



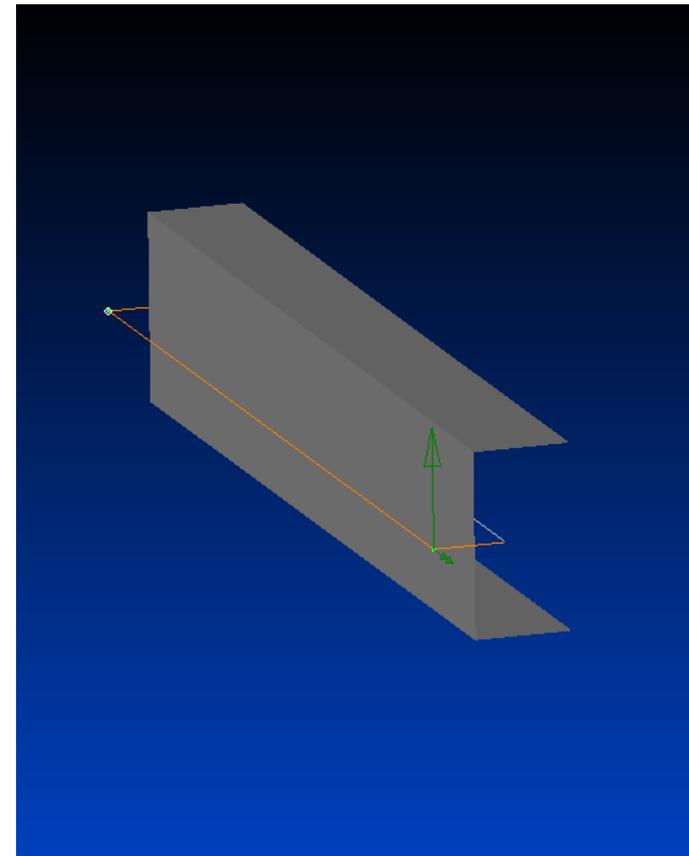
Analisi di una trave

Politecnico di Milano
Dipartimento di Ingegneria
Aerospaziale

Corso di Progetto Aerospaziale
Esercitazione 3

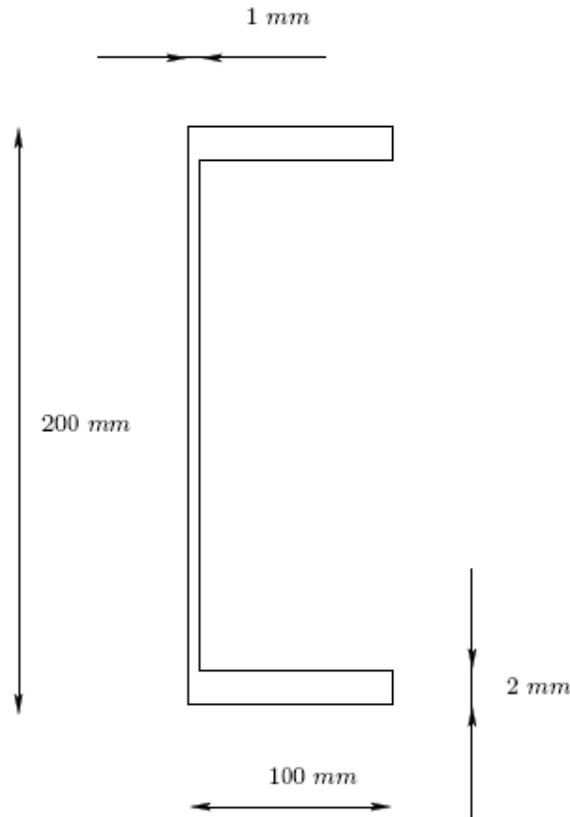
Marco Morandini
morandini@aero.polimi.it
Alessandro De Gaspari
degaspari@aero.polimi.it
Andrea Parrinello
parrinello@aero.polimi.it

Bacheca didattica
<http://www.aero.polimi.it>



Dati problema

Sezione:



Materiale:

Lega leggera AL

$$E = 73000 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.33$$

$$(\rho = 2810 \text{ Kg m}^{-3})$$

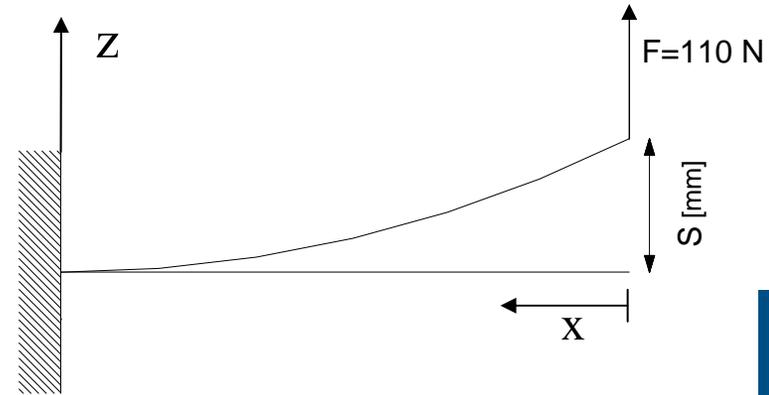
Carico in estremità:

110 N sull'anima

Trave: lunga 1000 mm, incastrata ad una estremità.

PLVC

Scrittura del lavoro complementare virtuale associato alla trave:



$$\delta L_e^* = \delta L_i^*$$

$$\delta L_i^* = \int_l \left(\frac{N}{EA} N' + \frac{M_f}{EI_y} M_f' + \frac{T}{GA^*} T' + \frac{M_t}{GJ} M_t' \right) dx$$

$$\delta L_e^* = F_e' \cdot s$$

In presenza di un carico di puro taglio posto all'estremo di una trave, come nell'esempio mostrato in figura è possibile scrivere:

$$1 \cdot s = \int_l \frac{F \cdot x^2}{EI_y} dx \Rightarrow s = \frac{l^3}{3EI_y} F = 0,1104mm$$

Lavoro di deformazione dovuto solo alla flessione (TRAVE SNELLA)

$$1 \cdot s = \int_l \frac{F \cdot x^2}{EI_y} dx + \int_l \frac{F}{GA^*} dx$$

$$s = \left(\frac{l^3}{3EI_y} + \frac{l}{GA^*} \right) \cdot F = 0,13476mm$$

← Lavoro di deformazione dovuto alla flessione + taglio (TRAVE TOZZA)

Dove $A^* = A/\mu$ è l'area resistente al taglio inferiore a quella effettiva, essendo $\mu \geq 1$ il fattore di taglio che dipende dalla forma della sezione.

Lo stesso approccio può essere seguito per un carico di torsione così da ottenere la rotazione d'estremità della trave:

$$1 \cdot \theta = \int_l \frac{M_t}{GJ} dx \Rightarrow \theta = \frac{l}{GJ} M_t = 0,2653rad$$

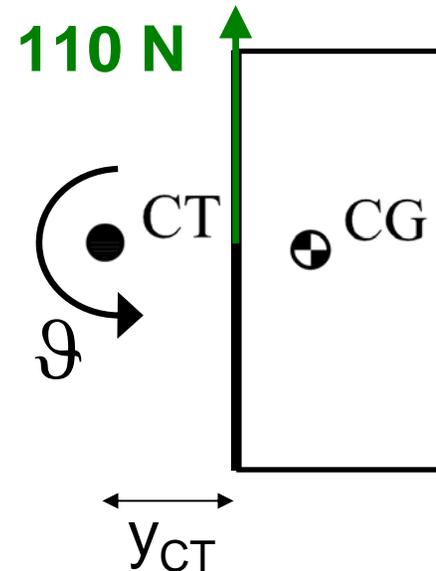
NB: questo risultato non considera l'effetto dell'ingobbamento dovuto alla torsione quindi è valido per una trave di allungamento molto elevato, lontano dalla sezione di vincolo.

Applicazione carico

Noi vogliamo applicare il carico sull'anima della trave, tuttavia i nodi dell'elemento di trave si trovano sull'asse elastico. Quindi è necessario calcolare un carico equivalente aggiungendo il momento di trasporto:

$$F_{anima} \equiv F_{CT} + M_{trasporto}$$

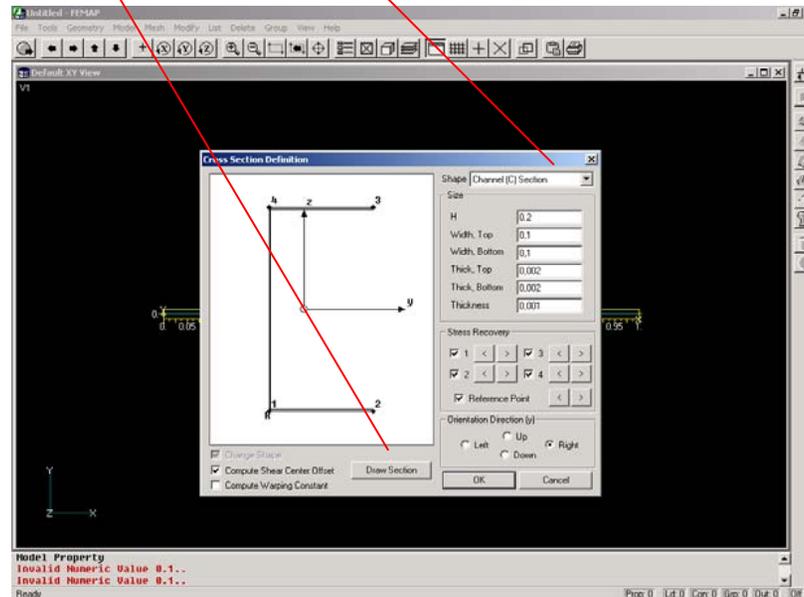
$$\begin{cases} F_{CT} = F_{anima} \\ M_{trasporto} = F_{anima} \cdot Y_{CT} \end{cases}$$



Si ricorda che l'asse elastico è per definizione l'asse formato dall'unione dei centri di taglio delle sezioni della trave. Il centro di taglio è il punto tale per cui applicando una forza di taglio la sezione non ruota.

Elementi di Trave: Beam a Sezione Nota

- Come assegnare una sezione ad un elemento di tipo Beam: dal Menu-Model-Property selezionare Type=Beam, poi nella apposita finestra selezionare Shape
- Selezionare la forma di sezione voluta, ed inserire le dimensioni di interesse.
- Selezionare Draw Section, per visualizzare la forma della sezione ed Ok per calcolare le proprietà inerziali della stessa.



...Sistemi di Riferimento...

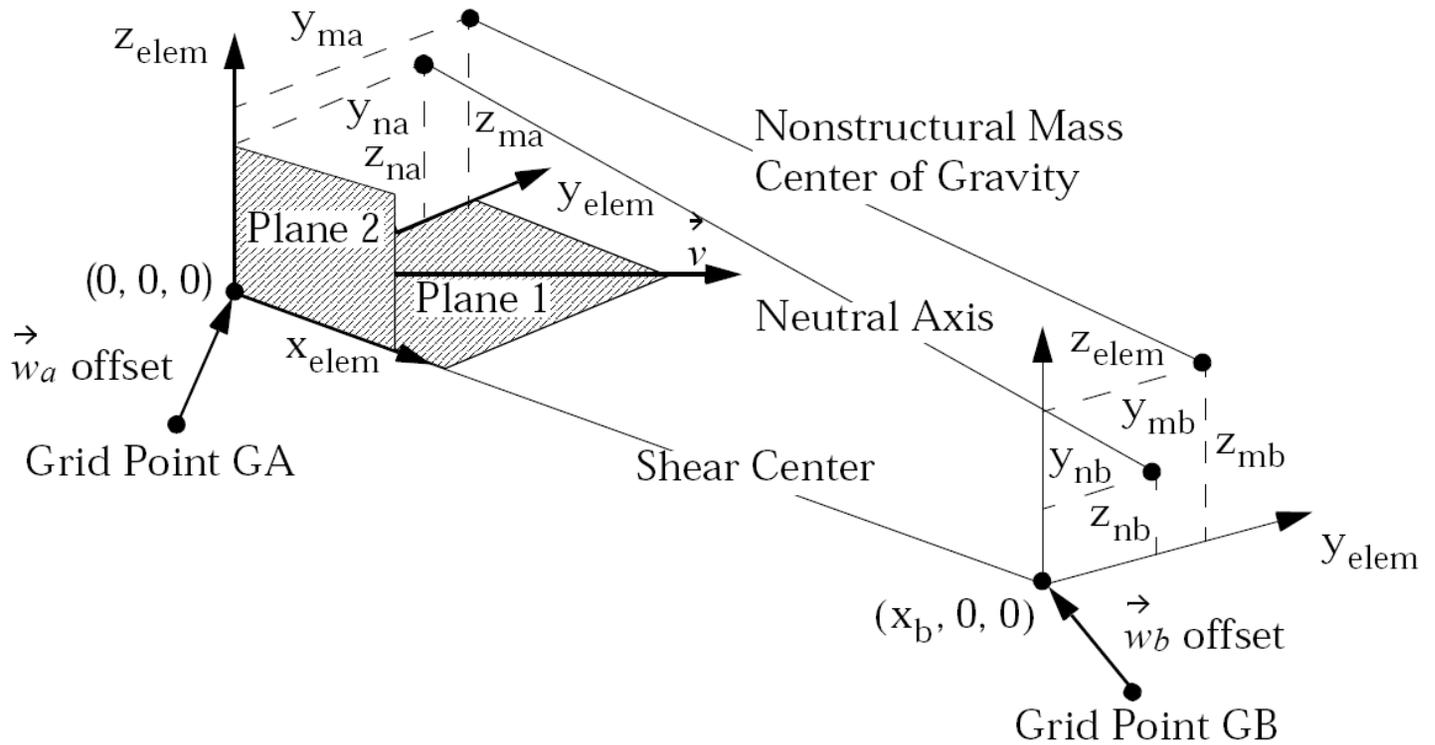
POLITECNICO DI MILANO



Progetto
Aerospaziale

Esercitazione 3

Analisi di Travi



Proprietà Inerziali & Co.

POLITECNICO DI MILANO



Progetto
Aerospaziale

Esercitazione 3

Analisi di Travi

Untitled - FEMAP

File Tools Geometry Model Mesh Modify List Delete Group View Help

Default XY View

V1

Define Property - BEAM Element Type

ID 1 Title Material 1.All

Color 110 Palette... Layer 1 Elem/Property Type...

Property Values

Tapered Beam

	End A	End B
Area, A	0.000596	0.
Moment of Inertia, I1 or Izz	6.55664E-7	0.
I2 or Iyy	4.54799E-6	0.
I12 or Izy	0.	0.
Torsional Constant, J	6.3734E-10	0.
Y Shear Area	2.46991E-4	0.
Z Shear Area	1.78356E-4	0.
Nonstruct mass/length	0.	0.
Warping Constant	0.	0.
Perimeter	0.798	0.
Y Neutral Axis Offset	0.0758825	0.0758825
Z Neutral Axis Offset	0.	0.

Stress Recovery (2 to 4 Blank=Square)

	Y	Z
End A 1	0.042161	-0.1
2	0.142161	-0.1
3	0.142161	0.1
4	0.042161	0.1
End B 1	0.	0.
2	0.	0.
3	0.	0.
4	0.	0.

Shape...
Shape End B...
OK Cancel

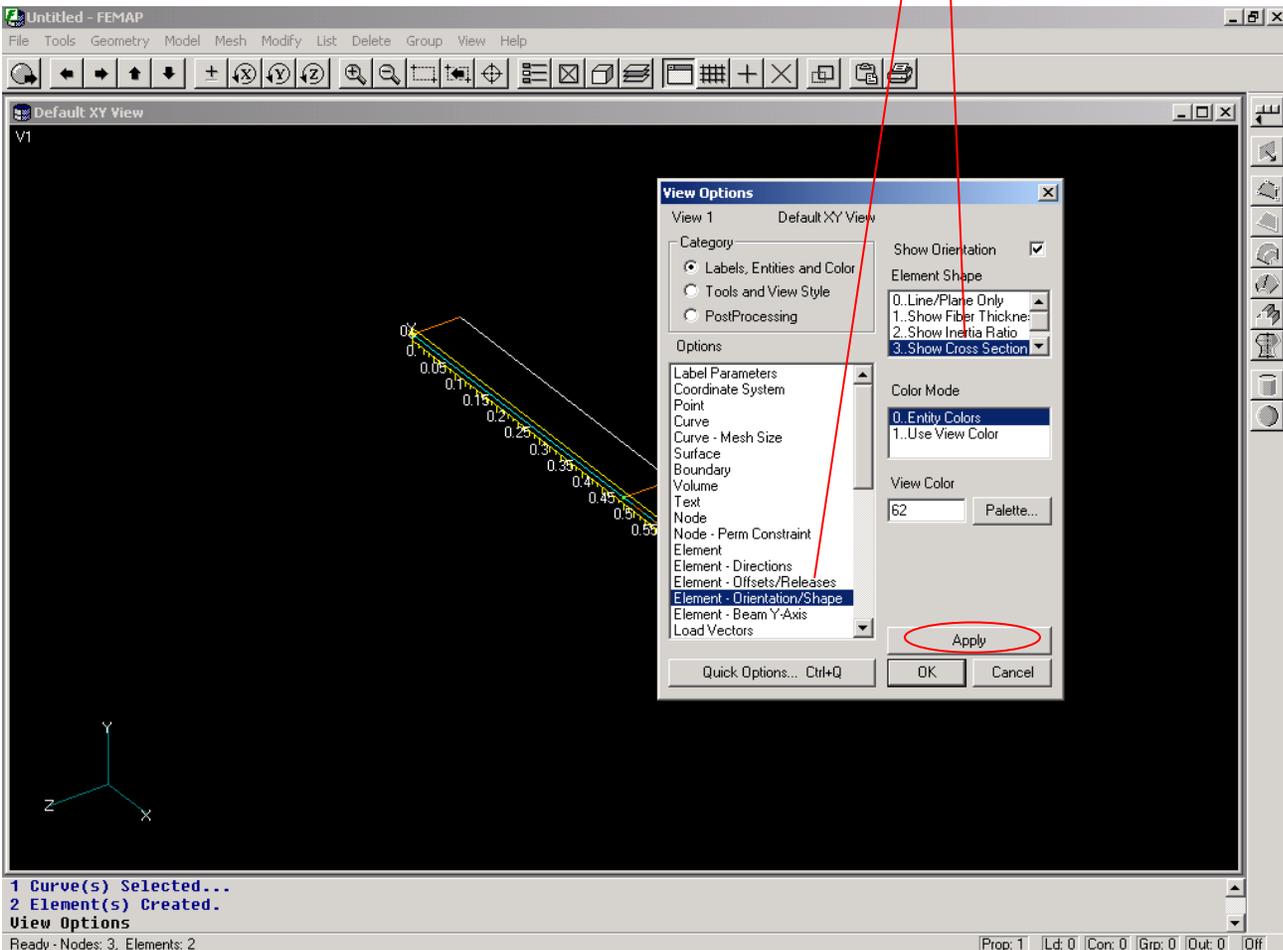
Load... Save... Copy...

Invalid Numeric Value 0.1...
Preparing Cross Section...
Computing Properties...

Ready Prop: 0 | Ld: 0 | Con: 0 | Grp: 0 | Out: 0 | Off

Visualizzazione della Sezione della Trave

Premere F6 (oppure dal menù View->Options)



POLITECNICO DI MILANO



Progetto
Aerospaziale

Esercitazione 3

Analisi di Travi

Visualizzazione della Sezione della Trave

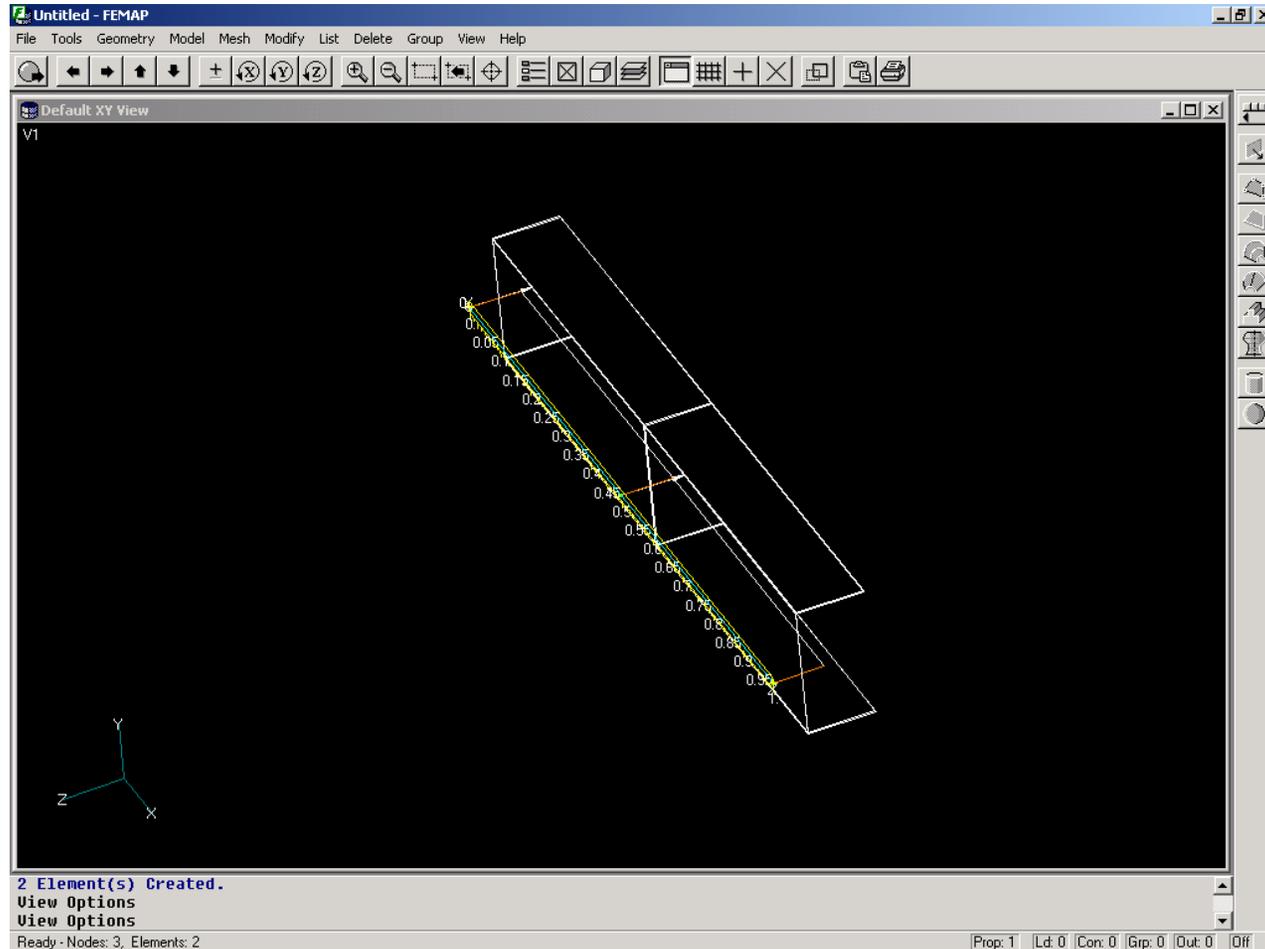
POLITECNICO DI MILANO



Progetto
Aerospaziale

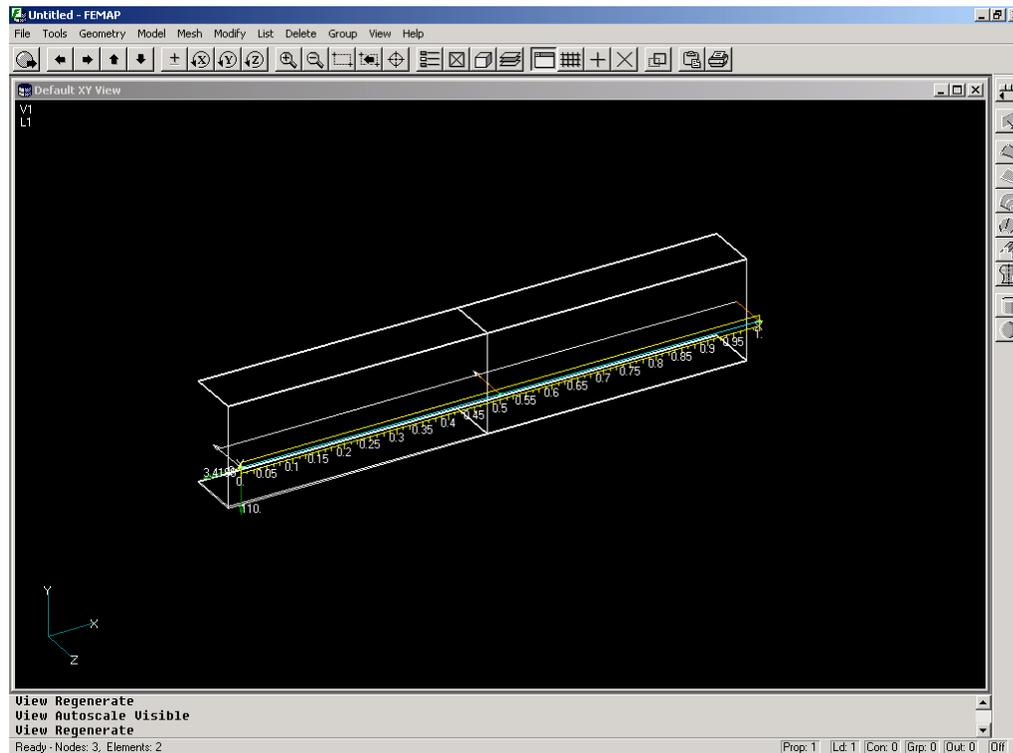
Esercitazione 3

Analisi di Travi



Applicazione Carichi e Vincoli

- Incastro in Parete
- Carico di Puro Taglio sulla Anima !!!!



Progetto
Aerospaziale

Esercitazione 3

Analisi di Travi

POLITECNICO DI MILANO



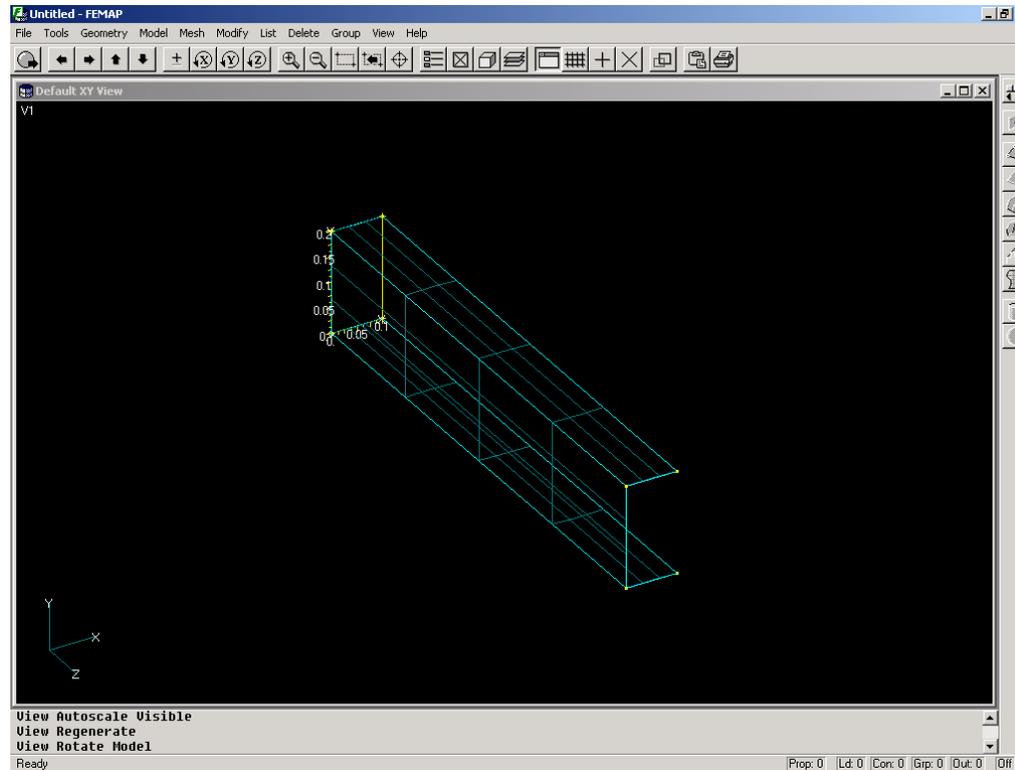
Calcolo tenendo in considerazione l'effetto di ingobbamento

- Nel menu Modify/Edit/Property/ selezionare la proprietà di trave precedentemente creata, cliccare su Shape e spuntare la casella Compute warping constant.
- Esportare nuovamente il modello.
- Aprire il file di input appena creato e verificare la presenza di scalar-points aggiunti in corrispondenza dei nodi degli elementi di trave. Questi servono per descrivere l'effetto dell'ingobbamento lungo la trave.
- Vincolare tramite SPC lo scalar point che si trova sulla sezione vincolata della trave imponendo di fatto che su quella sezione l'ingobbamento sia nullo.
- Lanciare la nuova analisi e verificare che la traslazione dell'asse elastico è rimasta invariata, mentre la rotazione è radicalmente cambiata.



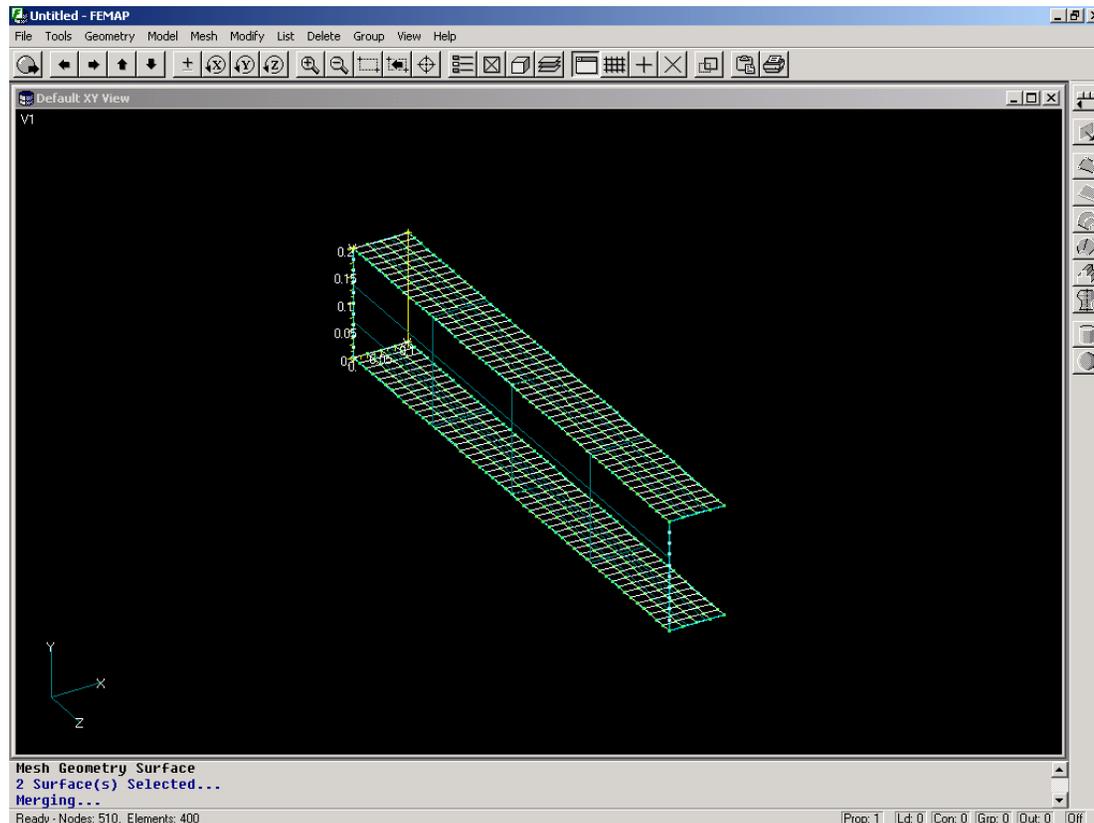
Mesh di Trave a “C” con Elementi di Piastra

- Disegnare la geometria della sezione a C (Creare Punti e linee)
- Estrusione Superfici: Menu Geometry->Surface->Extrude (selezionare curve da estrudere).



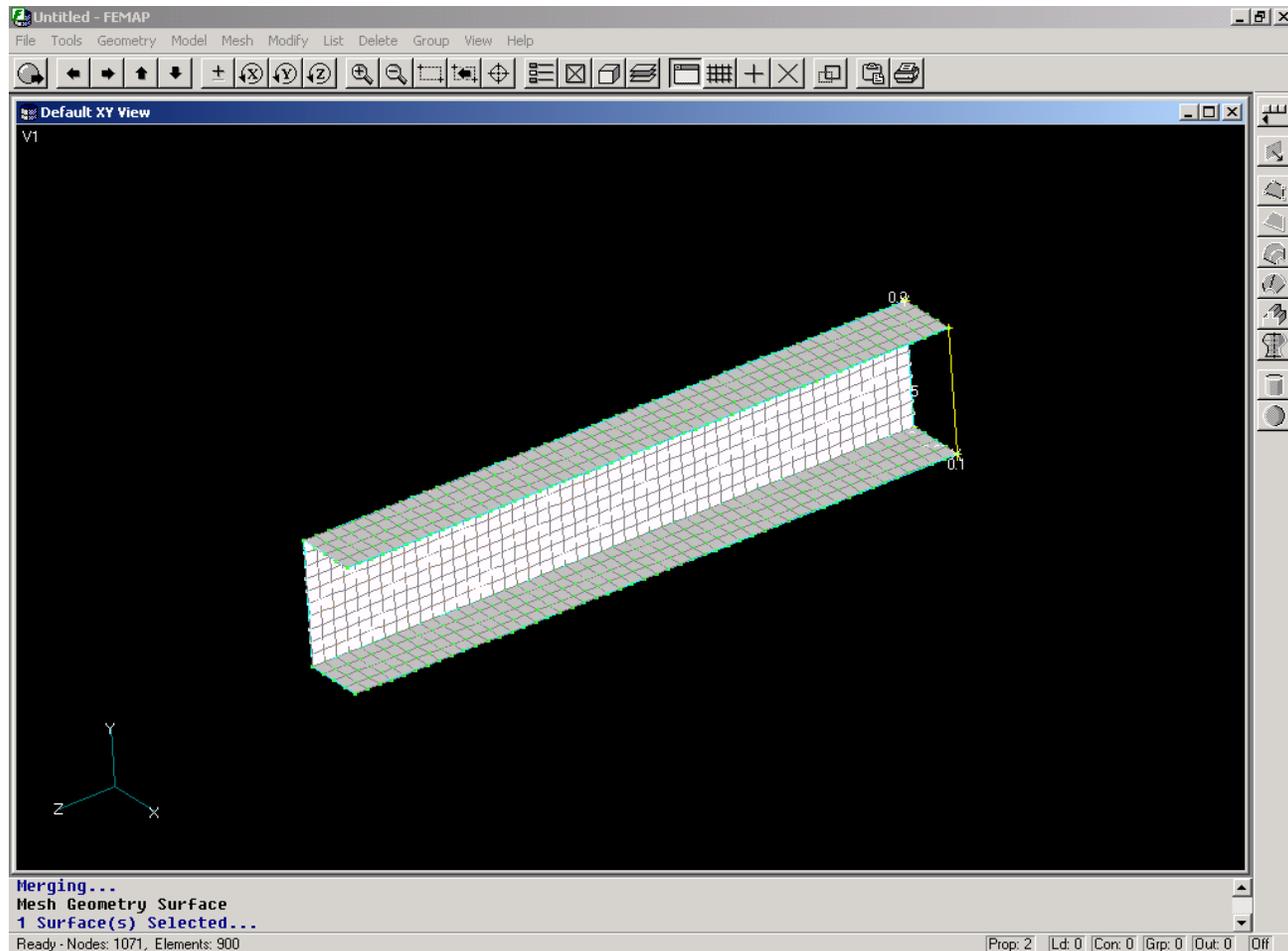
Mesh Risvolti

- Creare le proprietà- ATTENZIONE, SELEZIONARE TYPE= PLATE!!!!
- Generare la Mesh sulla superficie con il comando Mesh->Mesh Control-> Mapped Divisions



Check Nodi Coincidenti

Controllare che non esistano nodi Doppi coincidenti: menu Tools->Check->Coincident Nodes (Selezionare Merge!!!)



Applicazione di Carichi e Vincoli

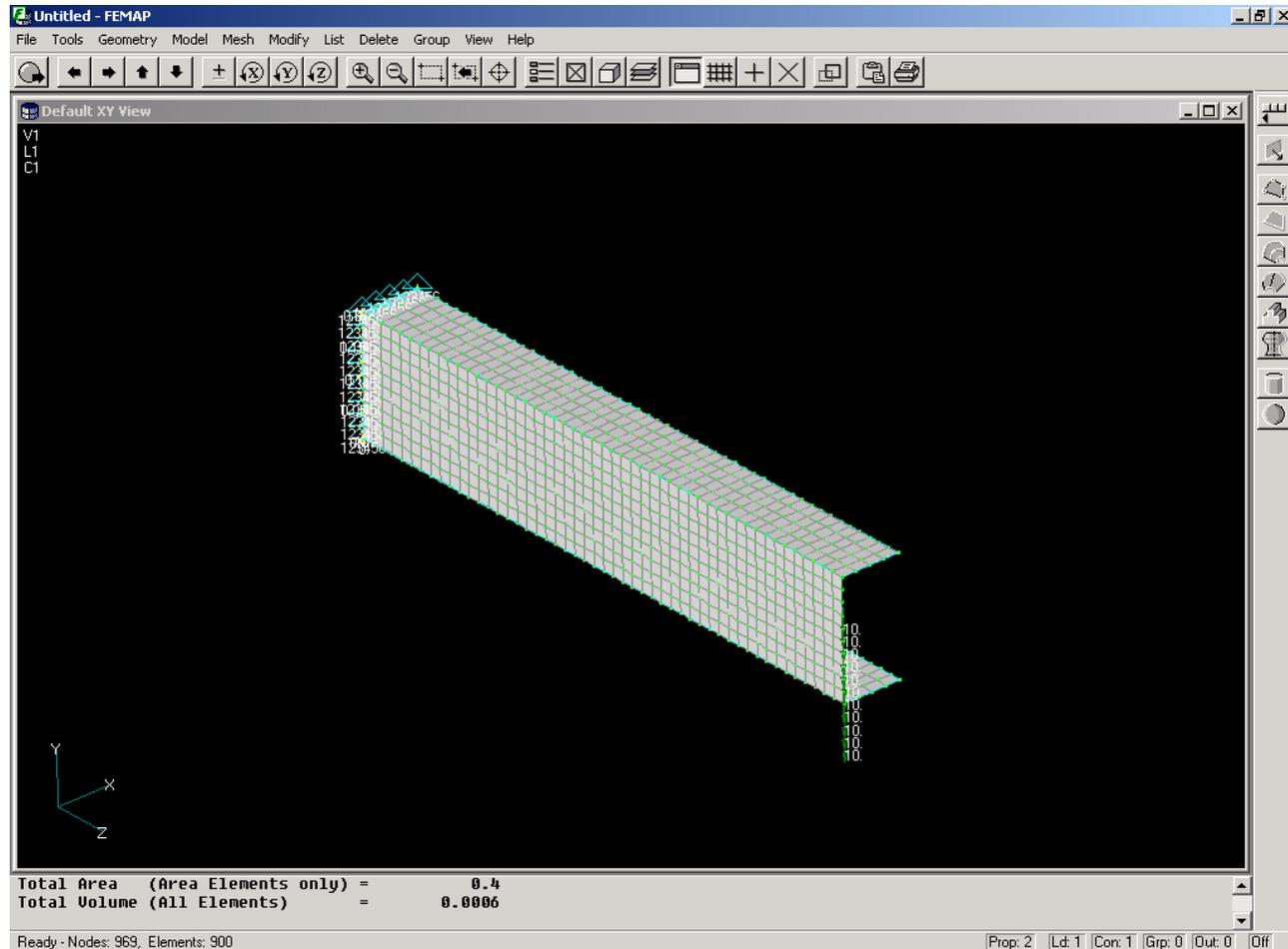
POLITECNICO DI MILANO



Progetto
Aerospaziale

Esercitazione 3

Analisi di Travi



Confronto risultati trave-piastra ottenuti con Femap

Modello a trave senza considerare l'effetto di ingobbamento:

$$S_{CT} = 0.13291 \text{ mm}$$

$$\theta_{CT} = 0.26529 \text{ rad}$$

Modello a trave considerando l'effetto di ingobbamento:

$$S_{CT} = 0.13291 \text{ mm}$$

$$\theta_{CT} = 0.0048692 \text{ rad}$$

Modello a piastre:

$$S_{anima} = 0.3187 \text{ mm}$$

$$\theta_{CT} = 0.004992 \text{ rad}$$

Modello a trave:

$$S_{anima} = 0.3382 \text{ mm}$$

$$\theta_{CT} = 0.0048692 \text{ rad}$$

