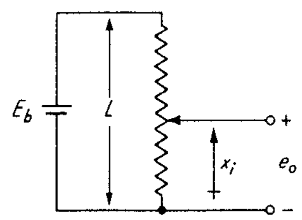
Modelli e caratteristiche dinamiche di strumenti

- Equazioni generali
- Modello e caratteristiche di strumenti di ordine 0
- Modello e caratteristiche di strumenti di ordine 1
- Modello e caratteristiche di strumenti di ordine 2
- Confronti delle caratteristiche dinamiche
- Strumenti di ordine 2 con ingresso non algebrico

Qualche esempio: il potenziometro

Potenziometro: Il cursore del potenziometro è vincolato al punto del quale si misura lo spostamento

Scriviamo la sua funzione di trasferimento:



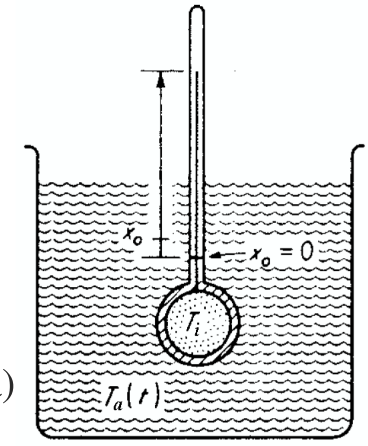
$$V_O = \frac{E_b}{L} x = Gx$$

Nella relazione ingresso-uscita dello strumento non compare nessun termine differenziato rispetto al tempo

Il guadagno G è costante in frequenza

Si assume che la dinamica interna allo strumento sia a frequenze elevate rispetto al contenuto in frequenza dell'ingresso
[cos'è la "dinamica interna"?]

Esempio: il termometro



Termometro

T_a temperatura ambiente
T_i temperatura interna (Ttf)
h coefficiente di scambio termico
m massa del materiale del bulbo
(trascurabile la massa del materiale nella colonna)
c calore specifico del materiale del bulbo
t tempo

L'equazione di equilibrio dei flussi è: $q = hA(T_a - T_i) = mc\frac{dT_i}{dt}$

Equazione dinamica caratteristica del primo ordine:

$$mc\,\dot{T}_i + hA\,T_i = hA\,T_a$$

$$\tau\dot{T}_i + T_i = T_a$$

Costante di tempo => $\tau = \frac{mc}{hA}$

Sensibilità statica => $G = 1$
(guadagno a regime)

Modello dinamico di un accelerometro

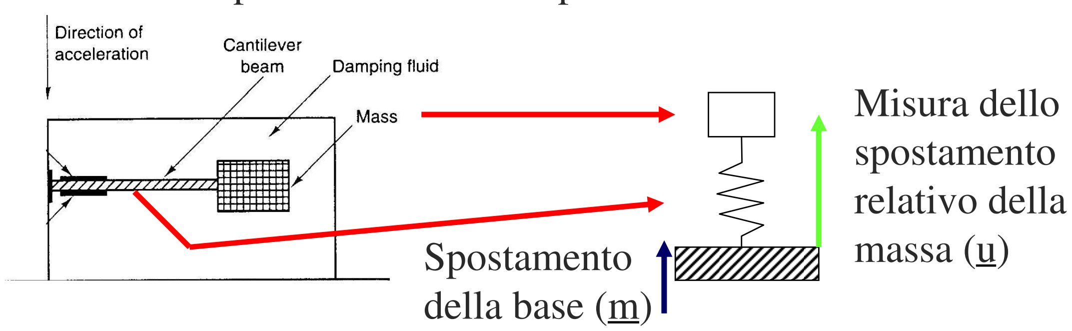
Consideriamo un accelerometro a massa sismica

Occorre analizzare l'equazione di equilibrio dinamico.

Modello dinamico elementare a 1 gdl: massa, molla e smorzatore: l'uscita deve essere messa in relazione con l'ingresso di accelerazione applicato al contenitore dell'accelerometro

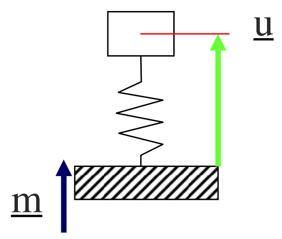
L'accelerazione imposta dal movimento della base, agendo sulla massa con una forza pari a *f*=*Ma*, flette la barretta

Un trasduttore di posizione rileva lo spostamento dell'estremità



Modello dinamico di un accelerometro

Equazione di equilibrio dinamico:



$$M\frac{d^2(\underline{m}+\underline{u})}{dt^2}+C\frac{d\,\underline{u}}{dt}+K\,\underline{u}=0$$

$\underline{u}$ - Movimento relativo della massa sismica
$\underline{m}$ - Movimento della base

trasformata di Laplace:
u(s) = $\mathcal{L}$ $\underline{u}$(t),
$\underline{u}$(t) = $\mathcal{L}^{-1}$ u(s),
s u = $\mathcal{L}$ d$\underline{u}$/dt,
ecc.

$$(Ms^2+Cs+K)u=-Ms^2m \qquad \frac{u}{s^2m}=-\frac{1}{(s^2+C/Ms+K/M)}$$

Nel dominio di frequenza, l'accelerazione della base è s^2m
L'equazione in forma generale diventa:

$$(A_2s^2+A_1s+A_0)q_o=B_2s^2q_i$$

Modello di secondo ordine ad un grado di libertà (massa, molla e smorzatore) che trascura la dinamica dell'oggetto

Modello dinamico di un accelerometro

Allora: $(A_2s^2+A_1s+A_0)q_o=B_2s^2q_i$

$$\boldsymbol{A}(s)q_o=B_2s^2q_i$$

$$Uscita: q_o \qquad Ingresso: a=s^2q_i$$

$$Uscita=\boldsymbol{H}(s)\cdot Ingresso \quad \text{con} \quad \boldsymbol{H}=\frac{B_2}{\boldsymbol{A}(s)}$$

Le caratteristiche di funzionamento sono:

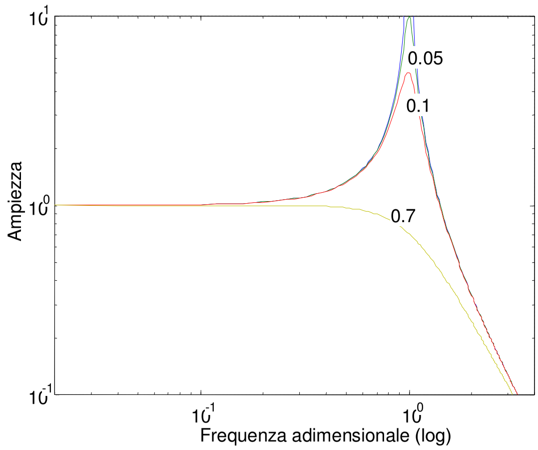
Sensibilità statica (guadagno a regime: *s* nullo) $G=\frac{B_2}{A_0}=\frac{M}{K}$

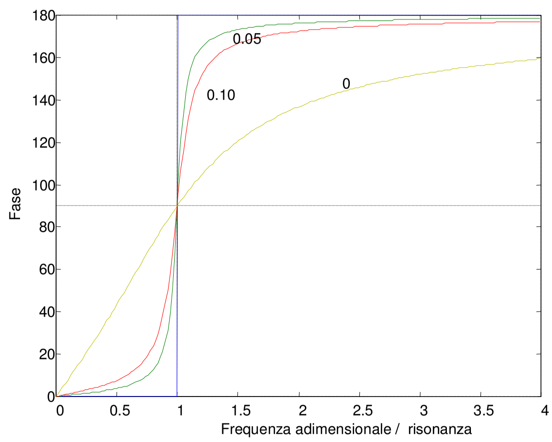
Pulsazione propria $\omega_n=\sqrt{\frac{A_0}{A_2}}=\sqrt{\frac{K}{M}}$

Coefficiente di smorzamento $\zeta=\frac{A_1}{2\sqrt{A_0A_2}}=\frac{C}{2\sqrt{KM}}$

Modello dinamico di un accelerometro

Diagrammi di risposta in frequenza:





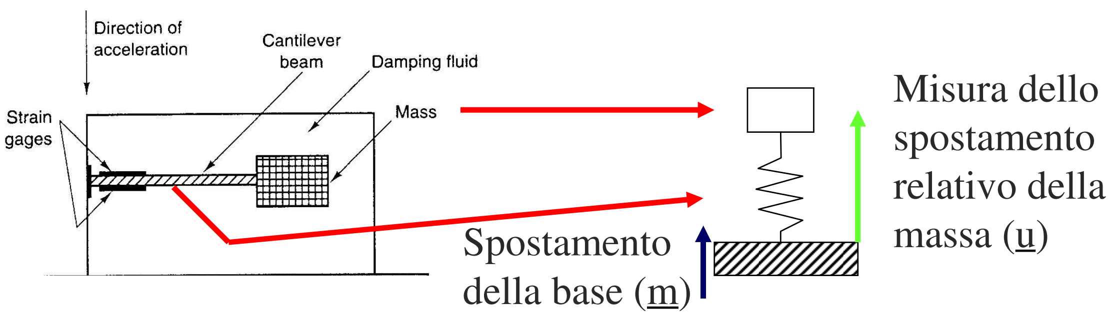
Modello dinamico di un sensore di spostamento a massa sismica

Consideriamo un sensore di *spostamento* a massa sismica

L'uscita deve essere messa in relazione con l'ingresso di spostamento applicato al contenitore dell'accelerometro

Il movimento, variabile nel tempo, impone un'accelerazione alla base, agendo sulla massa deforma la barretta

Un trasduttore di posizione rileva lo spostamento dell'estremità



Modello dinamico di un sensore di spostamento a massa sismica

L'equazione di equilibrio dinamico è la STESSA dell'accelerometro: il sistema è sempre sensibile all'accelerazione MA l'ingresso desiderato è lo spostamento. Quindi, nel dominio di s:

$Uscita: q_o = u \qquad Ingresso: q_i = m \qquad \frac{u}{m} = -\frac{s^2 M}{(Ms^2 + Cs + K)}$

$$(A_2 s^2 + A_1 s + A_0) q_o = B_2 s^2 q_i$$

$$\boldsymbol{A}(s) q_o = B_2 s^2 q_i$$

$Uscita = \boldsymbol{A}(s)^{-1} \boldsymbol{B}(s) \cdot Ingresso$ con $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{A}(s)^{-1} B_2 s^2$

I parametri caratteristici diventano:

Sensibilità statica (guadagno a regime: *s* elevato) $G = \frac{B_2}{A_2} = \frac{-M}{M} = -1$

Pulsazione propria $\omega_n = \sqrt{\frac{A_0}{A_2}} = \sqrt{\frac{K}{M}}$ (invariata)

Coefficiente di smorzamento (invariato) $\zeta = \frac{A_1}{2\sqrt{A_0 A_2}} = \frac{C}{2\sqrt{KM}}$

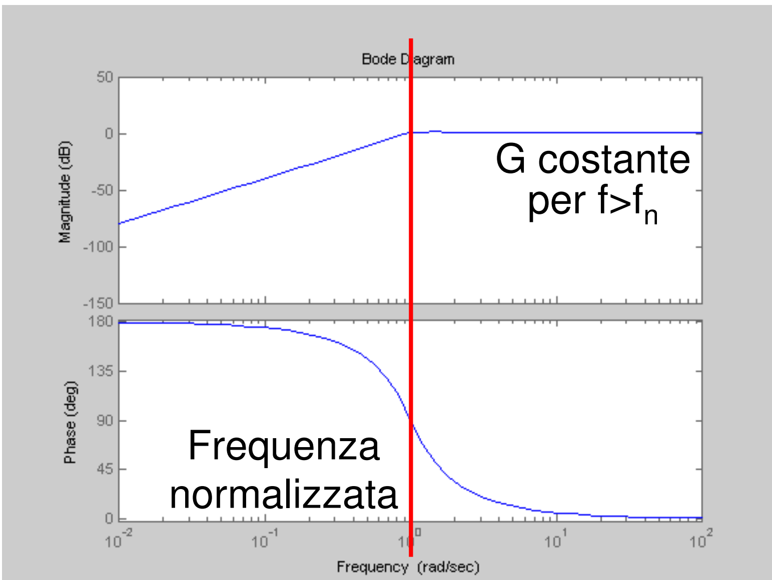
Modello dinamico di un sensore di spostamento a massa sismica

La funzione di trasferimento di questo strumento è completamente diversa da quella di uno accelerometro:

Il guadagno di regime si ha per frequenze di lavoro superiori a quella propria del sistema

Per frequenze elevate la massa sismica rimane ferma e il movimento relativo coincide con quello della base

L'uscita è poi opposta all'ingresso (G = -1)



Modelli dinamici

- Generico legame ingresso uscita di uno strumento

$$A_n \frac{d^n}{dt^n} q_o + \ldots + A_1 \frac{d}{dt} q_o + A_0 q_o = B_m \frac{d^m}{dt^m} q_i + \ldots + B_1 \frac{d}{dt} q_i + B_0 q_i$$

- Ordine massimo di derivazione q_o = <u>ordine dello strumento</u>
- Nella pratica i modelli necessari per una adeguata descrizione del comportamento dinamico di uno strumento sono quelli di ordine zero, primo o secondo, a coefficienti costanti
- L'approssimazione è comunque ottima e si giunge a una soluzione vicina al comportamento reale dello strumento.

Modelli dinamici

Quasi tutti gli strumenti sono descrivibili con modelli di ordine basso con forzante algebrica lineare

<u>Strumento di ordine zero</u> $A_0 q_o = B_0 q_i$

<u>Strumento del primo ordine</u> $A_1 \dot{q}_o + A_0 q_o = B_0 q_i$

<u>Strumento del secondo ordine</u> $A_2 \ddot{q}_o + A_1 \dot{q}_o + A_0 q_o = B_0 q_i$

Risposta a forzanti particolari (gradino, rampa, sinusoide)?

Integrale particolare (dipendente dal caso specifico) e generale (dipendente dalla struttura dell'equazione omogenea)?

L'importanza di questo tipo di analisi è legata alla possibilità di definire sistematicamente i parametri che caratterizzano ciascun modello, in modo da poter valutare le caratteristiche di uno strumento in relazione all'utilizzo che ne potremmo fare

Modelli dinamici

Ricordando l'operatore di Laplace potremo ottenere l'espressione della funzione di trasferimento come rapporto tra ingresso e uscita:

$$(A_n s^n + A_{n-1}s^{n-1} + \ldots + A_1 s + A_0)q_o = (B_m s^m + B_{m-1}s^{m-1} + \ldots + B_1 s + B_0)q_i$$

$$\boldsymbol{A}(s)q_o = \boldsymbol{B}(s)q_i$$

$$q_o = \boldsymbol{A}(s)^{-1}\boldsymbol{B}(s)q_i$$

Ci interessa quindi caratterizzare la funzione di trasferimento dello strumento

$$H = \frac{q_o}{q_i} = \boldsymbol{A}(s)^{-1}\boldsymbol{B}(s)$$

Strumento di ordine zero

Equazione caratteristica=> $A_0 q_o = B_0 q_i$

Equazione normalizzata=> $q_o = \frac{B_0}{A_0} q_i = G\, q_i$

Sensibilità statica (guadagno a regime)=> $G = \frac{B_0}{A_0}$

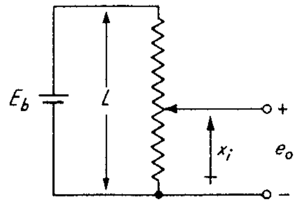
Legame ingresso-uscita $q_o = G\, q_i$

Rappresenta lo strumento ideale dal punto di vista della sua risposta dinamica.

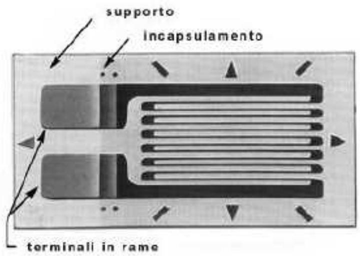
Dal momento che il legame ingresso uscita è algebrico, non ha importanza la variazione nel tempo dell'ingresso, l'uscita seguirà perfettamente l'ingresso, senza distorsione o ritardo di fase.

Strumento di ordine zero

Esempi: potenziometro $e_o = \frac{x_i}{L} E_b$



Esempi: estensimetro $\varepsilon = \frac{1}{k}\frac{\Delta R}{R}$

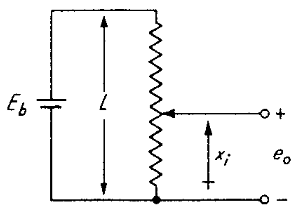


ATTENZIONE: l’estensimetro ammette un modello di ordine zero nel caso di misura di deformazione: se si utilizza un estensimetro per realizzare un trasduttore di forza, il sistema di misura complessivo può esibire un comportamento del 2° ordine

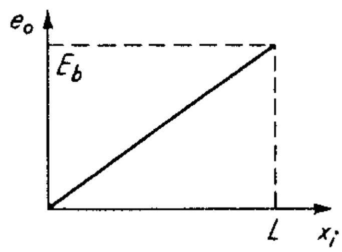
Strumento di ordine zero

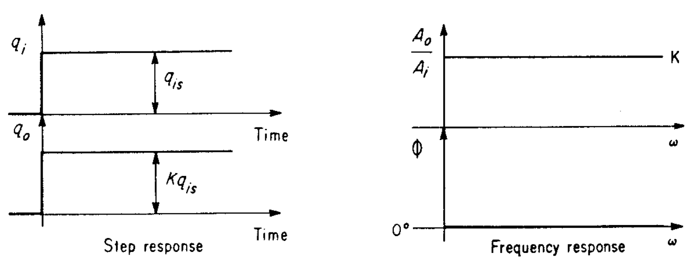
Risposta al gradino

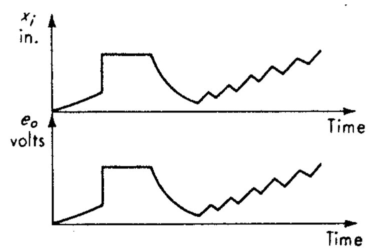
Esempio: potenziometro



$$e_o = \frac{x_i}{L} E_b$$







Strumento di primo ordine

$$A_1\dot{q}_o + A_0 q_o = B_0 q_i$$

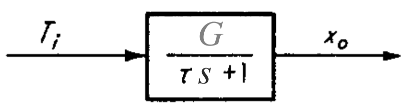
$$\frac{A_1}{A_0}\dot{q}_o + q_o = \frac{B_0}{A_0} q_i$$

$$\tau\dot{q}_o + q_o = G q_i$$

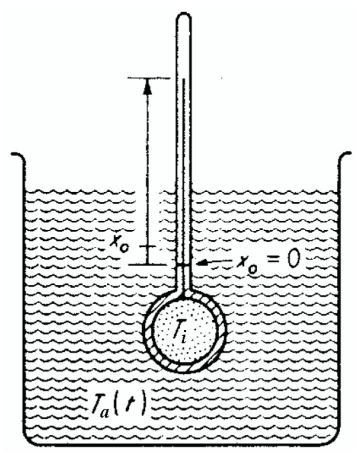
Sensibilità statica => $G = \frac{B_0}{A_0}$
(guadagno a regime)

Costante di tempo => $\tau = \frac{A_1}{A_0}$

Funzione di trasferimento => $\frac{q_o}{q_i}(s) = \frac{G}{\tau s + 1}$



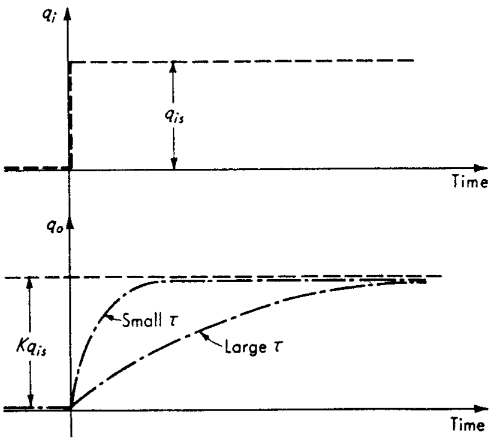
Esempio: termometro

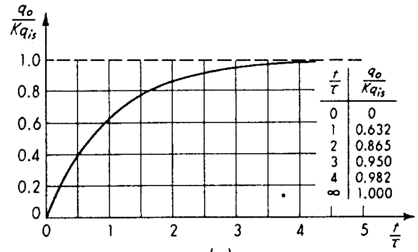


Strumento di primo ordine

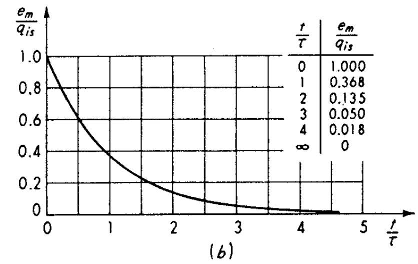
Risposta al gradino $q_o = Gq_{i\_STEP}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

dominio del tempo





(a)



(b)

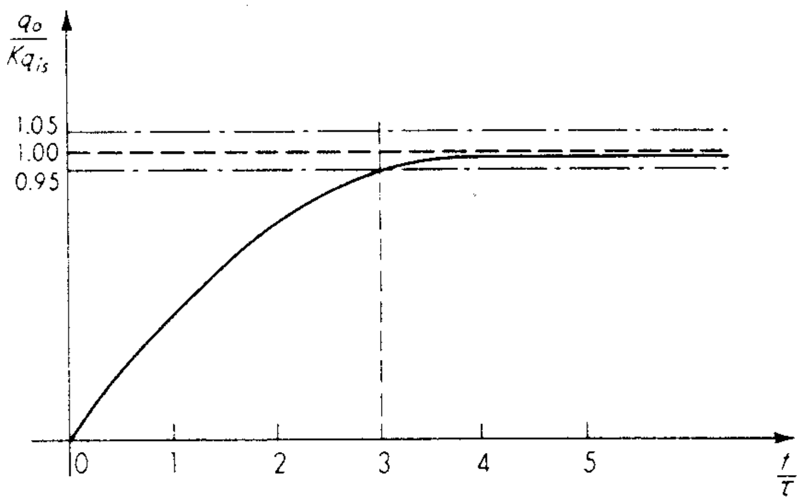
Minore è la costante di tempo, maggiore la prontezza dello strumento.

Dopo un tempo pari a 4 τ la risposta raggiunge il 98% della risposta statica

Strumento di primo ordine

Risposta al gradino

dominio del tempo



Strumento di primo ordine

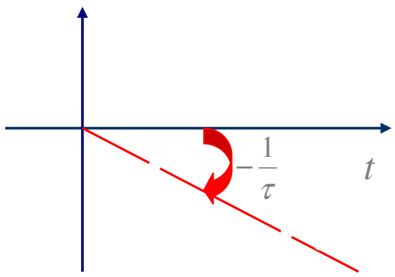
Risposta al gradino:

Determinazione sperimentale della costante di tempo

$$\frac{q_o}{Gq_{i\_STEP}} = \left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad 1 - \frac{q_o}{Gq_{iSTEP}} = e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Ponendo: $z = 1 - \frac{q_o}{Gq_{i\_STEP}}$ e passando ai logaritmi: $\ln z = -\frac{1}{\tau}t$

$$a = bt$$



Si può quindi procedere con una regressione lineare la cui pendenza è l'inverso della costante di tempo

Risulta molto più semplice che non andare a stimare la costante di tempo in base alla variazione dell'ampiezza della risposta.

Strumento di primo ordine

Risposta alla rampa

Ingresso a rampa:

$$q_i = \begin{cases} q_i = q_o = 0 & t \le 0 \\ \dot{q}_{i\_SLOPE}t & t \ge 0 \end{cases}$$

Sostituendo: $\boxed{(\tau D + 1)q_o = G\dot{q}_{i\_SLOPE}t}$

Applicando le condizioni iniziali: $q_o = 0$ per $t = 0^+$

Int. generale $q_{o\_gen} = Ce^{-\frac{t}{\tau}}$

Int. particolare $q_{o\_par} = G\dot{q}_{i\_SLOPE}(t - \tau)$

$$q_o = Ce^{-\frac{t}{\tau}} + G\dot{q}_{i\_SLOPE}(t - \tau) \qquad \boxed{q_o = G\dot{q}_{i\_SLOPE}\left(\tau e^{-\frac{t}{\tau}} + t - \tau\right)}$$

Strumento di primo ordine

Risposta alla rampa

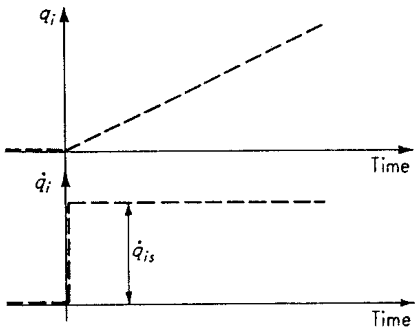
Possiamo scrivere ancora l'errore di misura:

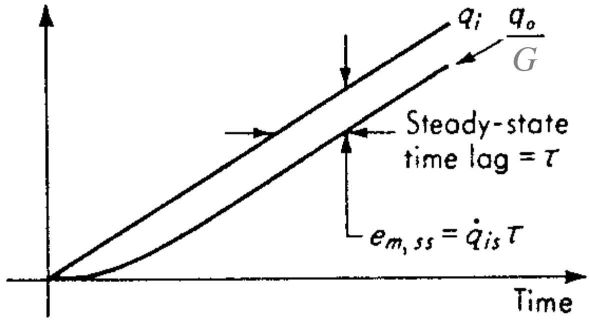
$$e_m = q_i - \frac{q_o}{G} = \dot{q}_{i\,SLOPE}\, t - \dot{q}_{i\,SLOPE}\, \tau e^{-\frac{t}{\tau}} - \dot{q}_{i\,SLOPE}\, t + \dot{q}_{i\,SLOPE}\, \tau$$

$$e_m = \underbrace{-\dot{q}_{i\_SLOPE}\, \tau e^{-\frac{t}{\tau}}}_{e_{m,t}} + \underbrace{\dot{q}_{i\_SLOPE}\, \tau}_{e_{m,ss}}$$

Errore in transitorio   Errore a regime

dominio del tempo

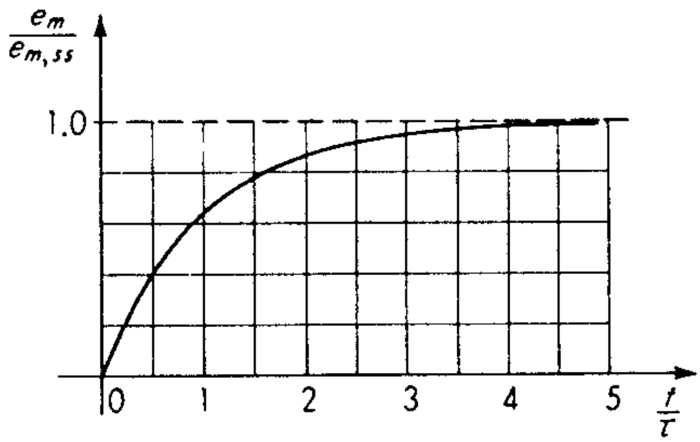




Strumento di primo ordine

Strumento del primo ordine: risposta alla rampa

dominio del tempo

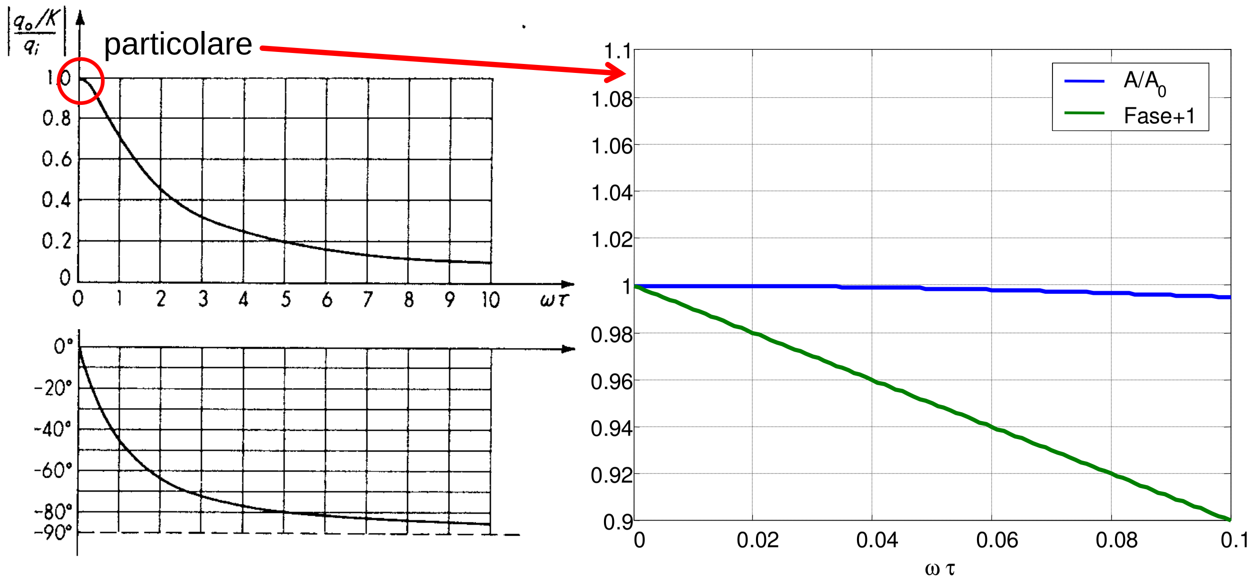


L'errore a regime è proporzionale alla costante di tempo

Strumento di primo ordine

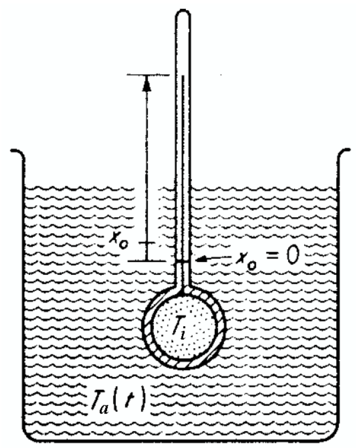
Risposta in frequenza

In forma adimensionale: $$\frac{q_o/G}{q_i}(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{(\omega\tau)^2+1}} \angle\left[\tan^{-1}(-\omega\tau)\right]$$



Strumento di primo ordine

Termometro



T_a temperatura ambiente
T_i temperatura interna
h coefficiente di scambio termico
m massa del materiale del bulbo
(materiale nella colonna trascurabile)
c calore specifico del materiale del bulbo
t tempo

L'equazione di equilibrio dei flussi è: $$q = hA(T_a - T_i) = mc\frac{dT_i}{dt}$$

$$mc\,\dot{T}_i + hA\,T_i = hA\,T_a$$

$$\tau\dot{T}_i + T_i = T_a$$

Costante di tempo => $\tau = \frac{mc}{hA}$

Sensibilità statica (guadagno a regime) => $G = 1$

Strumento di primo ordine

Come si può operare per avere una costante di tempo piccola?
E' ovvio che i termini al denominatore devono essere i più grandi possibile, mentre quelli al numeratore devono essere i più piccoli

Ma non tutte le variabili in gioco sono indipendenti, per es. la superficie del bulbo e la massa del fluido di misura: infatti, nelle ipotesi adottate, indicando con r il raggio del bulbo, assunto sferico per semplicità, poichè:

$$m = \rho\pi r^3 \qquad\qquad A = \pi r^2$$

La costante di tempo diventa: $\tau = \dfrac{mc}{hA} = \dfrac{\rho\pi r^3 c}{h\pi r^2} = \dfrac{\rho r c}{h}$

Quindi un intervento atto ad aumentare la superficie esterna in realtà porta ad un incremento, anziché una riduzione, della costante di tempo in quanto il volume aumenta più rapidamente della superficie

Strumento di secondo ordine

Per la definizione della risposta di uno specifico strumento occorre specificare gli elementi dell'equazione di equilibrio dinamico

$$A_n \frac{d^n}{dt^n} q_o + \ldots + A_1 \frac{d}{dt} q_o + A_0 q_o = B_m \frac{d^m}{dt^m} q_i + \ldots + B_1 \frac{d}{dt} q_i + B_0 q_i$$

Il polinomio *A* è, nella quasi totalità delle applicazioni, di ordine 2: termini elastico, viscoso e inerziale

Il polinomio *B* è di ordine dipendente dall'applicazione ma, nella quasi totalità delle applicazioni prevede la presenza di un solo termine: l'*ingresso desiderato*

Strumento di secondo ordine

Strumento di secondo ordine ad ingresso algebrico

$$A_2 \frac{d^2 q_o}{dt^2} + A_1 \frac{dq_o}{dt} + A_0 q_o = B_0 q_i$$

I parametri caratteristici possono essere ridotti a tre:

Sensibilità statica (guadagno a regime) $G = \frac{B_0}{A_0}$

Pulsazione propria $\omega_n = \sqrt{\frac{A_0}{A_2}}$

Coefficiente di smorzamento $\zeta = \frac{A_1}{2\sqrt{A_0 A_2}}$

Strumento di secondo ordine

Sostituendo i parametri caratteristici nell'equazione fondamentale nel dominio della frequenza:

$$\left(\frac{s^2}{\omega_n^2}+\frac{2\zeta s}{\omega_n}+1\right)q_o = Gq_i$$

La funzione di trasferimento è:

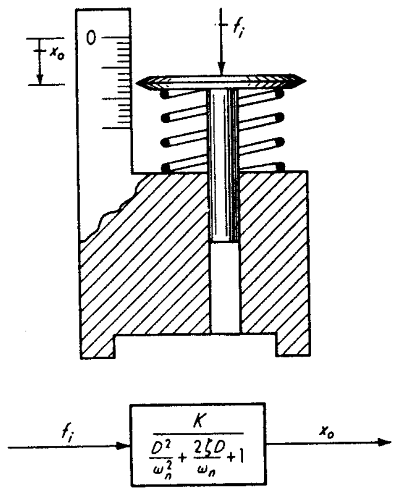
$$\boxed{\frac{q_o}{q_i}(s)=\frac{G}{\frac{s^2}{\omega_n^2}+\frac{2\zeta s}{\omega_n}+1}}$$

Strumento di secondo ordine

Esempio: dinamometro

Ipotesi:

- Tutta la massa associata al piatto mobile ed uguale a ***M***
- La molla è lineare, con costante ***K***
- La lubrificazione è tale per cui l'attrito è rappresentabile con una sola costante ***B***



L'effetto della gravità viene eliminato azzerando in condizione di riposo lo spostamento $\boldsymbol{x_0}$

$$\sum Forze = massa \cdot accelerazione \qquad f_i - B\frac{d\,x_0}{dt} - K\,x_0 = M\,\frac{d^2x_0}{dt^2}$$

Strumento di secondo ordine

$$(Ms^2 + Bs + K)x_0 = f_i$$

Con parametri caratteristici:

Sensibilità statica (guadagno a regime) => $G = \frac{1}{K} \quad [m/N]$

Pulsazione propria => $\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad [rad/s]$

Coefficiente di smorzamento => $\zeta = \frac{B}{2\sqrt{K\,M}}$

Strumento di secondo ordine

Risposta al gradino

$$\left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta s}{\omega_n} + 1\right) q_o = G\, q_{iSTEP}$$ (dominio di s)

Con condizioni iniziali: $\underline{q}_o = 0$ per $t = 0^+$ $\quad \frac{d\underline{q}_o}{dt} = 0$ per $t = 0^+$

Integrale particolare $\underline{q}_{op} = G\, \underline{q}_{iSTEP}$ (dominio di t)

Int. Generale assume una delle tre possibili forme, dipendentemente dalle radici dell'equazione caratteristica $-\omega_n \zeta \pm \omega_n(\zeta^2-1)^{1/2}$:

- reali e distinte (sistema sovrasmorzato) $\zeta^2 > 1$
- reali ripetute (sistema criticamente smorzato) $\zeta = 1$
- complesse (sistema sottosmorzato) $\zeta^2 < 1$

Strumento di secondo ordine

Risposta al gradino

Le tre funzioni di trasferimento operative nel tempo diventano quindi:

sovrasmorzata
$$\frac{q_o}{G\,q_{iSTEP}} = -\frac{\zeta+\sqrt{\zeta^2-1}}{2\sqrt{\zeta^2-1}}e^{(-\zeta+\sqrt{\zeta^2-1})\omega_n t} + \frac{\zeta-\sqrt{\zeta^2-1}}{2\sqrt{\zeta^2-1}}e^{(-\zeta-\sqrt{\zeta^2-1})\omega_n t} + 1$$

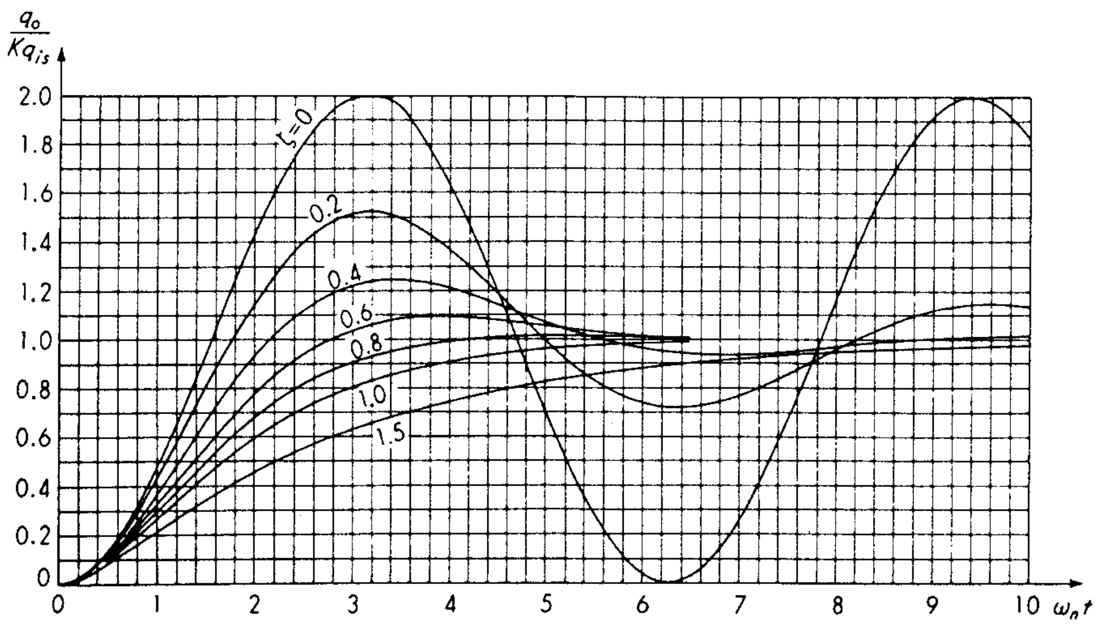
critica
$$\frac{q_o}{G\,q_{iSTEP}} = -(1+\omega_n t)e^{-\omega_n t} + 1$$

sottosmorzata
(oscillante)
$$\frac{q_o}{G\,q_{iSTEP}} = -\frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin(\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n t + \phi) + 1$$

$$\phi = sin^{-1}\sqrt{1-\zeta^2}$$

Strumento di secondo ordine

Risposta al gradino



Strumento di secondo ordine

Risposta al gradino

Osservazioni:

- Dal momento che ω_n e t compaiono sempre come prodotto, conviene disegnare le curve delle funzioni di trasferimento in funzione di questo prodotto: in questo modo diventano universali per qualsiasi ω_n
- ω_n è un'indicazione diretta della velocità di risposta dello strumento: per un determinato smorzamento, raddoppiando ω_n si dimezza il tempo di risposta, dato che il prodotto $\omega_n t$ raggiunge lo stesso valore in metà del tempo.
- Un aumento dello smorzamento riduce le oscillazioni, ma rallenta la risposta nel senso che la prima intersezione al valore a regime viene ritardata.

Strumento di secondo ordine

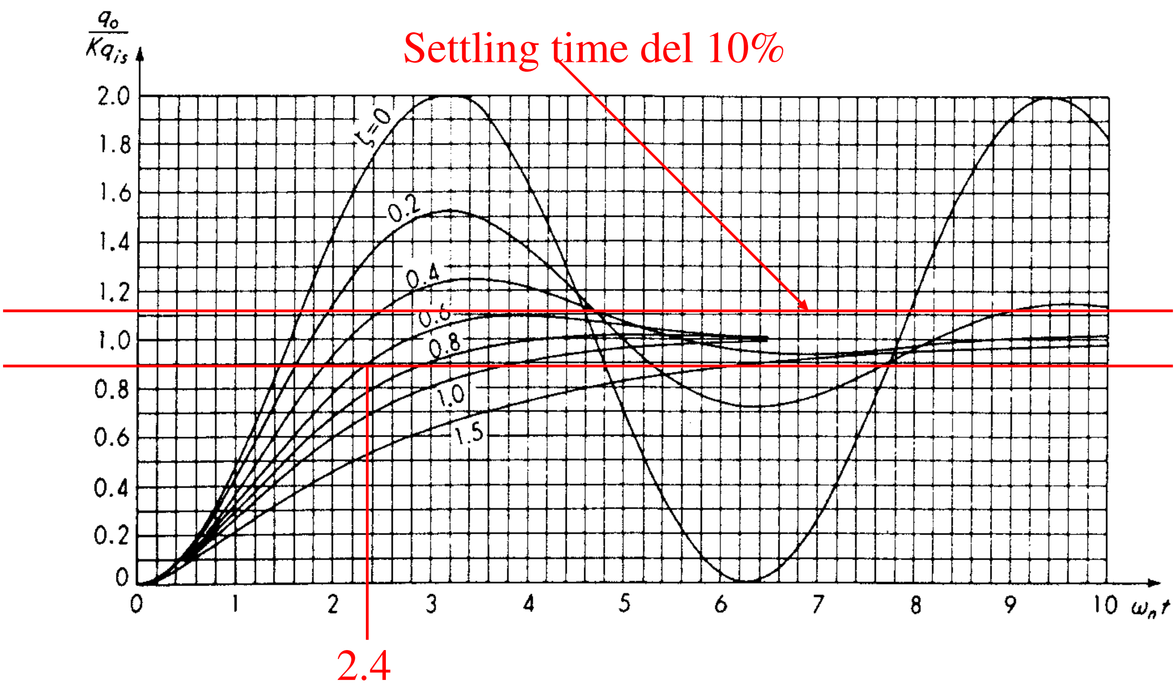
Risposta al gradino

Osservazioni (segue):

- Un'indicazione della bontà della risposta è data dal *settling time*: il valore ottimale dello smorzamento dipende però dalla banda di *settling time* scelta. Ad esempio, scegliendo il 10%, lo smorzamento che garantisce il più rapido raggiungimento della condizione a regime è pari a 0.6, e tale condizione viene raggiunta in circa 2.4/ ω_n unità di tempo (vedere diagramma successivo).

Strumento di secondo ordine

Risposta al gradino



Strumento di secondo ordine

Risposta al gradino

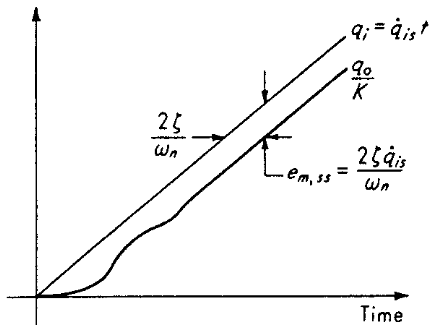
Osservazioni:

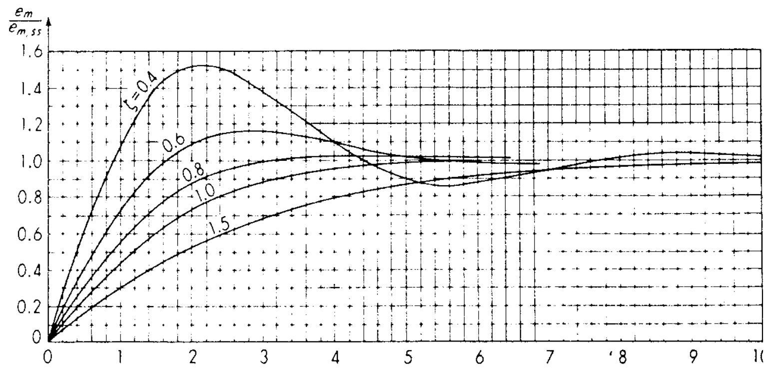
- Molti strumenti in commercio hanno smorzamenti compresi tra 0.6 e 0.7: questo intervallo è quello che offre la migliore risposta in frequenza in termini di rapporto tra banda passante utile (a guadagno unitario) e frequenza propria

- Con smorzamento minore, per avere la stessa banda utile, occorre avere una frequenza propria maggiore .

Strumento di secondo ordine

Risposta alla rampa



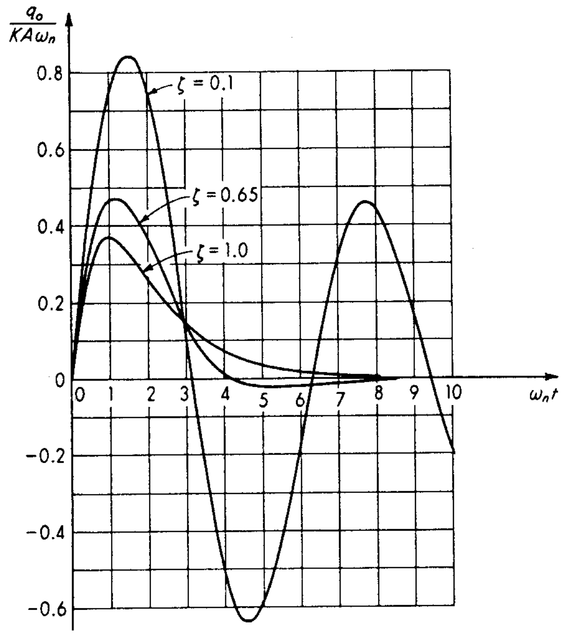


Errore a regime: $e_{m,ss} = \dfrac{2\zeta \dot{q}_{iSLOPE}}{\omega_n}$ Ritardo a regime: $\tau_{m,ss} = \dfrac{2\zeta}{\omega_n}$

Può essere ridotto diminuendo lo smorzamento (a scapito di oscillazioni di ampiezza maggiore) o aumentando la frequenza naturale.

Strumento di secondo ordine

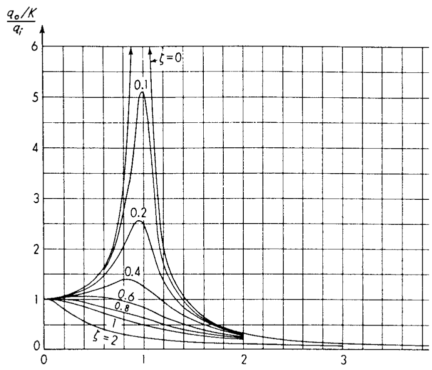
Risposta all'impulso

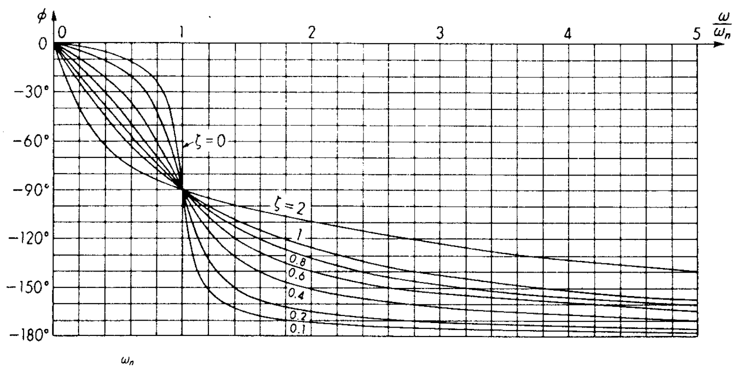


Strumento di secondo ordine

Risposta in frequenza

$$\frac{q_o}{q_i}(j\omega)=\frac{G}{\left(\frac{j\omega}{\omega_n}\right)^2+2\frac{\zeta j\omega}{\omega_n}+1}\qquad \frac{q_o}{G\,q_i}(j\omega)=\frac{1}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{j\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2+4\frac{\zeta^2\omega^2}{\omega_n^2}}}\angle\phi\qquad \phi=\tan^{-1}\frac{2\zeta}{\frac{\omega}{\omega_n}-\frac{\omega_n}{\omega}}$$





Strumento di secondo ordine

Risposta in frequenza

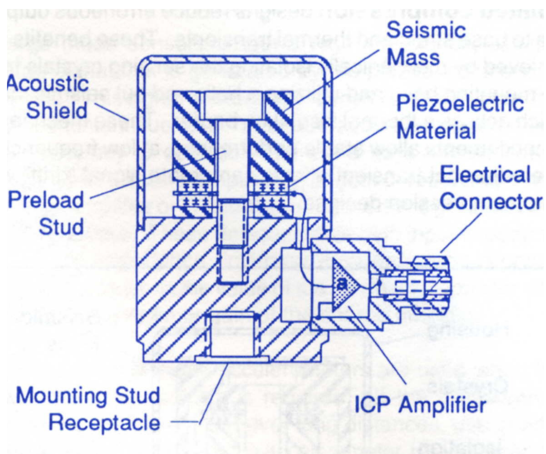
Osservazioni:

- Aumentando la frequenza propria, aumenta il range in frequenza per il quale la risposta è piatta (banda in frequenza), di conseguenza una frequenza propria elevata è indispensabile per misurare ingressi ad alta frequenza.
- Il valore ottimale di smorzamento è indicato sia dalla risposta in ampiezza che da quella in fase: la più estesa zona di ampiezza costante in frequenza si ottiene per valore di smorzamento che variano tra 0.6 e 0.7.
- Un angolo di fase nullo è impossibile da ottenere: la cosa importante è che il segnale in uscita riproduca la forma di quello in ingresso. Questo si ottiene con un andamento di fase lineare, che genera solo un ritardo ma non distorsione. Ancora una volta uno smorzamento compreso tra 0.6 e 0.7 garantisce il più ampio range di frequenza in cui la fase varia linearmente.

Caratteristiche di uno strumento di secondo ordine

Esempio: accelerometro piezoelettrico

La massa sismica (rigida) è appoggiata al piezelettrico, la cui rigidezza funge da molla elastica



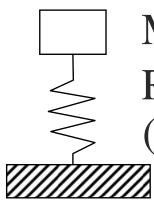
Valori tipici:

Massa sismica g

Mod. elastico piezoelettrico ≈80000 N/mm^2

Smorzamento % <1

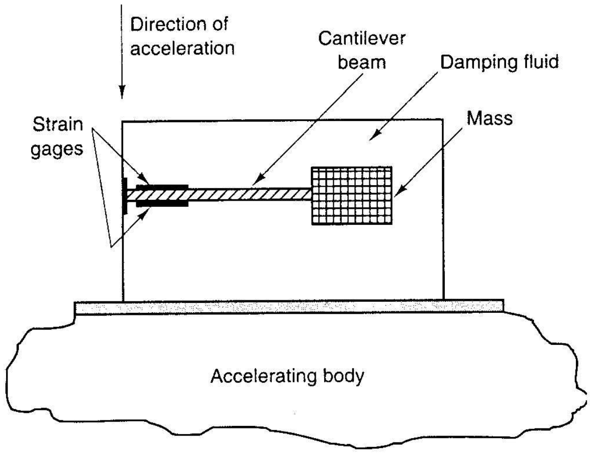
Frequenza di risonanza: n kHz (n>3)



Caratteristiche di uno strumento di secondo ordine

Esempio: accelerometro piezoresistivo

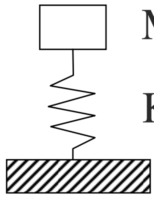
La massa sismica (rigida) è montata sulla barretta elastica



Valori tipici:

Massa sismica	g
Rigidezza piezoelettrico	N/m
Smorzamento %	< 1

Frequenza di risonanza: n kHz (n < 0.5)

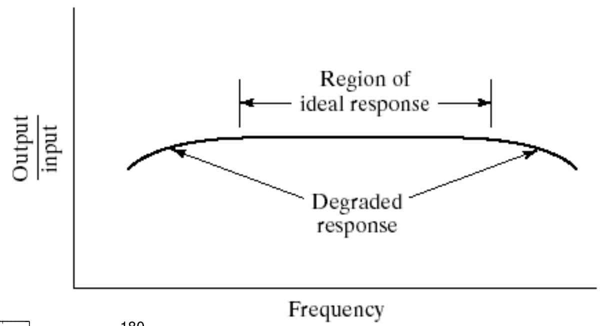


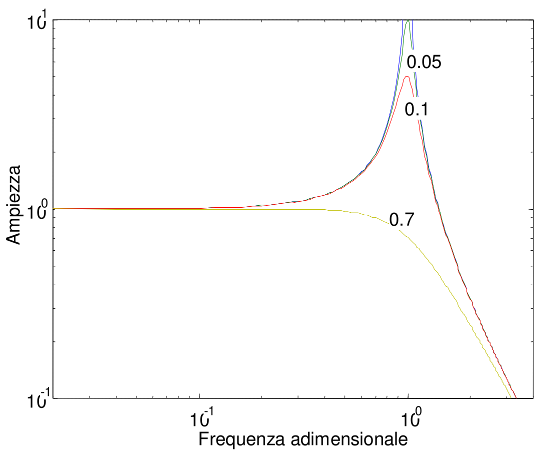
Massa

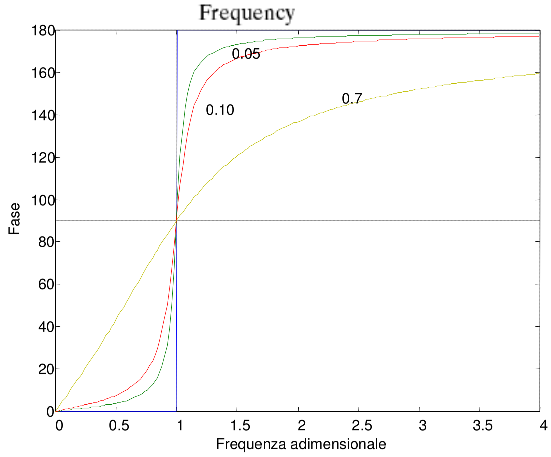
$K \propto EI/L^3$

Risposta dinamica di uno strumento

- Risposte tipiche
- Definizione caratteristiche utili; Modulo(A/A0)≈1
- Banda passante reale







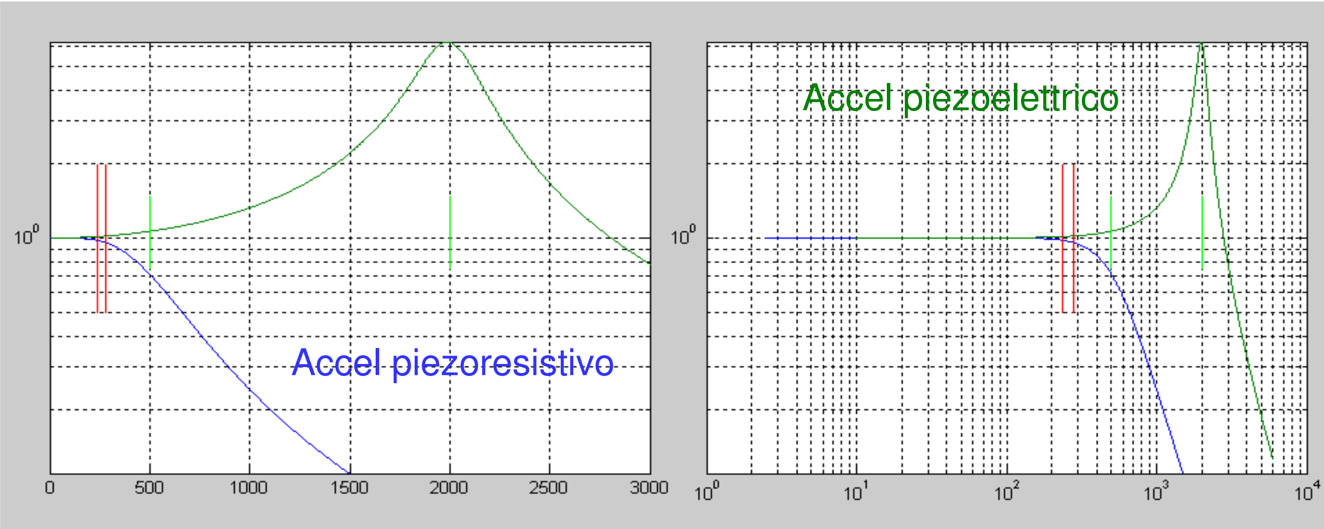
Risposta dinamica di uno strumento

Confronto di due strumenti: #1 500Hz, 0.7 #2 2000Hz, 0.05

Definizione caratteristiche utili: Errore(Modulo(A/A_0)) ≈ 0.02

Banda passante al 2% di errore sul guadagno: 237 e 282 Hz cioè

47.4 e 14.1% della frequenza di risonanza



Validità dei Modelli dinamici

I modelli dinamici hanno un limite di validità:

Si assume che tutta la dinamica sia descritta dal grado di libertà utilizzato

Questo è vero se le frequenze caratteristiche ad esso associate sono ben separate da quelle del trasduttore (es la cassa)

Poiché non ha senso utilizzare uno strumento a ingresso algebrico vicino o oltre la risonanza il problema non si pone (es accelerometro)

Per uno strumento come il trasduttore di spostamento sismico il discorso è diverso: viene utilizzato al di sopra della frequenza di progetto con una banda nominalmente infinita (G=1 per f→∞)

Il limite di impiego sarà quindi dato dalle caratteristiche del contenitore