamente il comportamento dello strato limite nelle sue tre regioni principali, qualunque sia il valore della y_1^+ . Le leggere differenze tra i profili di velocità, come si può osservare in particolar modo nella parte corrispondente al flusso esterno allo strato limite, sono legate alla sensibilità del Cf , dunque del valore di sforzo tangenziale a parete, rispetto alla y_1^+ .

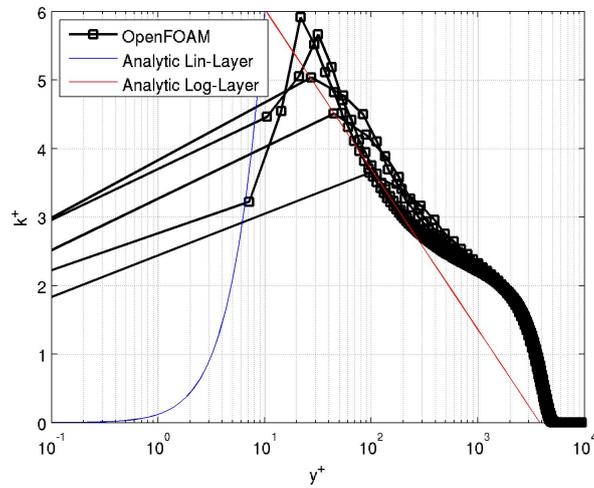


Figura 4.13: Calcolo su lastra piana, modello con *wall function*. Andamento dell'energia cinetica turbolenta in unità di parete, in funzione della quota, sempre in unità di parete. $Re_x = 9 * 10^6$, $Re_\theta = 14000$. Curve per $6.5 < y_1^+ < 107$.

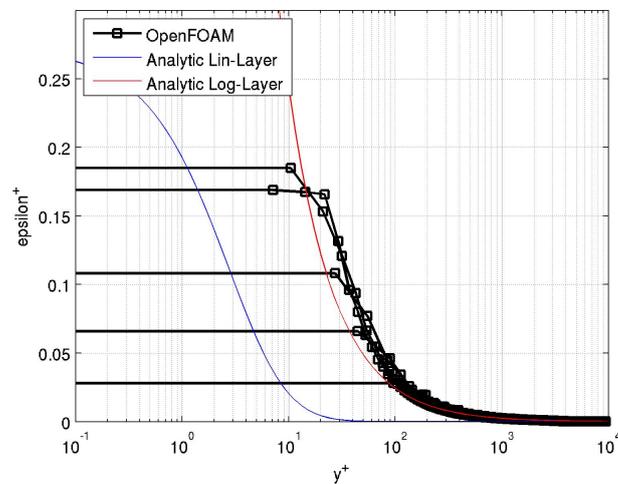


Figura 4.14: Calcolo su lastra piana, modello con *wall function*. Andamento della ϵ in unità di parete, in funzione della quota, sempre in unità di parete. $Re_x = 9 * 10^6$, $Re_\theta = 14000$. Curve per $6.5 < y_1^+ < 107$.

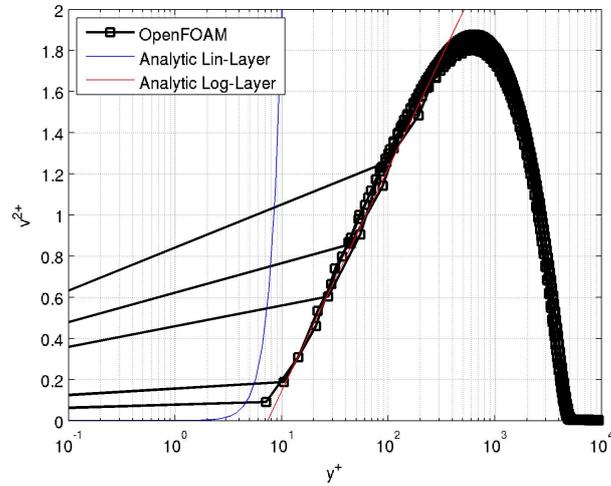


Figura 4.15: Calcolo su lastra piana, modello con *wall function*. Andamento della $\overline{v'^2}$ in unità di parete, in funzione della quota, sempre in unità di parete. $Re_x = 9 * 10^6$, $Re_\theta = 14000$. Curve per $6.5 < y_1^+ < 107$.

I grafici relativi all'andamento delle variabili turbolente in funzione della distanza da parete, figure 4.13 4.14 e 4.15, mostrano come l'intervento delle *wall function* adattative consenta a ciascuna variabile, quale che sia il valore di y_1^+ , di assumere il corretto comportamento, quantomeno nella regione logaritmica dello strato limite.

Capitolo 5

Calcoli 2D

Nella prima parte del capitolo vengono presentati i calcoli su una griglia strutturata attorno alla geometria del quadrato.

La griglia in questione è stata tratta da letteratura [2] in modo da poter confrontare i risultati del calcolo con dati R.A.N.S. oltre che con dati sperimentali.

Come si potrà osservare la capacità del modello si limiterà alla predizione delle grandezze di tipo “integrale”, quali portanza, resistenza e frequenza dello *shedding* del moto medio.

Nella seconda parte del capitolo vengono presentati i calcoli su una griglia di tipo ibrido sulla geometria del profilo NACA 23018.

Con la dicitura “ibrido” si intende una griglia non strutturata per tutto il campo di moto ad eccezione della zona immediatamente adiacente il profilo, per la quale viene adottata una griglia di tipo strutturato.

In entrambi i casi, verranno proposti due diversi paragrafi, il primo dei quali con le informazioni sulla griglia e sul setup del solutore, mentre al secondo sarà demandata la vera e propria presentazione dei risultati ottenuti.

5.1 Flusso 2D attorno ad un quadrato. Modello con *w.f.*

5.1.1 Setup

La griglia di W. Rodi [2] scelta è quella “ottimizzata”, ovvero la migliore delle tre griglie cui si fa riferimento nell’articolo. Si tratta di una griglia strutturata molto semplice nella quale tuttavia ciascun parametro è scelto sulla base dell’esperienza maturata dall’autore con i calcoli sulle altre griglie. L’inlet del dominio è posto ben 10 diametri a monte della faccia anteriore del quadrato. Questo perchè calcoli eseguiti su griglie più piccole, con inlet a 4.5 diametri, hanno mostrato un peggioramento dell’accuratezza, legato al fatto che, come si è potuto verificare attraverso la griglia più grande, ad una

tale distanza dalla faccia anteriore del quadrato, il flusso è già perturbato, cosa che viene impedita nel caso del dominio più piccolo dal momento che l'imposizione delle condizioni al contorno vincola il flusso ad essere uniforme. L'outlet si trova ad una distanza ancora maggiore dal quadrato, pari cioè a 20 diametri, questo perchè la condizione al contorno di tipo *no-stress*, dunque di gradiente nullo, applicata tanto alle componenti di velocità quanto alla pressione, tende ad influenzare negativamente la soluzione quanto più si trova nelle vicinanze del quadrato.

L'altezza complessiva del dominio è di 15 diametri, cosa che consente di limitare il bloccaggio $D/B = 0.066$.

Lo stretching massimo tra due celle successive è limitato a 0.9 nella direzione del flusso asintotico e a 1.1 nella direzione ortogonale, questo consente di limitare gli errori legati ad un eccessivo stretching della griglia che cominciano a rendersi non trascurabili proprio al di sopra di tali valori.

La dimensione delle celle poste in corrispondenza della parete è di 0.05 diametri, cosa che, al numero di Reynolds a cui saranno condotte le prove, consente di posizionare il centro della prima cella tra il *buffer layer* e la parte alta del substrato lineare.

Il numero di celle del dominio è 99 in direzione della corrente asintotica e 75 in direzione normale, per un totale di circa 7500 celle.

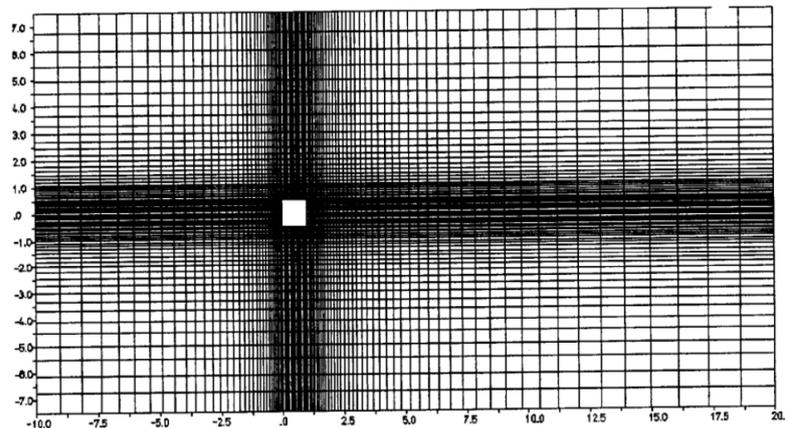


Figura 5.1: Mesh “ottimizzata” di W. Rodi [2] per il calcolo sul quadrato.

Le condizioni al contorno per il presente calcolo sono analoghe a quelle descritte per il flusso sulla lastra piana, ovvero la corrente turbolenta indisturbata all'inlet, una condizione di gradiente normale nullo tanto all'outlet quanto agli estremi superiore e inferiore del dominio, condizione di perfetta adesione a parete con gradiente normale nullo della pressione, wall function adattative per le variabili del modello di turbolenza.

La simulazione, eseguita con velocità unitaria e viscosità $\nu = 10^{-5} m^2/s$ per un $Re_D = 10^5$, è stata portata avanti per un tempo adimensionale $T = 100$, con passi temporali $\Delta t = 0.0001$ corrispondenti ad un massimo $cfl = 0.05$. L'intero campo di moto è stato salvato ogni mezza unità di tempo e i dati così raccolti sono stati sfruttati per il postprocessing di natura statistica di cui al paragrafo seguente.

5.1.2 Risultati

Il primo risultato utile allo scopo di avere un'idea di insieme dell'andamento temporale della soluzione ottenuta per il quadrato riguarda i coefficienti di portanza e resistenza raccolti nel corso della simulazione e la frequenza di *shedding* rilevata nella scia del quadrato e il conseguente numero di Strouhal.

Partendo da questa ultima si è deciso di riproporre per via numerica la procedura di calcolo che normalmente è impiegata per via sperimentale, ovvero l'analisi in frequenza dell'andamento della velocità nella scia.

Come elemento caratterizzante lo *shedding* è stata scelta la componente di velocità in direzione ortogonale al flusso asintotico valutata alla mezzeria del dominio, a partire dal quadrato e fino a una distanza di 9 diametri, su tutti i punti a disposizione. Tale componente di velocità infatti è nulla nel moto medio, il che rende i campioni estratti dal campo di moto i naturali rappresentanti delle fluttuazioni.

La cosa è ancora più evidente osservando i due seguenti campi della componente di velocità istantanea e mediata.

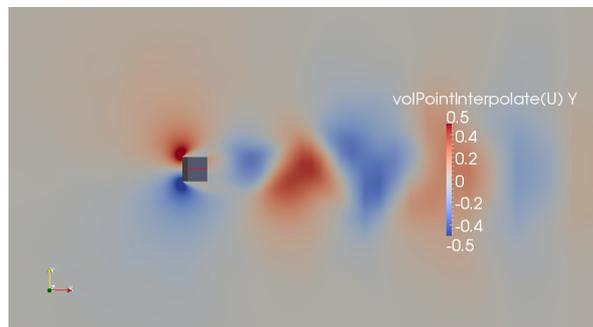


Figura 5.2: Componente di velocità verticale. Andamento spaziale istantaneo. $Re_D = 100000$, $T = 100$.

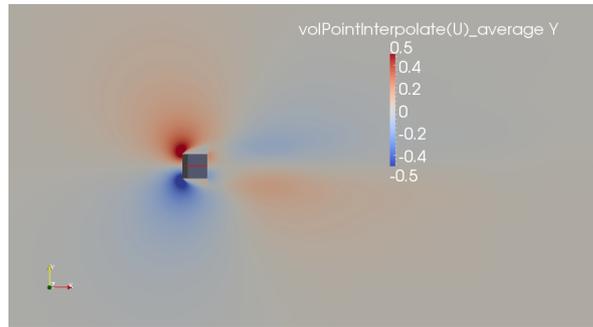


Figura 5.3: Componente di velocità verticale. Andamento spaziale mediato. $Re_D = 100000$.

L'andamento spaziale e temporale della componente di velocità scelta è riassunto nel grafico in figura 5.4

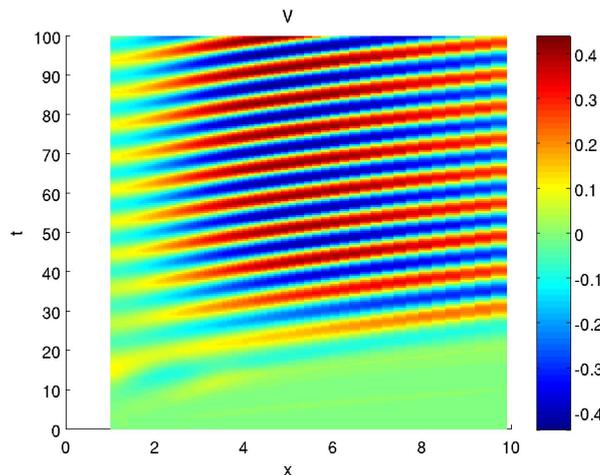


Figura 5.4: Componente di velocità verticale nella scia del quadrato alla mezzzeria del dominio. Andamento spaziale e temporale. $Re_D = 100000$.

Come si può osservare dall'andamento temporale di tutti i segnali, dopo una fase transitoria che si interrompe poco prima della metà della simulazione, si instaura, ad x fissata, una oscillazione a carattere periodico, rappresentata dall'alternanza cromatica *rosso-blu*.

Da un punto di vista più raffinato si può notare come tali fluttuazioni siano trasportate convettivamente nello spazio con una velocità prossima a quella del flusso asintotico (una perturbazione impiega circa 10 unità di tempo per percorrere i circa 10 diametri della discretizzazione spaziale, mentre la velocità asintotica è unitaria).

Su questo set di dati è stata condotta la seguente analisi statistica atta a determinare la frequenza di *shedding*.

- per ogni x è stato estratto il corrispondente andamento temporale del segnale
- ciascun andamento, inteso come funzione del tempo, è stato trasformato in serie di Fourier
- per ciascuna trasformata è stato calcolato il punto di massimo del modulo
- la media delle frequenze così identificate è stata presa come stima della frequenza di *shedding* del fenomeno.

Dopo aver determinato la frequenza di *shedding* del flusso in esame si può passare all'analisi dei coefficienti di portanza e resistenza

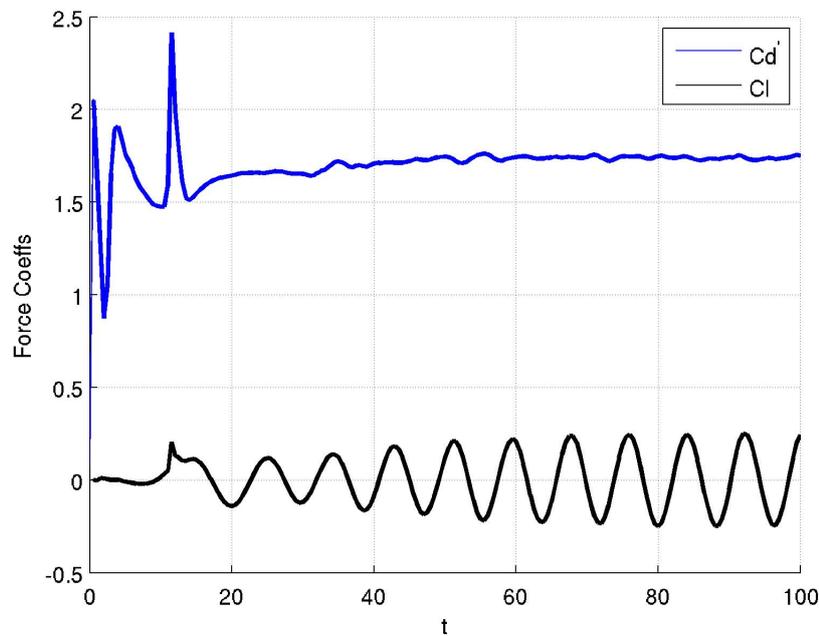


Figura 5.5: Coefficienti di portanza e resistenza sul quadrato. Andamento temporale. $Re_D = 100000$.

Come si può notare, analogamente a quanto detto riguardo la velocità, dopo una fase iniziale di transitorio il flusso si porta in condizioni di moto periodico.

Allo scopo di eliminare l'effetto del transitorio sulle statistiche, le medie calcolate saranno riferite all'intervallo $T_1 < t < T$ con $T_1 = 40$.

Riassumendo i dati integrali più significativi della simulazione effettuata sono

- Coefficiente di resistenza medio: $\overline{C_d} = 1.70$
- Media delle fluttuazioni del coefficiente di resistenza: $\overline{C_d'} = 0.0704$
- Media delle fluttuazioni del coefficiente di portanza: $\overline{C_l'} = 0.2504$
- Numero di Strouhal: $Str = 0.122$

Near-body treatment	Far-body treatment	$\overline{c_D}$	c_D'	c_L'	Str
WF	Standard $k-\varepsilon$ model	1.637	0.0020	0.305	0.134
WF	Kato and Launder model	1.789	0.0125	0.614	0.142
TL	Standard $k-\varepsilon$ model	1.719	0.0046	0.426	0.137
TL	Kato and Launder model	2.004	0.0683	1.175	0.143

Experiments	Re	Tu (%)		
[30]	176 000	≈ 3	2.05	0.126
[25]	≈ 50 000	< 1.2	2.19	0.123
[1]	22 000	2		0.135
[28]	14 000	6		0.139

Figura 5.6: Dati di letteratura sperimentali e numerici sul quadrato [2].

Confrontando i risultati con dati sperimentali e R.A.N.S. eseguite con modelli diversi si può notare come il nostro calcolo si allinei ai risultati delle R.A.N.S. per i primi tre valori, mentre sia compatibile con i dati sperimentali per il valore del numero di Strouhal, il quale mostra una lieve dipendenza dal numero di Reynolds. Si deve notare infatti come le altre R.A.N.S. proposte siano a un $Re_D = 22000$, dunque inferiore al nostro.

Continuando con la presentazione dei risultati si riporta l'andamento medio della velocità sulla mezzera del dominio, nella scia del quadrato. Questa volta la componente di maggiore interesse è quella nella direzione del flusso asintotico.

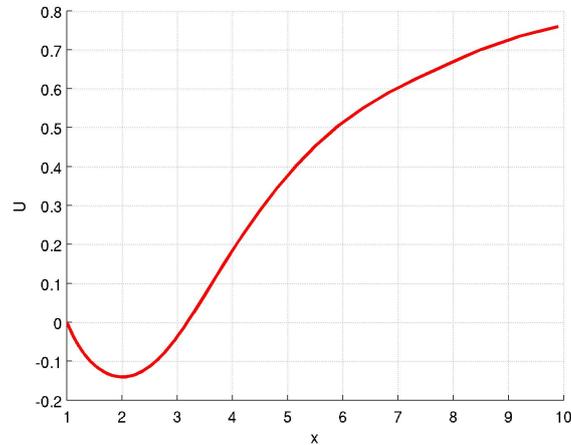


Figura 5.7: Componente di velocità orizzontale nella scia del quadrato alla mezzzeria del dominio. Andamento spaziale mediato. $Re_D = 100000$.

Dal confronto con i dati dell'articolo di riferimento si nota come le capacità predittive del modello di Durbin, in questo caso, siano alla pari di quelle di un comune modello $k - \epsilon$.

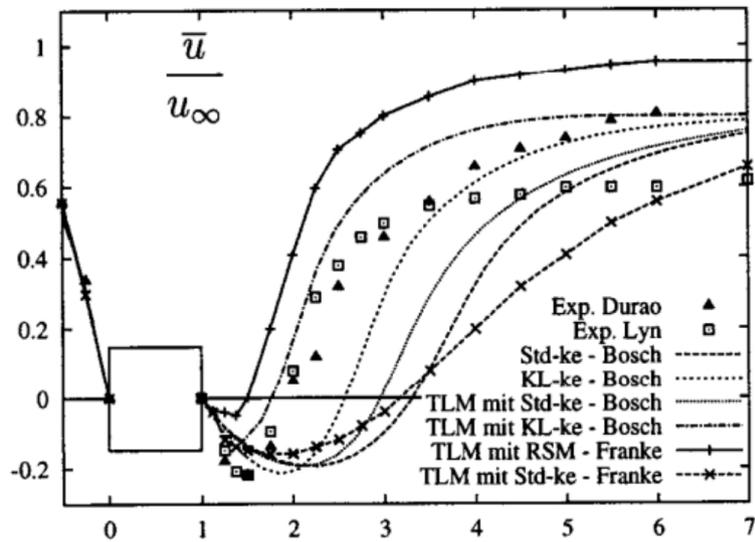


Figura 5.8: Componente di velocità orizzontale nella scia del quadrato. Andamento spaziale mediato. Calcolo di W. Rodi e dati sperimentali.

L'andamento medio della stessa componente di velocità, valutata su piani normali alla scia a tre stazioni poste a distanza progressivamente maggiore

dal quadrato è confrontato con i dati degli articoli di S. Camarri, M.V. Salvetti, B. Koobus e A. Dervieux [3] [4].

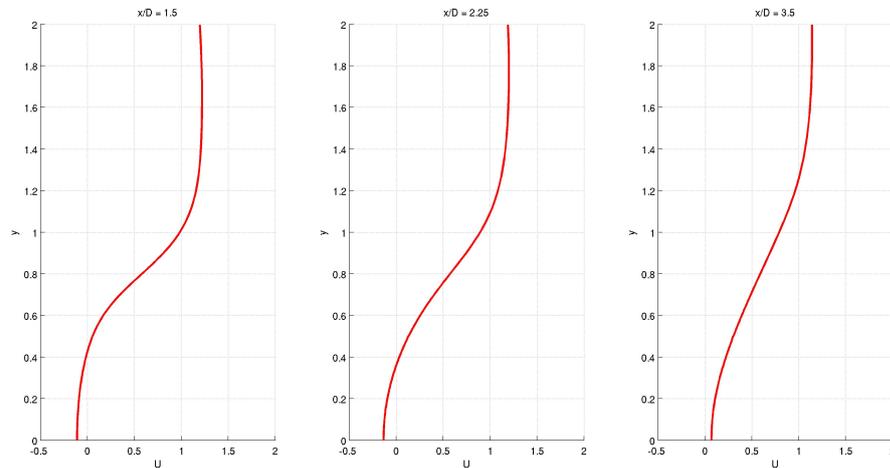


Figura 5.9: Componente di velocità orizzontale a tre diverse stazioni nella scia del quadrato. $Re_D = 100000$.

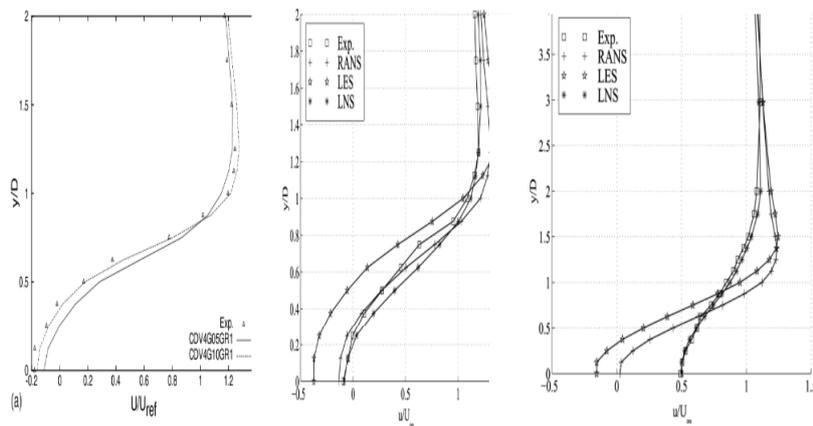


Figura 5.10: Componente di velocità orizzontale a tre diverse stazioni nella scia del quadrato. Dati numerici di letteratura.

Dal confronto con i dati numerici proposti si evince come il modello di Durbin sia in grado di rappresentare la diffusione media della scia al pari degli altri modelli, più complessi e costosi.

Dopo aver analizzato il comportamento della velocità è interessante soffermarsi sulle due variabili di maggiore interesse per il modello di turbolenza: la k e la $\overline{v'^2}$.

Dall'analisi dei campi istantanei delle due grandezze si può notare come gli andamenti siano molto simili, il che probabilmente giustifica come per certi frangenti si sia evidenziata una analogia dei risultati del modello di Durbin con il $k - \epsilon$.

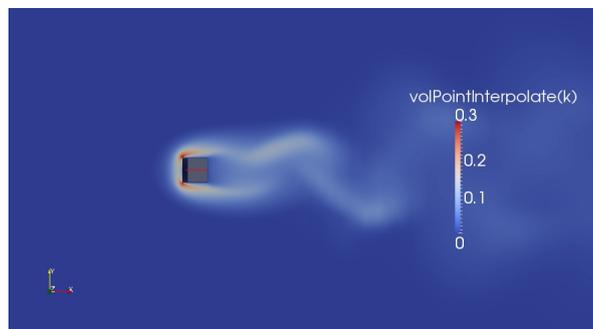


Figura 5.11: Campo istantaneo di k . $Re_D = 100000$, $T = 100$.

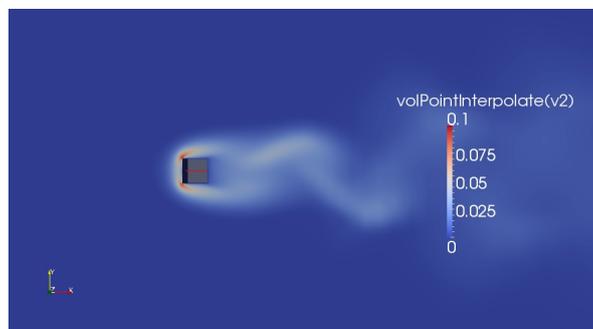
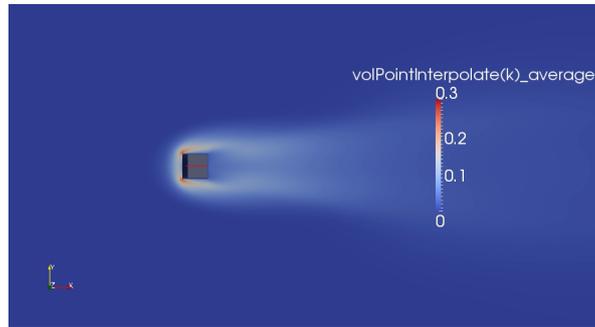
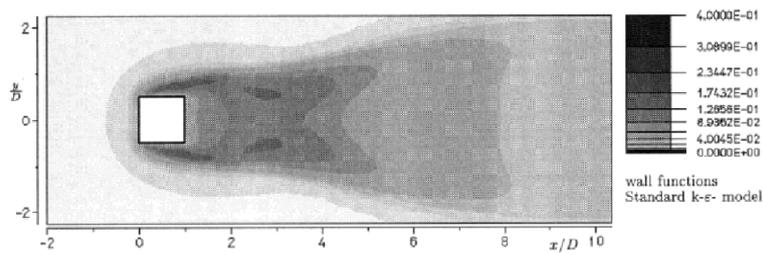


Figura 5.12: Campo istantaneo di $\overline{v'^2}$. $Re_D = 100000$, $T = 100$.

Si noti come la scala di colori di $\overline{v'^2}$ sia stata posta esattamente a $1/3$ del corrispondente valore scelto per la k .

Il campo mediato di k può essere confrontato con il risultato ottenuto da W. Rodi per il modello $k - \epsilon$, notando una buona corrispondenza.

Figura 5.13: Campo mediato di k . $Re_D = 100000$.Figura 5.14: Campo mediato di k . Calcolo di W. Rodi e dati sperimentali.

Allo scopo di rendere più evidente tanto la somiglianza dei risultati ottenuti con quelli di un modello $k-\epsilon$ quanto la difformità di entrambi i modelli, e di modelli più costosi, dalla realtà si riporta il profilo medio di k , valutato nella scia del quadrato, in corrispondenza della mezzzeria del dominio.

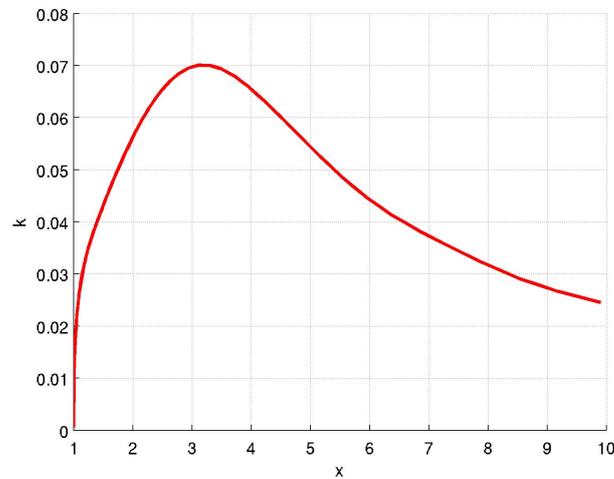


Figura 5.15: Andamento di k nella scia del quadrato. Media temporale. $Re_D = 100000$.

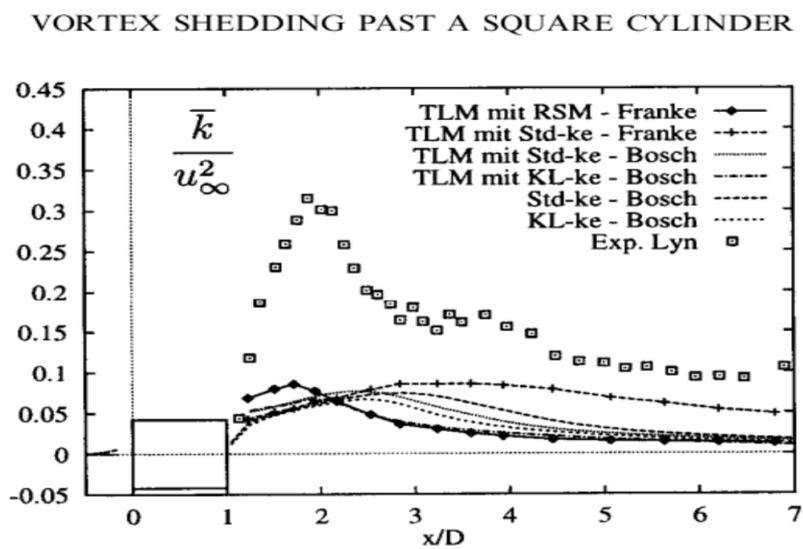


Figura 5.16: Andamento di k nella scia del quadrato. Media temporale. Calcolo di W. Rodi.

Un ultimo confronto può essere eseguito sul campo di vorticità ottenuto dal modello di Durbin e dal calcolo di W. Rodi con il $k - \epsilon$

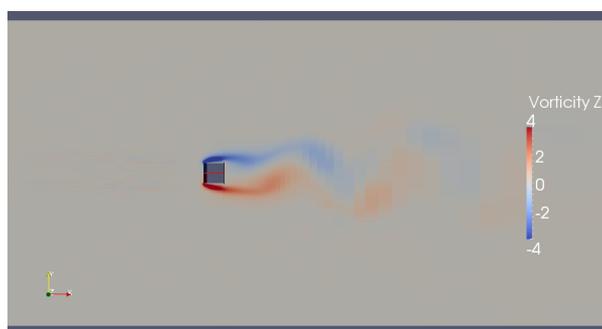


Figura 5.17: Andamento istantaneo di ω_z nella scia del quadrato. $Re_D = 100000$, $T = 100$.

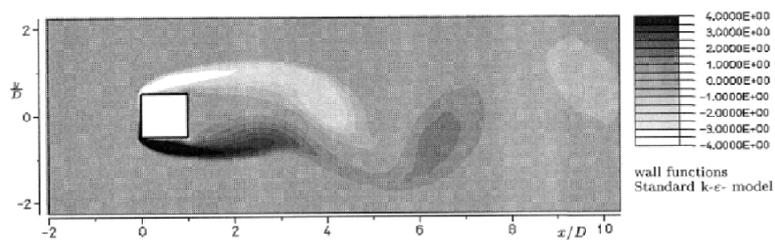


Figura 5.18: Andamento istantaneo di ω nella scia del quadrato. Calcolo di W. Rodi.

5.2 Flusso 2D attorno ad un profilo NACA 23018. Modello con *w.f.*

5.2.1 Setup

La griglia per il calcolo sul profilo NACA 23018 è stata realizzata all'interno di un dominio con forma a "D" rovesciata:

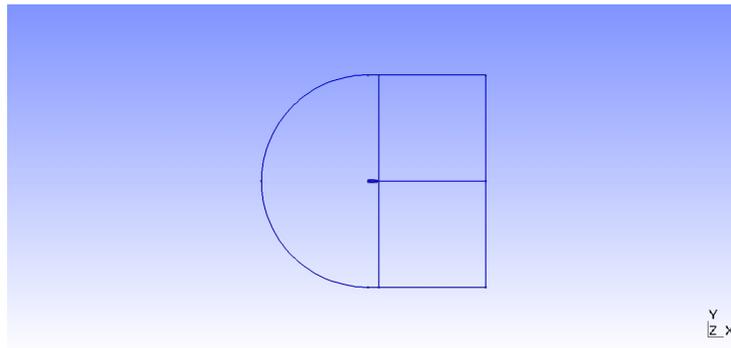


Figura 5.19: Geometria esterna del dominio di calcolo per il profilo NACA 23018.

La strategia per la discretizzazione non strutturata del dominio è stata l'approccio standard basato sul cosiddetto *background-field*.

L'idea, concettualmente molto semplice, si basa sul fatto che essendo la griglia di tipo non strutturata è possibile agire con una discreta libertà sulla dimensione delle celle, cosa che comporta l'indubbio vantaggio di poter gestire l'accuratezza della griglia in funzione di un'idea aprioristica e ragionevole della soluzione. Trattandosi del calcolo sulla geometria di un profilo alare l'attenzione maggiore deve essere prestata ai due strati limite su dorso e ventre del profilo e alla scia.

Allo scopo di realizzare un passaggio graduale dalla discretizzazione più lasca, lontano dalle regioni critiche citate, a quella più fine, si impone al generatore di griglia un vincolo sulla dimensione delle celle in funzione della posizione del loro centro.

La cosa, apparentemente complessa, è in realtà molto semplice: è sufficiente definire un campo scalare del tipo

$$D(x, y) = D_{min} + \max\left(0, \frac{(D_{max} - D_{min})}{(d_{max} - d_{min})} (\min(d_{profilo}(x, y), d_{scia}(x, y)) - d_{min})\right) \quad (5.1)$$

Avendo definito con $D(x, y)$ la dimensione di una cella in funzione delle coordinate del suo centro, con $d_{profilo}(x, y)$ la distanza del centro dal profilo e analogamente con $d_{scia}(x, y)$ la distanza del centro dalla scia, descritta in prima approssimazione da una retta orizzontale tra il bordo d'uscita del

profilo e l'outlet del dominio.
La griglia risultante è la seguente:

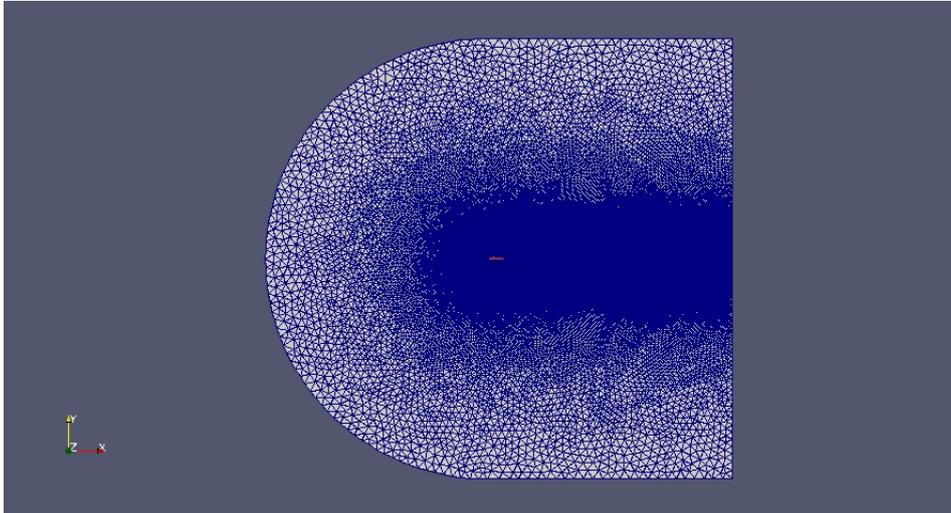


Figura 5.20: Mesh dell'intero dominio di calcolo per il profilo NACA 23018.

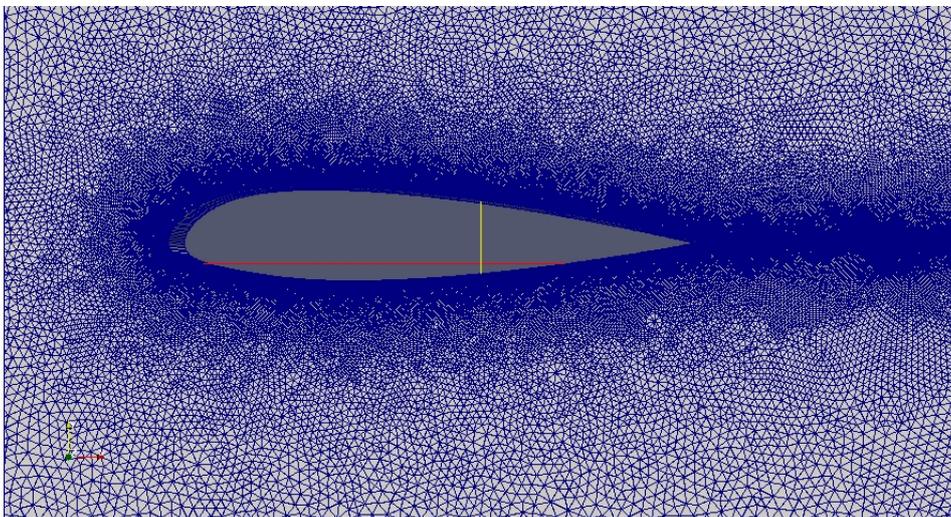


Figura 5.21: Mesh del dominio di calcolo per il profilo NACA 23018, particolare della zona nelle vicinanze del profilo e della prima parte della scia.

Per quanto riguarda la griglia strutturata di strato limite è stato necessario definire una linea fittizia, corrispondente ad un offset del profilo, a una

distanza pari ad un centesimo della corda, unitaria.

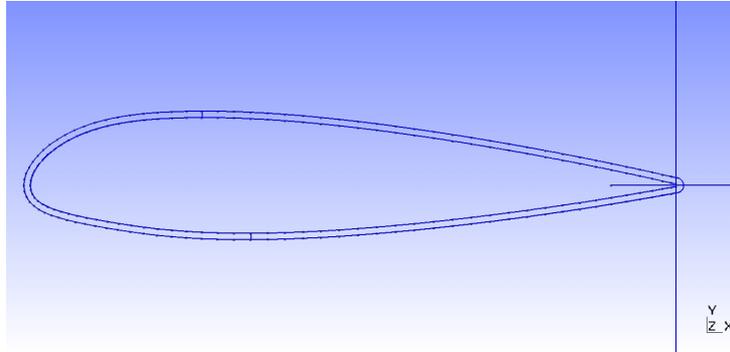


Figura 5.22: Mesh del dominio di calcolo per il profilo NACA 23018, delimitazione dell'area a griglia strutturata.

La regione delimitata dalle due curve è stata discretizzata in due diversi modi allo scopo di generare due griglie identiche in tutto fuorchè nella dimensione delle celle in direzione normale alla parete.

Entrambe le griglie hanno 400 pannelli in direzione circonferenziale, mentre si distinguono in *fine* e *coarse* in base al numero di celle per la direzione normale alla parete, pari a 9 nel primo caso e 5 nel secondo.

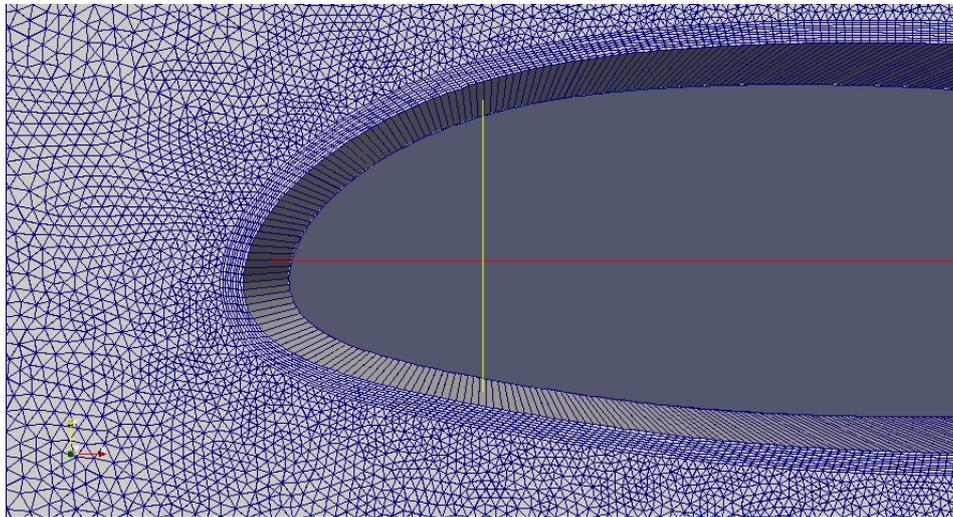


Figura 5.23: Mesh *fine* del dominio di calcolo per il profilo NACA 23018, griglia strutturata di strato limite.

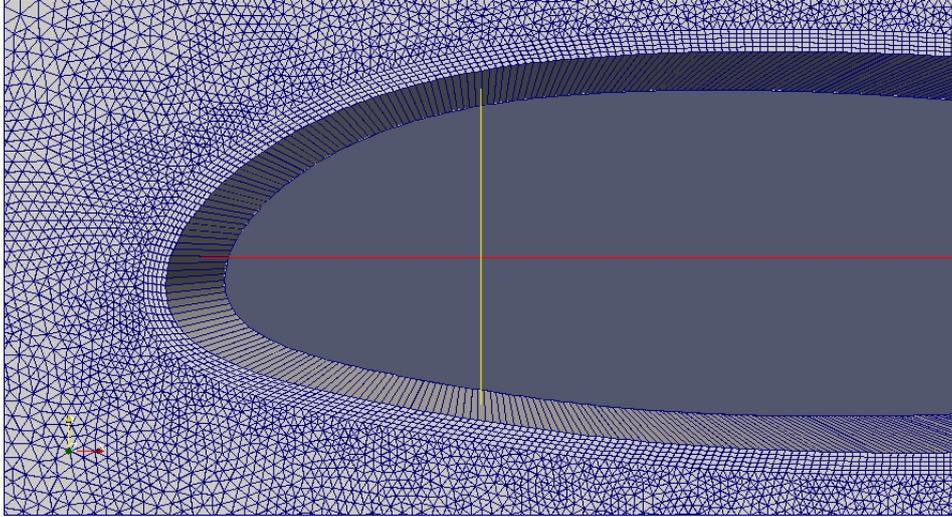


Figura 5.24: Mesh *coarse* del dominio di calcolo per il profilo NACA 23018, griglia strutturata di strato limite.

Le griglie risultanti, essendo praticamente uguali nella gran parte del dominio di calcolo, hanno un numero di celle praticamente identico:

- $N = 420000$ per la griglia *fine*
- $N = 415000$ per la griglia *coarse*

Le condizioni al contorno per il presente calcolo sono analoghe a quelle descritte per il flusso sulla lastra piana, ovvero la corrente turbolenta indisturbata all'inlet, una condizione di gradiente normale nullo tanto all'outlet quanto agli estremi superiore e inferiore del dominio, condizione di perfetta adesione a parete con gradiente normale nullo della pressione, *wall function* adattative per le variabili del modello di turbolenza.

La simulazione, eseguita a incidenza nulla, con velocità asintotica pari a $5m/s$ e viscosità $\nu = 10^{-5}m^2/s$ per un numero di Reynolds basato sulla corda $Re_c = 500000$, è stata eseguita con passi temporali $\Delta t = 0.00003$ corrispondenti ad un massimo $cfl = 0.3$.

5.2.2 Risultati

La prima parte dei risultati del calcolo sarà presentata allo scopo di realizzare un confronto delle simulazioni R.A.N.S. con il più comune programma di calcolo integrato potenziale-stratolimito: *Xfoil*.

Lo scopo di questa sezione è mostrare come il modello di turbolenza implementato sia in grado di fornire risultati perfettamente compatibili con quelli

di un software realizzato ad hoc per i profili alari a incidenze “aeronautiche” (ovvero in assenza di separazioni estese dello strato limite) con una ragionevole indipendenza dalla dimensione delle celle di parete.

Come già trattato nella sezione riguardante i calcoli dello strato limite su lastra piana, eseguiti con *wall function*, il modello di turbolenza non è in grado di “spegnersi” riconoscendo autonomamente aree di moto laminare.

Alla luce di questa osservazione è insensato pretendere che le simulazioni riproducano un particolare comportamento dei profili alari a questi numeri di Reynolds: la cosiddetta “bolla di separazione”.

Senza entrare eccessivamente nel dettaglio, si ricorda che una bolla di separazione avviene quando lo strato limite laminare in prossimità del bordo d’attacco di un profilo alare “separa” a causa di un gradiente di pressione opposto al flusso esterno, salvo poi “riattaccarsi” alla parete, a seguito di una transizione al regime turbolento. L’area compresa tra “separazione” e “riattacco” è caratterizzata da moto ricircolante e pressione praticamente costante.

Il fenomeno tende a scomparire con l’aumentare del numero di Reynolds, dal momento che la transizione dello strato limite laminare al turbolento è pressochè istantanea, il che è ulteriormente accelerato in tutti i casi in cui il flusso asintotico abbia livelli di turbolenza maggiori di quelli di una ottima galleria del vento.

Per queste ragioni è stato deciso di eseguire il confronto dei risultati dei calcoli R.A.N.S. con calcoli di strato limite turbolento, andando ad agire sulle opzioni del solutore *Xfoil* imponendo la transizione dello strato limite nell’immediata prossimità del bordo d’attacco.

Cominciando dai dati di natura integrale:

- *Xfoil*
 - $C_L = 0.119$
 - $C_D = 0.0148$

- griglia *fine*
 - $C_L = 0.124$
 - $C_D = 0.0149$

- griglia *coarse*
 - $C_L = 0.121$
 - $C_D = 0.0146$

L’analisi dell’andamento del coefficiente di pressione in funzione della posizione in corda, su dorso e ventre del profilo, consente di apprezzare come il

5.2 Flusso 2D attorno ad un NACA 23018. Modello con *w.f.* 82

campo di pressione sia calcolato correttamente in entrambi i casi.

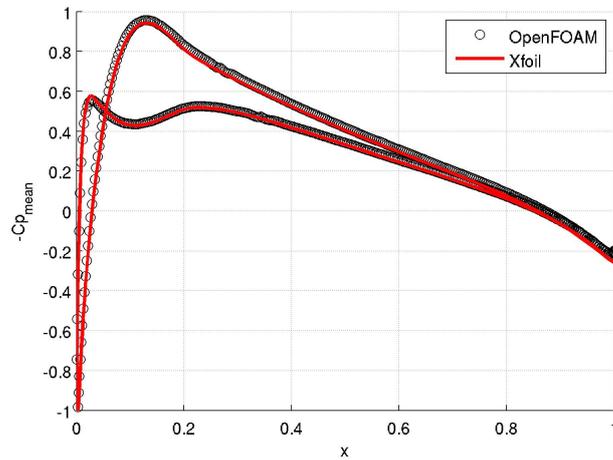


Figura 5.25: Andamento del C_p in corda per il profilo NACA 23018, $\alpha = 0$, $Re_c = 500000$, Mesh *fine*.

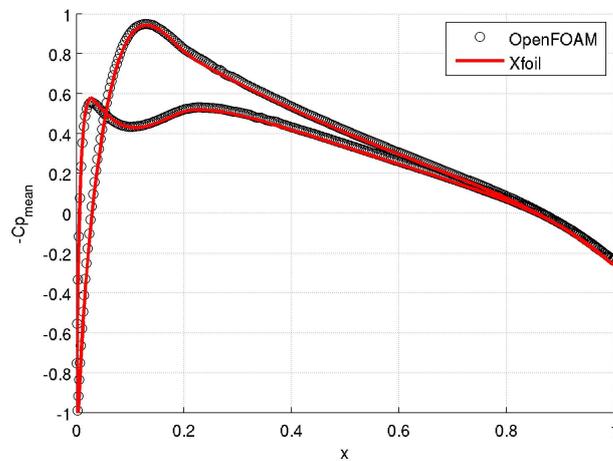


Figura 5.26: Andamento del C_p in corda per il profilo NACA 23018, $\alpha = 0$, $Re_c = 500000$, Mesh *coarse*.

Osservando l'andamento del C_f si può apprezzare il comportamento delle *wall function* che, pur operando a cavallo delle tre zone dello strato limite (linear sublayer, buffer layer e log layer) e raggiungendo quote di $y^+ = 70$ per il centro della prima cella (il che corrisponde ad una cella di altezza $y^+ = 140$), consentono di riprodurre il corretto andamento dello sforzo a

5.2 Flusso 2D attorno ad un NACA 23018. Modello con *w.f.* 83

parete, dunque i corretti profili di velocità e numero di Reynolds locali.

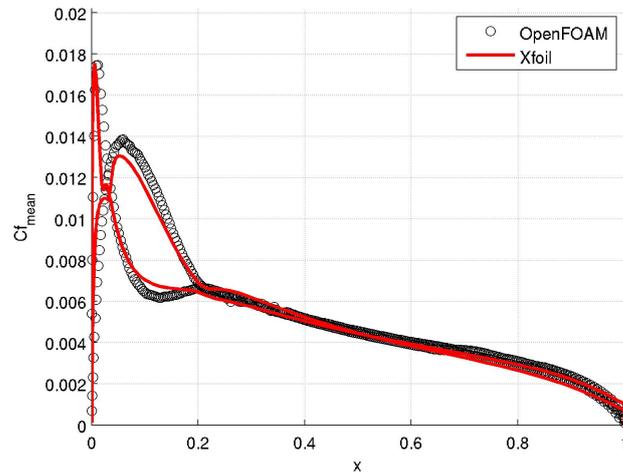


Figura 5.27: Andamento del C_f in corda per il profilo NACA 23018, $\alpha = 0$, $Re_c = 500000$, Mesh *fine*.

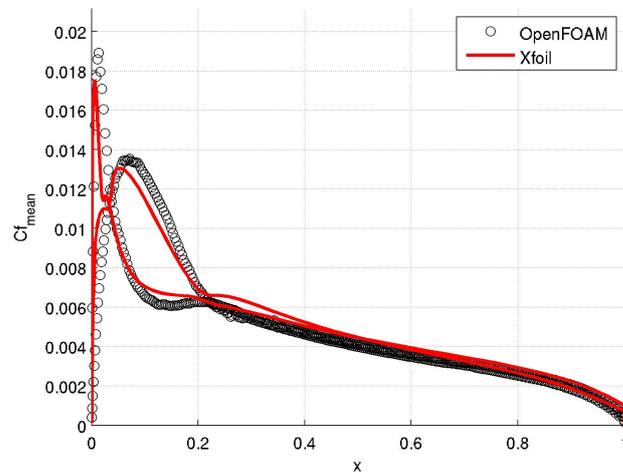


Figura 5.28: Andamento del C_f in corda per il profilo NACA 23018, $\alpha = 0$, $Re_c = 500000$, Mesh *coarse*.

Come si può facilmente notare dai grafici proposti, la maggiore differenza tra la soluzione ottenuta con il calcolo R.A.N.S. e quella di *Xfoil* cade proprio nella zona anteriore del profilo.

Per concludere questa prima fase di presentazione dei risultati si riporta,

per i due calcoli eseguiti, l'andamento in corda dell'altezza del primo centro cella in unità di parete: y_1^+ .

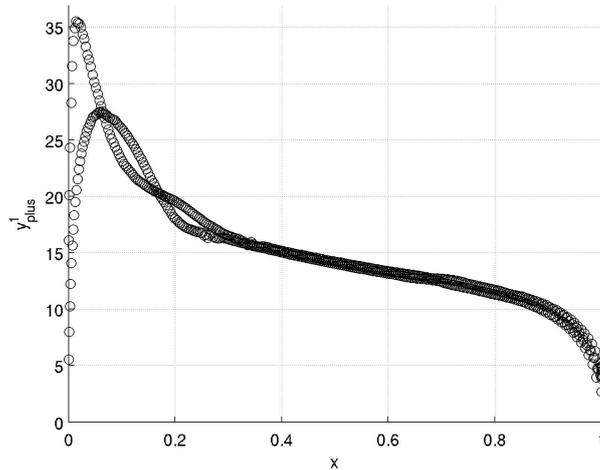


Figura 5.29: Andamento di y_1^+ in corda per il profilo NACA 23018, $\alpha = 0$, $Re_c = 500000$, Mesh *fine*.

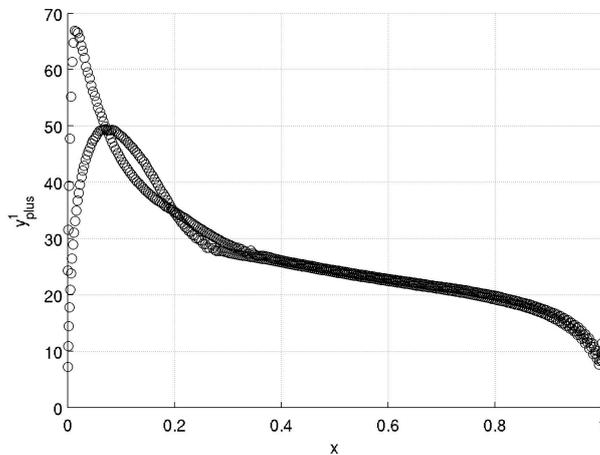


Figura 5.30: Andamento di y_1^+ in corda per il profilo NACA 23018, $\alpha = 0$, $Re_c = 500000$, Mesh *coarse*.

La seconda fase di presentazione dei risultati non vede la presenza di alcun termine di paragone ma è utile per capire il comportamento del modello di turbolenza, e in generale della simulazione R.A.N.S., in questo contesto apparentemente poco più interessante del semplice calcolo di strato limite su lastra piana. Tutti i risultati fanno riferimento alla griglia *fine*.

5.2 Flusso 2D attorno ad un NACA 23018. Modello con $w.f.$ 85

Vengono riportati, per cominciare, i campi istantanei della pressione e del modulo della velocità, corrispondenti all'istante finale del calcolo.

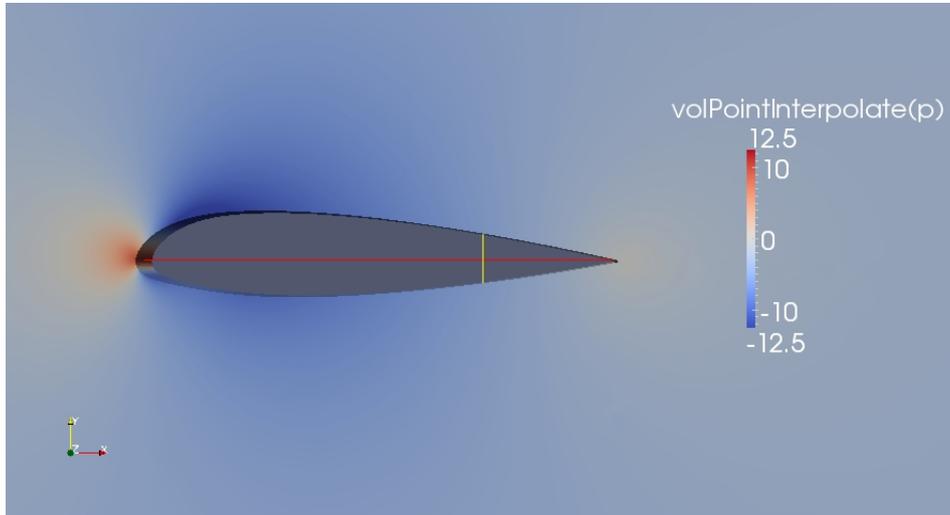


Figura 5.31: Campo istantaneo di pressione per il profilo NACA 23018, $\alpha = 0$, $Re_c = 500000$, Mesh *fine*. Per consentire una migliore comprensione del grafico la scala scelta corrisponde a un range di $-1 < C_p < 1$

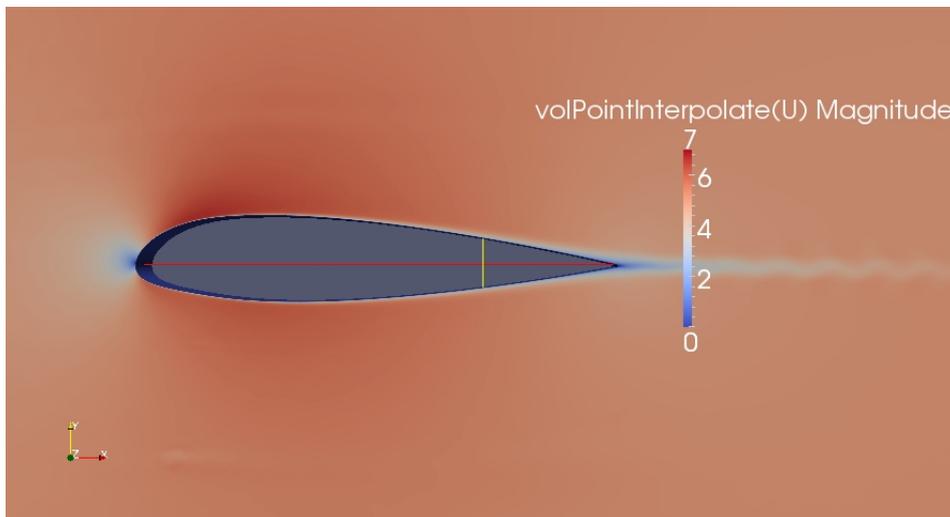
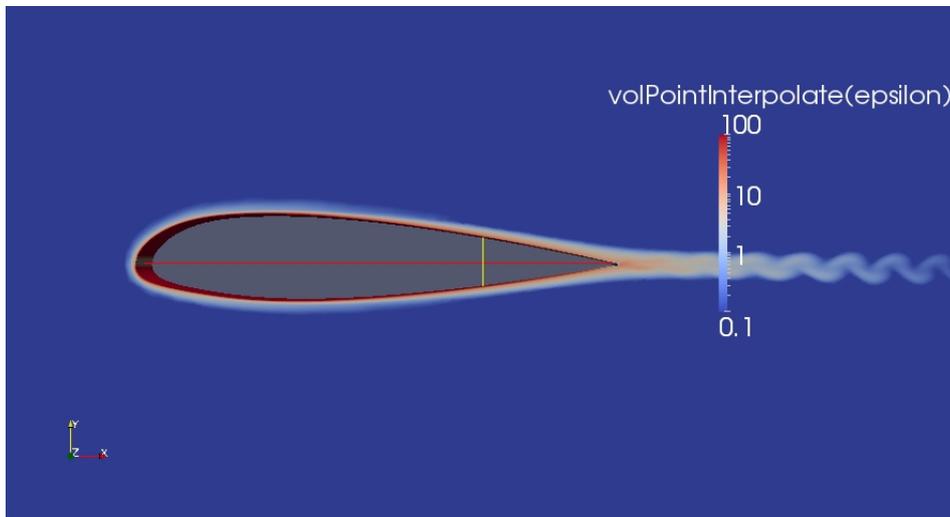


Figura 5.32: Campo istantaneo del modulo della velocità per il profilo NACA 23018, $\alpha = 0$, $Re_c = 500000$, Mesh *fine*.

5.2 Flusso 2D attorno ad un NACA 23018. Modello con *w.f.* 86

L'andamento istantaneo della velocità mostra un comportamento molto interessante nella regione della scia, caratterizzata da un modesto shedding. Questo comportamento, che ricalca in piccolo quello già osservato in relazione allo shedding turbolento nella scia del quadrato, va sotto il nome di instabilità di Kelvin-Helmholtz, entrambi fisici del XIX secolo, ed è comune a tutti i flussi aventi *shear* di questo tipo, a partire dai più semplici getti e scie turbolenti, fino ad arrivare a correnti di tipo atmosferico. Osservando il campo della ϵ si può apprezzare ancora meglio il fenomeno della fusione dei due strati limite a formare la scia del profilo, con la conseguente instabilità della stessa e origine del moto periodico.



In ultimo osserviamo l'andamento dell'energia cinetica turbolenta, k , e della variabile $\overline{v'^2}$.

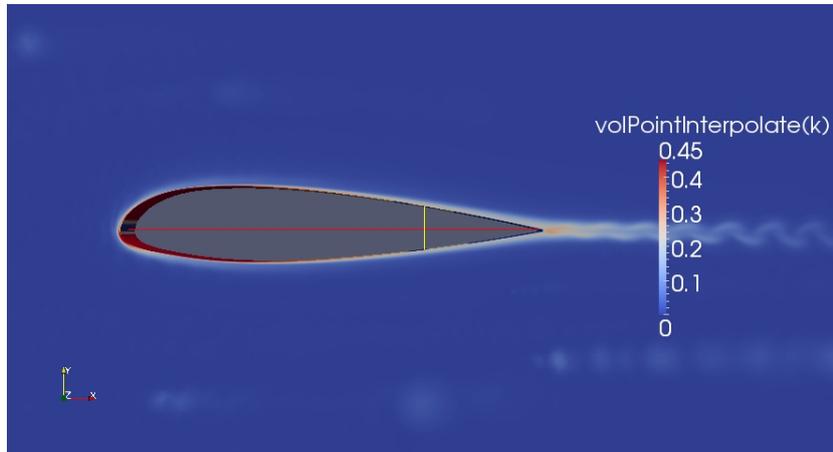


Figura 5.33: Campo istantaneo di k per il profilo NACA 23018, $\alpha = 0$, $Re_c = 500000$, Mesh *fine*.

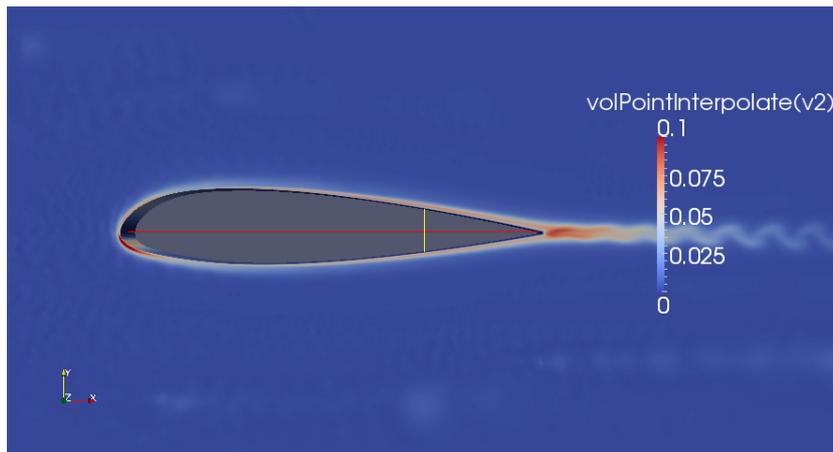


Figura 5.34: Campo istantaneo di $\overline{v^2}$ per il profilo NACA 23018, $\alpha = 0$, $Re_c = 500000$, Mesh *fine*.

Come si può facilmente notare dalle ultime due figure proposte i campi di k e $\overline{v^2}$ sono molto diversi fra loro, a prescindere dal fattore di scala del campo asintotico.

Questo, al contrario di quanto documentato nel caso del calcolo sul quadrato, consente di affermare che il modello di Durbin tenderà a differenziarsi in modo significativo dallo standard $k - \epsilon$.

Capitolo 6

Calcoli 3D

Questo capitolo tratta i calcoli su griglie tridimensionali eseguiti allo scopo di testare il comportamento del modello di Durbin in simulazioni di interesse industriale.

Il primo paragrafo presenta la geometria di *Odoacre*, il caso test automobilistico usato per i calcoli, spiegando i motivi per cui è stato scelto e mostrando i dati sperimentali che verranno affiancati come confronto alle analisi numeriche.

Un secondo paragrafo tratterà le diverse griglie realizzate per il caso test, proponendo a riguardo la nomenclatura cui si farà riferimento nel seguito. Nel terzo paragrafo saranno spiegate le ragioni sottostanti l'uso dei vincoli di realizzabilità, introdotti al secondo capitolo, in tutto il set di calcoli tridimensionali.

In ultimo saranno illustrati i risultati del calcolo, confrontati tanto con i dati sperimentali quanto con le simulazioni R.A.N.S. eseguite con il modello $k - \omega$.

6.1 Il caso test *Odoacre*

Allo scopo di testare il comportamento del modello di turbolenza implementato in una applicazione tridimensionale il più possibile prossima al vero sono state eseguite una serie di prove su di una geometria definita da *FondTech* e battezzata *Odoacre*.

Come si può osservare in figura 6.3 si tratta di una geometria semplificata di tipo automobilistico.



Figura 6.1: Modello *Odoacre* in galleria del vento.

Odoacre è usato in *FondTech* come modello di riferimento per la calibrazione degli strumenti in galleria del vento dal momento che è in grado di sviluppare un discreto carico aerodinamico sfruttando la particolare conformazione della parte inferiore che, interagendo con la parete, realizza il ben noto effetto suolo.

Osservando il disegno CAD di *Odoacre* si nota infatti la presenza di un diffusore nella parte terminale del fondo.

Tale diffusore ha lo scopo di realizzare un recupero di pressione attraverso un rallentamento del flusso, generando a monte un'area di depressione.

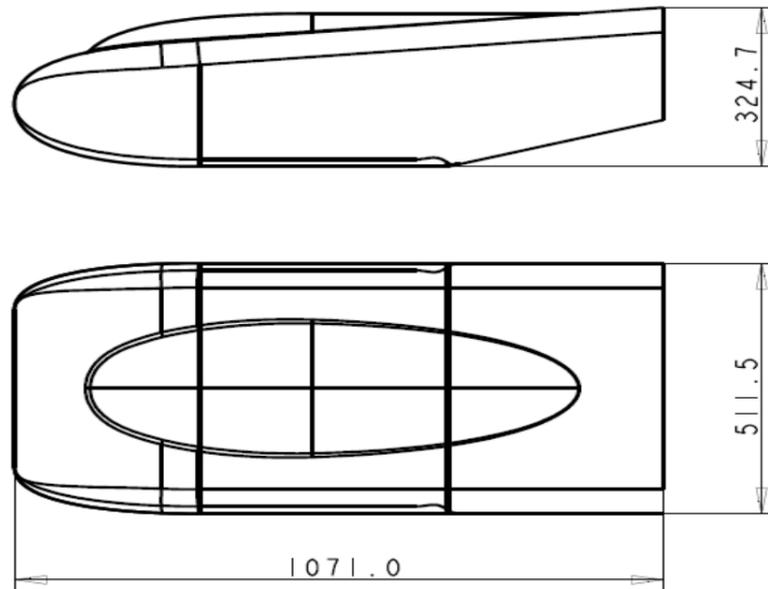


Figura 6.2: Modello *Odoacre*: disegno CAD.

L'aspetto che rende ulteriormente interessante questa geometria è la forte dipendenza del carico aerodinamico dall'assetto e dalla distanza dal suolo, il che è concettualmente simile a quanto avviene in un'automobile da competizione.

A differenza di applicazioni aeronautiche, per le quali l'assetto, in condizioni di volo simmetrico, è identificato dall'angolo di incidenza, l'assetto in campo automobilistico è individuato da due parametri: l'altezza da terra del corpo vettura in corrispondenza dell'asse anteriore e dell'asse posteriore.

Mancando in questo caso tanto le ruote quanto gli assi le due altezze sono convenzionalmente prese valutando la distanza da terra in corrispondenza dei margini anteriore e posteriore della zona piatta del fondo vettura.

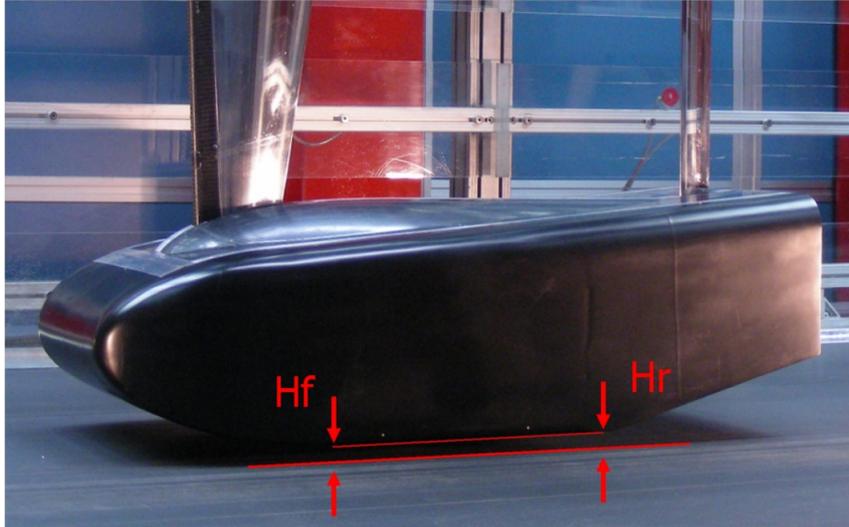


Figura 6.3: Modello *Odoacre*: caratterizzazione dell'assetto.

Dal momento che i carichi aerodinamici sul corpo dipendono dai due valori H_f e H_r è possibile rappresentarne l'andamento solo attraverso delle mappe bidimensionali.

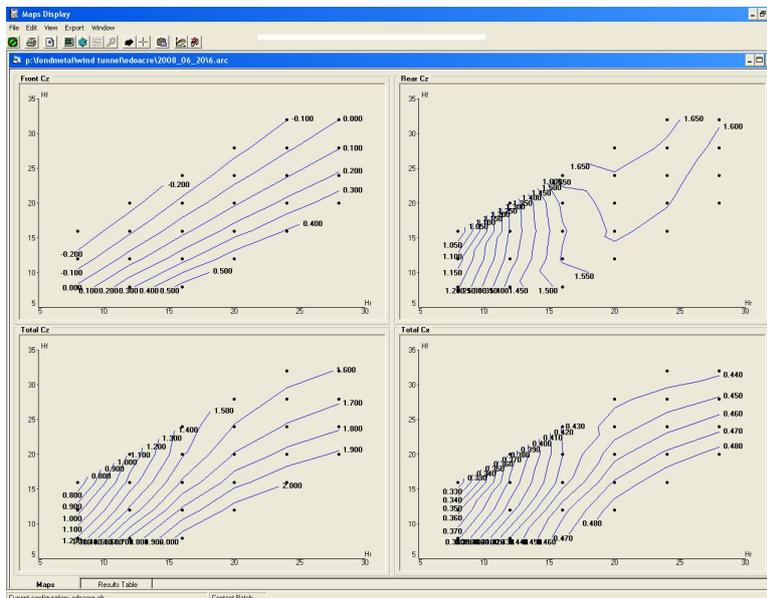


Figura 6.4: Modello *Odoacre*: andamento e ripartizione del carico in funzione dell'assetto.

Pur trattandosi di una geometria semplificata il flusso nella zona del diffusore mostra una serie di interazioni tridimensionali molto interessanti che si possono apprezzare visualizzando le linee di campo degli sforzi tangenziali.

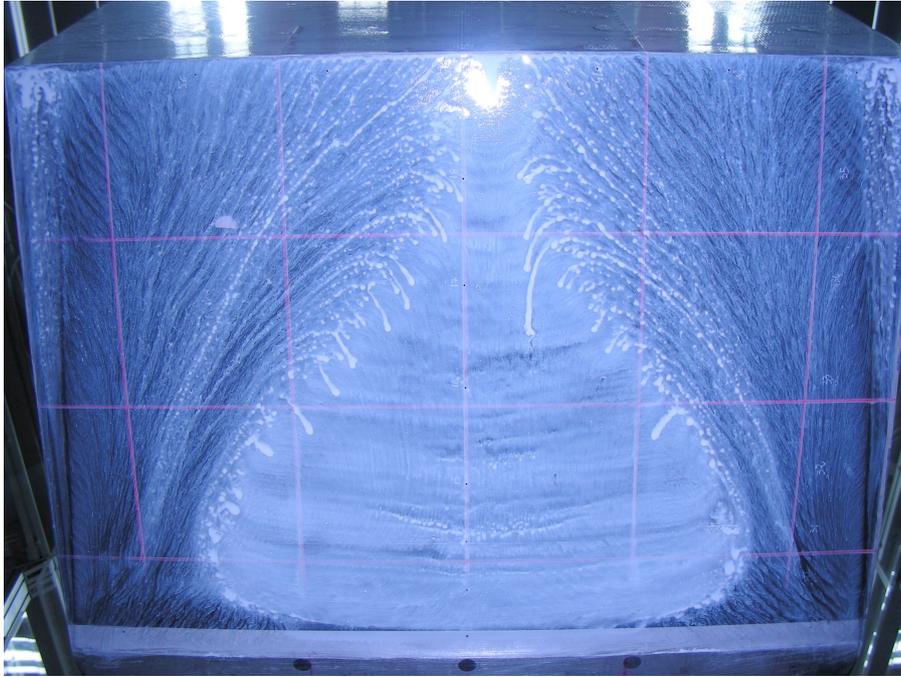


Figura 6.5: Modello *Odoacre*: visualizzazione sperimentale del campo di sforzo tangenziale.

L'immagine 6.7 mostra le linee di campo degli sforzi tangenziali nella parte inferiore del modello, in corrispondenza del diffusore.

Lo spigolo che dà inizio al diffusore è nella parte bassa della figura.

Si nota nella zona centrale una vasta separazione di forma approssimativamente triangolare, affiancata da due vortici che nascono dal fianco del modello (in figura a destra e sinistra), si avvolgono sul fondo producendo un riattacco della corrente e, nella parte più esterna, producono due altri piccoli vortici secondari.

La fenomenologia di questi vortici è molto simile a quella delle ali a delta a elevata incidenza e alle prese d'aria di tipo N.A.C.A..

6.2 Descrizione delle griglie e setup del calcolo.

Sulla geometria precedentemente descritta sono state realizzate nove griglie di tipo ibrido, ovvero non strutturate nell'intero campo di moto ad eccezione delle zona di strato limite a ridosso della superficie del corpo e della superficie del "piano stradale".

Dal punto di vista geometrico le nove griglie sono perfettamente identiche e replicano le condizioni di prova in galleria del vento.

La riproduzione delle condizioni di prova della galleria del vento coinvolge anche i valori di velocità, pari a $U_{inf} = 40m/s$, e di viscosità cinematica, pari a $\nu = 1.51 * 10^{-5}m^2/s$.

E' stata sfruttata la simmetria del caso per ottenere un consistente risparmio in termini di onere computazionale.

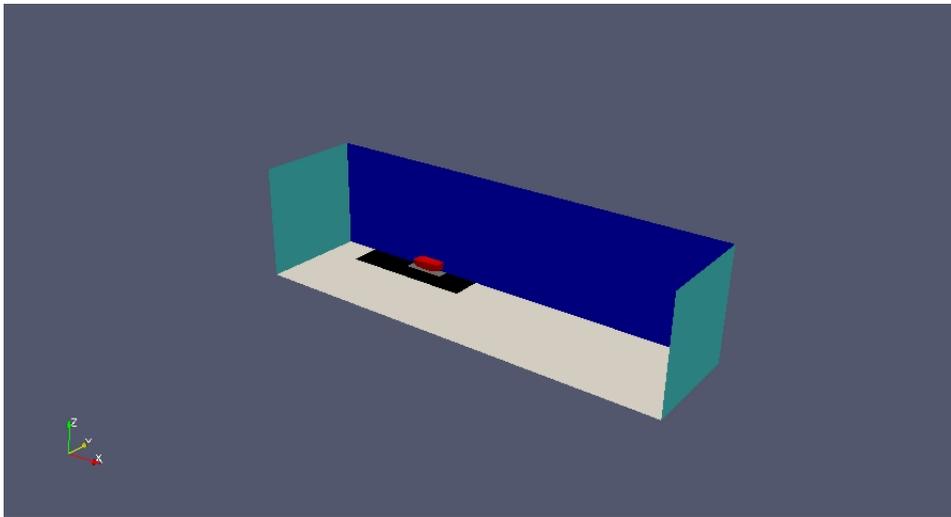


Figura 6.6: Modello *Odoacre*: struttura globale della griglia.

La figura 6.8 mostra la struttura globale della griglia. Si noti il semi-modello (rosso), l'*inlet* e *outlet* del dominio (azzurro), il pavimento della galleria (bianco) con inserito il tappeto mobile (nero) nella zona sottostante il modello e il piano di simmetria (blu).

Eseguendo uno zoom nella zona del modello si nota la presenza del tappeto mobile, distinto in due zone per ottenere una discretizzazione più fine nell'area immediatamente al di sotto del modello e più lasca nel resto del tappeto.

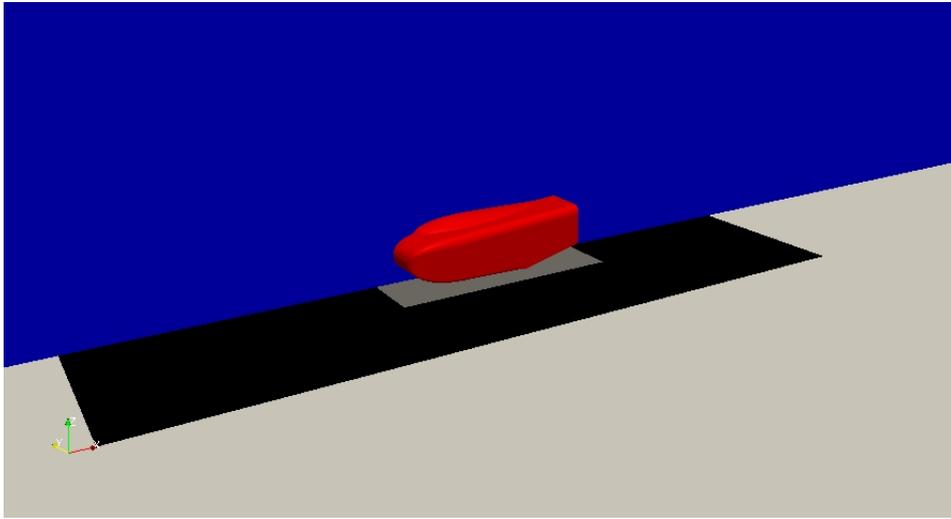


Figura 6.7: Modello *Odoacre*: struttura della griglia in prossimità del modello.

Tanto per la griglia non strutturata quanto per la griglia strutturata di strato limite sul modello sono stati usati tre diversi livelli di discretizzazione. Per comodità di notazione si indicheranno le diverse opzioni per la parte non strutturata con

- *Coarse*
- *Medium*
- *Fine*

Mentre si chiameranno *a*, *b*, *c*, le griglie di strato limite aventi

- *a*: 4 livelli di strato limite e y_1^+ massima dell'ordine di 30
- *b*: 10 livelli di strato limite e y_1^+ massima dell'ordine di 30
- *c*: 28 livelli di strato limite e y_1^+ massima dell'ordine di 1

Per tutte le griglie l'altezza del primo livello di strato limite è costante su tutto il corpo, ragione per cui il valore effettivo di y_1^+ può variare anche considerevolmente da punto a punto.

Lo scopo delle diverse discretizzazioni per la griglia è di verificare da un lato il raggiungimento di soluzioni indipendenti dalla densità della griglia di volume e dall'altro di verificare la sensibilità della soluzione al tipo di griglia di strato limite utilizzato.

Il numero di celle per le nove griglie così realizzate è pari a

- *a-Coarse*: 3.8M
- *a-Medium*: 8.3M
- *a-Fine*: 21.7M
- *b-Coarse*: 4.5M
- *b-Medium*: 10.2M
- *b-Fine*: 26.8M
- *c-Coarse*: 6.8M
- *c-Medium*: 16.1M
- *c-Fine*: 43M

La soluzione del sistema di equazioni in questo caso è stata affidata ad un algoritmo di tipo stazionario: *simpleFoam*.

I parametri di rilassamento sono

- sistema associato all'equazione della pressione: 0.3
- sistema associato all'equazione della velocità: 0.8
- sistema associato all'equazione della k : 0.3
- sistema associato all'equazione della ϵ : 0.3
- sistema associato all'equazione della $\overline{v'^2}$: 0.3
- sistema associato all'equazione della f : 0.3

6.3 Vincoli di realizzabilità.

La soluzione del caso discretizzato con griglia *a-Coarse* ha evidenziato la ben nota tendenza del modello a sovrastimare la produzione di energia cinetica turbolenta in prossimità del punto di ristagno.

Osservando una isosuperficie del campo di k ($k = 30$) si nota infatti come i valori nella parte anteriore del modello siano immotivatamente alti.

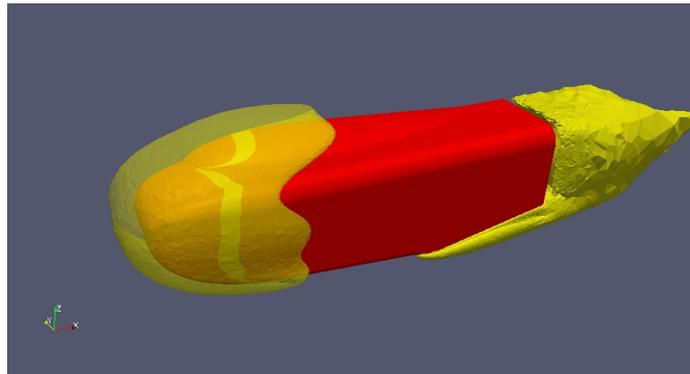


Figura 6.8: Modello *Odoacre*: griglia *c-Coarse*. Isosuperficie del campo di k per $k = 30$. Modello senza vincoli di realizzabilità.

La figura 6.11 mostra come il problema scompaia attivando i vincoli di realizzabilità discussi al secondo capitolo.

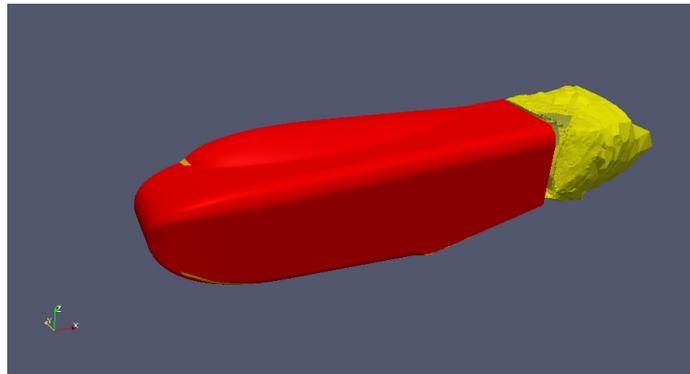


Figura 6.9: Modello *Odoacre*: griglia *c-Coarse*. Isosuperficie del campo di k per $k = 30$. Modello con vincoli di realizzabilità.

A seguito di queste prove, anche se in questo caso particolare la sovrastima di k non alterava in modo significativo i risultati in termini di forze stimate sul modello, si è deciso di mantenere i vincoli di realizzabilità anche per i calcoli successivi.

6.4 Risultati.

La presentazione dei risultati ottenuti con le diverse griglie per *Odoacre* comincia con i coefficienti di forza normale e tangenziale.

La superficie di riferimento per l'adimensionalizzazione delle forze è l'area frontale del modello.

I termini di paragone inseriti nei grafici sono i dati sperimentali relativi alle prove di cui al paragrafo 6.2 e i risultati numerici ottenuti, sulle stesse griglie, con il modello di turbolenza attualmente usato in *FondTech*, ovvero la variante del $k - \omega$ proposta da Wilcox [20], con l'aggiunta di *wall function* adattative di tipo analitico.

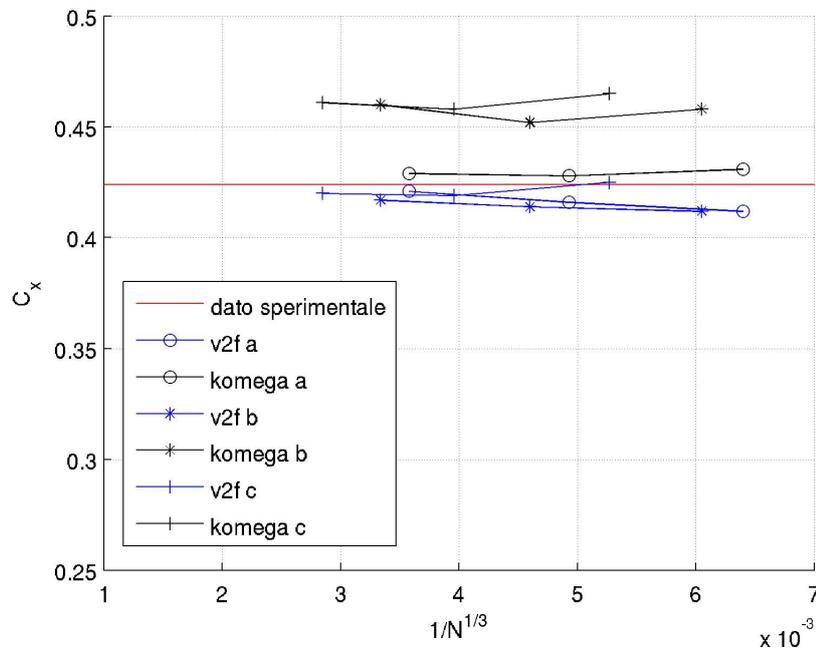


Figura 6.10: Modello *Odoacre*: C_x . Confronto dei risultati ottenuti con il modello $\overline{v'^2} - f$ rispetto ai dati sperimentali e al modello $k - \omega$.

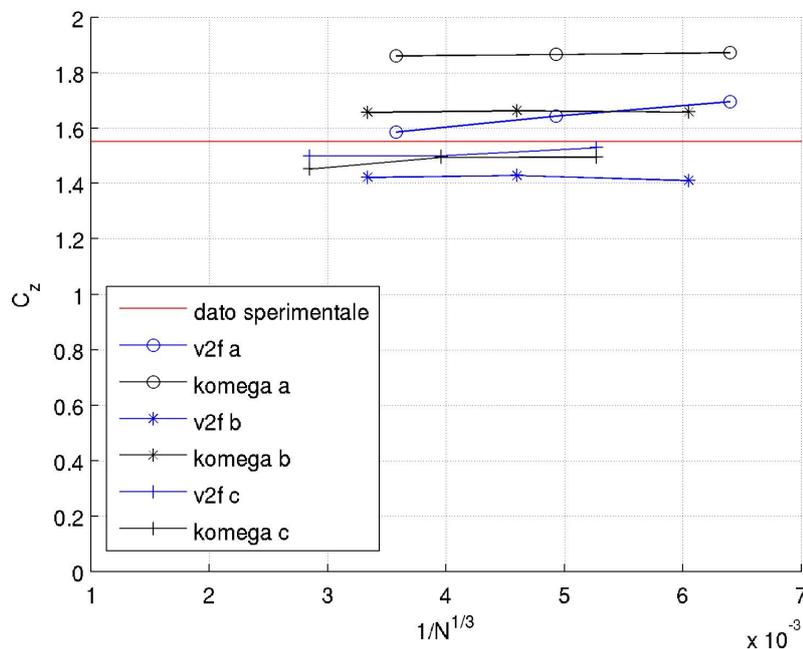


Figura 6.11: Modello *Odoacre*: C_z . Confronto dei risultati ottenuti con il modello $\overline{v'^2} - f$ rispetto ai dati sperimentali e al modello $k - \omega$.

Il confronto dei risultati ottenuti con il modello $\overline{v'^2} - f$, rispetto al modello $k - \omega$, mostra una migliore accuratezza unita ad una dispersione minore dei risultati.

Questo dimostra come il modello di Durbin, oltre che più accurato, sia più robusto a fronte di modifiche alla griglia, tanto di volume che di strato limite.

Osservando solo il $\overline{v'^2} - f$, inoltre, si nota come i risultati delle griglie *Medium* e *Fine* nei casi di strato limite *b* e *c* siano praticamente identici, a riprova del fatto che si tratta di risultati ormai indipendenti dalla discretizzazione spaziale.

Al contrario, il caso della griglia di strato limite *a* mostra una dipendenza maggiore dalla risoluzione della zona non strutturata.

Questo può essere giustificato dal momento che una maggiore risoluzione della zona non strutturata comporta di riflesso una migliore accuratezza nella regione adiacente lo strato limite, consentendo in tal modo una descrizione migliore dello strato limite stesso anche al di fuori della griglia strutturata. In questo caso infatti, a differenza dei casi *b* e *c*, la griglia strutturata copre solo parzialmente lo strato limite, avendo un'estensione in altezza inferiore alle altre due.

Un altro aspetto interessante è la difformità di comportamento tra i due modelli nel caso di griglia di tipo *c*.

Mentre il $k-\omega$ mostra dei miglioramenti con questa griglia rispetto alle versioni a e b solo per quanto riguarda il C_z , mentre nel grafico di C_x sembra avere un comportamento peggiore, il modello di Durbin integrato con griglia c presenta un'accuratezza decisamente maggiore rispetto ad a e b .

Si tratta di un risultato molto interessante dal momento che la possibilità di integrare le equazioni fino a parete (la griglia c ha $y_1^+ = 1$) è semplicemente una questione di costo computazionale e, se giustificata dai risultati, potrebbe tranquillamente diventare lo stato dell'arte anche a livello industriale in un arco di tempo relativamente breve.

Una delle ragioni del buon comportamento del $\overline{v'^2} - f$ integrato con $y_1^+ = 1$ è da ricondursi alle qualità del modello *low Reynolds* il quale, come mostrato nel capitolo quarto, si dimostra in grado di “spegnersi” riconoscendo aree di moto laminare e di realizzare la transizione al regime di moto turbolento. Bisogna tuttavia osservare come il meccanismo di transizione simulato dal modello di turbolenza sia necessariamente diverso da quello reale, ragione per cui è possibile che la transizione avvenga ad un numero di Reynolds diverso.

Osservando il campo di C_f sulla superficie di *Odoacre* per integrazione con griglia *Coarse* di tipo a e c si può apprezzare questo comportamento.

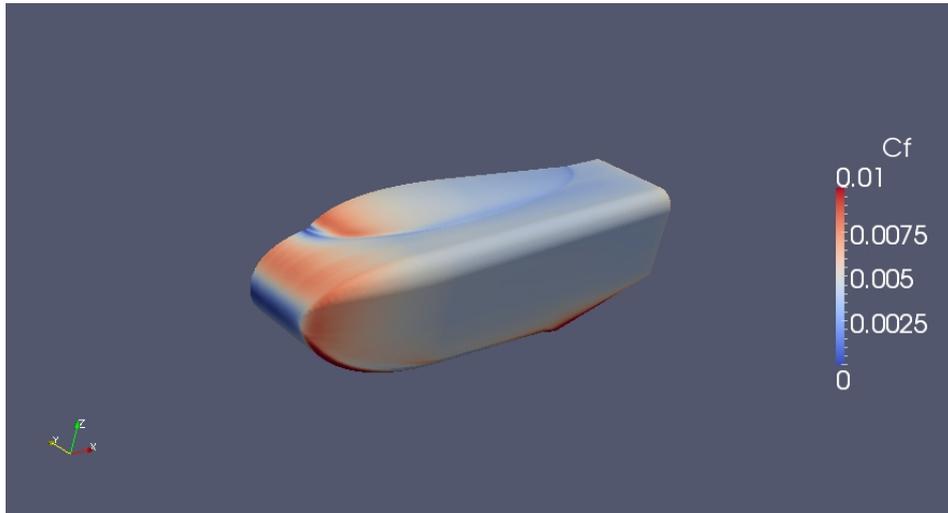


Figura 6.12: Mesh a -*Coarse*. Campo di C_f sulla superficie di *Odoacre*.

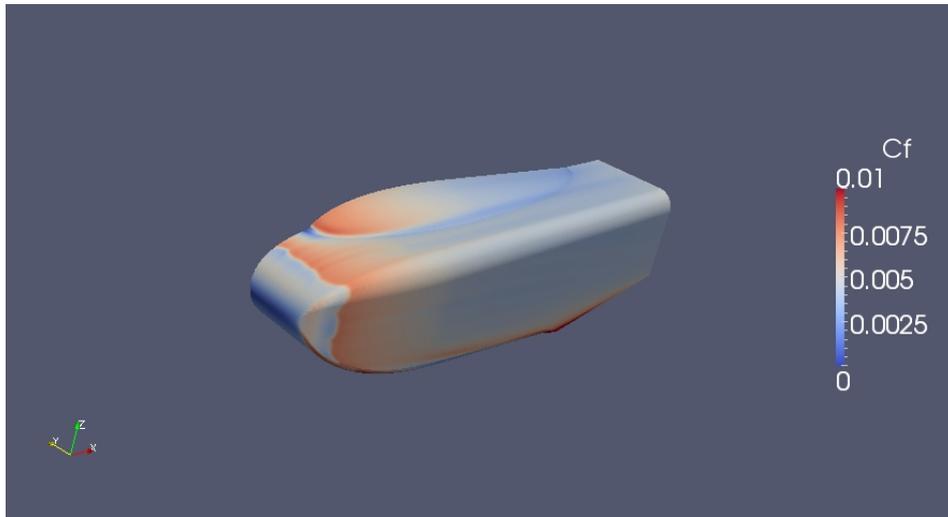


Figura 6.13: Mesh *c-Coarse*. Campo di C_f sulla superficie di *Odoacre*.

Nel secondo caso si vede chiaramente la transizione dello strato limite dal regime laminare al turbolento, mentre nel caso superiore non vi è alcuna transizione dal momento che, come detto nel capitolo quarto, l'azione delle *wall function* impone allo strato limite una transizione immediata.

La capacità di mantenere lo strato limite laminare ha effetti molto importanti sulle potenzialità del modello di riprodurre il reale comportamento aerodinamico di *Odoacre*.

Al di là dell'evidente riduzione di C_f nella zona anteriore del modello, che contribuisce ad una riduzione della resistenza globale, infatti, la possibilità di mantenere un tratto di strato limite laminare comporta una riduzione dello spessore dello strato limite stesso su tutto il modello.

Questo ultimo effetto ha conseguenze importanti sull'accuratezza della soluzione nella zona del diffusore.

Come è stato descritto nel paragrafo 6.2, infatti, la fluidodinamica nella zona del diffusore vede un'interazione tra i due vortici esterni e lo strato limite centrale che separa come conseguenza dello spigolo e del relativo gradiente avverso di pressione.

La possibilità che i due vortici si sviluppino su una consistente frazione del diffusore, realizzando la depressione responsabile del carico aerodinamico, dipende dalla propensione alla separazione dello strato limite e dalla conseguente ampiezza della zona separata.

All'aumentare della separazione nella zona iniziale del diffusore, infatti, corrisponde una minore depressione, un minor richiamo di aria dall'esterno e quindi una diminuzione dell'intensità dei vortici.

Riproducendo la visualizzazione in figura 6.7 attraverso le linee di campo

dello sforzo tangenziale calcolato con il modello di Durbin si può apprezzare come il calcolo R.A.N.S. sia perfettamente in grado di modellare la complessa fisica del fenomeno.

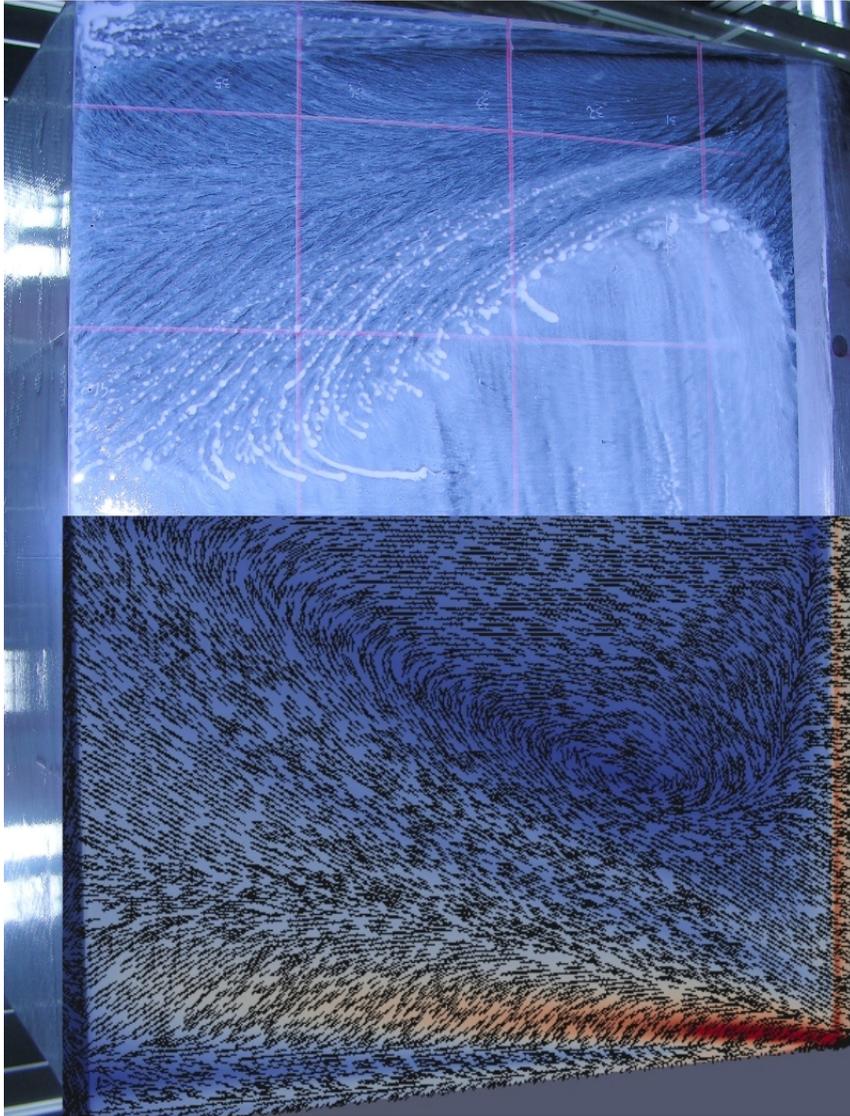


Figura 6.14: Mesh *c-Medium*. Campo di C_f sulla superficie del diffusore di *Odoacre*. Confronto con la visualizzazione superficiale ottenuta in galleria del vento.

Capitolo 7

Conclusioni e sviluppi futuri

L'obiettivo di questa tesi era di verificare le possibilità di uso in ambito industriale del modello $\overline{v'^2} - f$ con il solutore R.A.N.S. a volumi finiti di *OpenFOAM*.

Il ramo industriale cui si è fatto riferimento è quello dei calcoli di interesse automobilistico, dunque a elevato numero di Reynolds, basso numero di Mach e in presenza di aree separate di una certa rilevanza.

A questo scopo è stato implementato il modello di turbolenza di Durbin [7] e le *wall function* adattative di Kalitzin [13] all'interno del codice originale di *OpenFOAM*, procedendo con una serie di validazioni su casi di complessità crescente.

Lo strumento base di questo lavoro di tesi è stato dunque il software *OpenFOAM*, il quale ha mostrato aspetti tanto positivi quanto negativi.

Un indubbio vantaggio è il fatto di essere fornito con licenza gratuita, il che lo rende un ottimo strumento per le realtà industriali che, disponendo di un adeguato hardware, possono entrare nel mondo della fluidodinamica computazionale senza l'onere di costi legati al software. Un altro lato positivo è la completa disponibilità del codice sorgente, programmato in linguaggio *C++* con una filosofia *object oriented* e dunque modificabile con una certa facilità.

Per contro *OpenFOAM* presenta un comportamento decisamente non *user-friendly*, il che è tuttosommato comprensibile se si considera che non si tratta di software commerciale. Nello specifico i problemi riscontrati sono stati la difficoltà di messa a punto del solutore e una certa tendenza all'instabilità numerica, giustificata dalla strategia di tipo segregato. Le problematiche numeriche, che rendono critico il modello di Durbin a prescindere dalla strategia scelta per la soluzione delle equazioni, sono state una costante del presente lavoro, con particolare riferimento al caso di griglia non strutturata.

Dal punto di vista dei risultati, il modello, nella versione senza *wall function*, si è dimostrato perfettamente in grado di riprodurre correttamente i

profili delle variabili turbolente, della velocità e dello sforzo tangenziale a parete nel caso di strato limite su lastra piana, mostrando un'ottima compatibilità tanto con i dati sperimentali di confronto quanto con quelli numerici.

Sempre riferendosi al caso di strato limite su lastra piana il modello con *wall function* ha portato risultati ottimi per quanto riguarda i profili di velocità e di sforzo tangenziale a parete e più che buoni per i profili delle variabili turbolente, risultando, in questo ultimo caso, leggermente peggiorativo rispetto a quanto riportato nell'articolo di riferimento [13]. Si ritiene possibile imputare la minor qualità dei risultati ottenuti al tipo di solutore, che nel caso del riferimento è completamente implicito e accoppiato.

Il calcolo del flusso bidimensionale attorno alla geometria del quadrato ha fornito un interessante parametro di confronto per il modello di Durbin che, in presenza di un caso dominato da una vasta area di separazione, ha mostrato un comportamento discreto seppur in linea con le aspettative. L'idea che ci si era fatta a priori, infatti, era che il modello di Durbin si ponesse a un livello di accuratezza intermedio tra quanto garantito da uno standard $k - \epsilon$ e un R.S.M.. I risultati ottenuti hanno mostrato tanto segnali confortanti, quali ad esempio l'accuratezza nella stima della frequenza di shedding e della diffusione della scia, quanto aspetti negativi, identificati in particolare nel comportamento molto simile al $k - \epsilon$ di parte della soluzione.

Il calcolo del flusso bidimensionale attorno al profilo alare NACA 23018 ha fornito risultati in linea con quelli del software di confronto, *Xfoil*, tanto per le grandezze integrali, quali i coefficienti di portanza e resistenza, quanto per i profili di C_p e C_f . In negativo il calcolo sul profilo alare ha evidenziato l'incapacità del modello di "spegnersi" nel caso di aree laminari, il che ha reso necessario imporre a *Xfoil* condizioni di strato limite turbolento a partire dal bordo d'attacco.

L'uso del modello di Durbin sul caso test tridimensionale *Odoacre*, realizzato in collaborazione con la *FondTech*, ha mostrato risultati decisamente positivi rivelandosi nella maggioranza dei casi ampiamente migliore del modello $k - \omega$ normalmente usato in azienda.

Per contro la maggiore complessità del modello $\overline{v'^2} - f$ ha portato un incremento del costo computazionale, quantificabile in un 20%.

In conclusione il lavoro svolto ha consentito di apprezzare come il modello di Durbin sia in grado di garantire un miglioramento in termini di accuratezza, a fronte di un costo computazionale non eccessivamente gravato dalle due equazioni aggiunte rispetto ai modelli del secondo ordine.

Per quanto riguarda l'implementazione delle *wall function* adattative ad interpolazione si evidenzia come i risultati ottenuti abbiano mostrato un comportamento ottimo tanto in termini di accuratezza che di indipendenza dalla risoluzione della griglia di calcolo.

Il calcolo eseguito sulla griglia più raffinata per il caso test *Odoacre* ha evidenziato un interessante spunto per il proseguimento del lavoro presentato

in questa tesi.

Si è evidenziato infatti come anche il modello con *wall function*, se integrato con una risoluzione a parete sufficiente, sia in grado di produrre una soluzione di strato limite laminare con conseguente transizione al regime turbolento. L'aver usato un approccio adattativo per le *wall function*, infatti, ne annulla l'intervento nel caso in cui la griglia di calcolo abbia risoluzione sufficiente, riproducendo in tal modo la stessa soluzione che si otterrebbe con il modello *low Reynolds*.

Lo sviluppo delle potenze di calcolo renderà possibile l'uso di queste griglie anche su geometrie più complesse, permettendo dunque di sfruttare appieno le potenzialità del modello $\overline{v'^2} - f$.

In tale contesto sarebbe interessante una verifica del comportamento del modello *low Reynolds* alla transizione, in modo da valutare se la capacità di riprodurre il passaggio dal regime laminare al turbolento sia "quantitativa" oltre che "qualitativa".

A questo scopo si propone uno studio sistematico che confronti con dati sperimentali il numero di Reynolds di transizione su lastra piana predetto dal modello, in funzione dell'intensità di turbolenza della corrente asintotica.

Bibliografia

- [1] A. BARON,
Alcune note sul corso di Fluidodinamica I,
Materiale didattico inedito (2005)
- [2] G. BOSCH, W. RODI,
Simulation of vortex shedding past a square cylinder with different turbulence models,
International Journal for Numerical Methods in Fluids (1998)
- [3] S. CAMARRI, M. V. SALVETTI,
Hybrid RANS/LES simulations of a bluff-body flow,
Wind and Structures, Vol. 8, No. 6 (2005)
- [4] S. CAMARRI, M. V. SALVETTI , B. KOOBUS, A. DERVIEUX,
A low-diffusion MUSCL scheme for LES on unstructured grids,
Computers and Fluids 33 (2004)
- [5] M. CASEY, T. WINTERGERSTE
Quality and Trust in Industrial CFD,
Best Practice Guidelines. ERCOFTAC (2000).
- [6] B.J. DALY, F.H. HARLOW,
Thirty years of development and application of CFD at Boeing commercial airplanes, Seattle,
Physics in Fluids, 13 (1970).
- [7] P. DURBIN,
Near-wall turbulence closure modeling without ‘damping functions’,
Theoretical and Computational Fluid Dynamics 3, 1–13 (1991)
- [8] P. DURBIN,
On the k-e stagnation point anomaly,
Journal of Heat and Fluid Flow (1995)
- [9] P. DURBIN,
Separated flow computations with the $k - \epsilon - \overline{v'^2} - f$ model,
AIAA Journal (1995)

- [10] L. GASPARINI,
Improved $k - \omega$ Turbulence Model and Application to the Computation of Flows on Simplified Car Bodies,
Third OpenFOAM Workshop (2008)
- [11] C. HIRSCH,
Numerical Computation of Internal and External Flows,
Wiley-Interscience Publication (1990)
- [12] F.T. JOHNSON, E.N. TINOCOT, N.J. YU,
Transport equations in turbulence,
AIAA journal (2003).
- [13] G. KALITZIN, G. MEDIC, G. IACCARINO, P. DURBIN,
Near-wall behavior of RANS turbulence models and implications for wall functions,
Journal of Computational Physics (2005)
- [14] B.E. LAUNDER, D.B. SPALDING,
The numerical computation of turbulent flows,
Comp. Meth. Appl. Mech. Eng. (1974) pag. 269–289
- [15] B.E. LAUNDER, G.J. REECE, W. RODI,
Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulent Closure,
Journal of Fluid Mechanics, 68 (1975)
- [16] F. LIEN, G. KALITZIN,
Computations of transonic flows with the $V2F$ turbulence model,
International Journal of Heat and Fluid Flow (2001)
- [17] S. B. POPE,
Turbulent Flows,
Cambridge University Press (2000)
- [18] M. QUADRIO, F. MARTINELLI,
Turbulence: An Introduction,
Materiale didattico inedito (2009)
- [19] K. WIEGHARDT, W. TILLMAN,
On the Turbulent Friction Layer for Rising Pressure,
NACA TM-1314 (1951)
- [20] D.C. WILCOX,
Formulation of the k - ω Turbulence Model Revisited,
AIAA Journal (2008)

Ringraziamenti

In queste ultime pagine, che segnano di fatto il termine della mia carriera universitaria, sento il dovere di ringraziare le persone che sono state fondamentali tanto negli ultimi mesi di lavoro e scrittura della tesi, quanto nei cinque anni passati al Poli.

Al primo posto è impossibile non mettere i miei genitori, mio fratello Lorenzo e la mia ragazza Isa, che hanno pazientemente sopportato i miei deliri fluidodinamici, festeggiando con me i successi e restandomi vicino nei momenti più difficili, senza farmi mai mancare l'appoggio morale e la fiducia necessari a portare a termine con relativa serenità questa tesi. Grazie!

Un secondo ringraziamento va al mio relatore prof. Maurizio Quadrio e al mio primo co-relatore ing. Luca Gasparini: è un piacere lavorare quando si può contare su “superiori” con un tale peso specifico! Al di là della preparazione ovviamente indiscutibile mi riferisco alla capacità di essere diretti e costruttivi nelle critiche, di impostare i problemi in modo razionale senza lasciare nulla al caso e di avere un ottimo rapporto personale, pur senza scadere in una confusione di ruoli. Grazie!

Parlando di questi ultimi mesi è impossibile non citare il prossimo-dott. Marco Carini, il mio secondo co-relatore e punto di riferimento “fisicamente presente” al Poli. Senza la sua costante disponibilità e i suoi consigli questa tesi sarebbe stata decisamente più difficile... Grazie!

Tra i docenti del Politecnico voglio ricordare il prof. Sergio de Ponte e il prof. Arturo Baron, che sono stati i miei insegnanti di Aerodinamica I e Fluidodinamica I nell'ormai lontano 2006/2007. Credo che la loro passione per questo lavoro sia stata uno dei motivi per cui ho deciso di farlo diventare anche il mio. Grazie!

Tra gli amici del Poli un ringraziamento speciale va ai membri dell'ormai celebre “*Gruppo Tail Sitter*”, Davide (M.P.A.I.) e Gabriele (G.M.I.Z.S.E. U.O.S.O.T.T.), che a partire dalla laurea triennale e durante tutta la specialistica sono stati la mia famiglia universitaria. Non si possono contare le ore passate a discutere dei progetti e sganasciarsi dalle risate, per cui non ho idea di quale sia il numero maggiore (pur avendo una vaga idea...), però sono certo che senza di loro questi cinque anni non sarebbero stati gli stessi. Grazie!

Sempre tra i compagni di corso, di avventure e disavventure politecniche,

voglio ricordare in ordine sparso gli amici aerodinamici, Nicolò, Samuele, Laura, Marco, Davide, Nicola, Carlo, Stefano, Daniele, Mattia, e i non aerodinamici Claudio, Tommaso, Simone, Michele strutturista, Sandeep, Michele impiantista, Gabriele... A tutti Grazie!

Un ultimo pensiero, con un po' di nostalgia, va ai coinquilini di via Pacini, Davide (sempre quello del gruppo "*Gruppo Tail Sitter*") e Umberto, alla spesa del lunedì, alle cene pasta-pancetta-birra-e-salsiccia, alle partite dell'Inter (...e del Milan...), alle pulizie-quando-ce-tocca, ecc... I due anni passati insieme sono stati senza dubbio i migliori: Grazie!