AIDAA
XVI CONGRESSO NAZIONALE AIDAA
24–28 settembre 2001
PALERMO

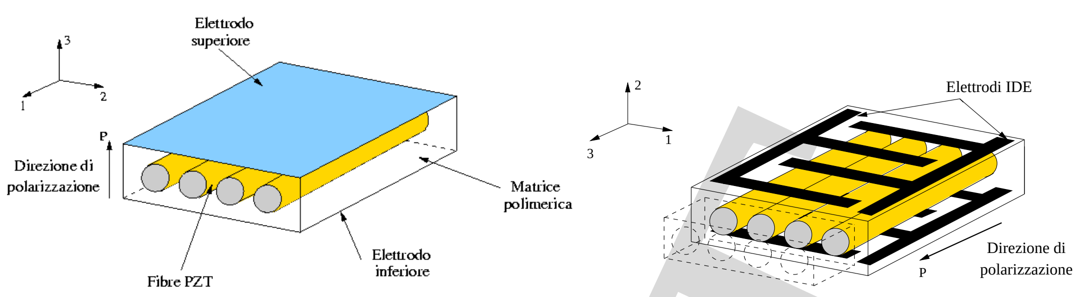
CARATTERIZZAZIONE NUMERICA DI MATERIALI COMPOSITI "INTELLIGENTI" A FIBRA PIEZOELETTRICA

S. CASSANI, G.L. GHIRINGHELLI, P. MASARATI

Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale, Politecnico di Milano, Milano

SOMMARIO

L'uso dei materiali cosiddetti "intelligenti" per lo sviluppo di tecniche di misura ed attuazione distribuite ha rappresentato una promessa nel campo del controllo attivo delle strutture e dei meccanismi. Tuttavia la loro applicazione al momento è limitata a campi molto specialistici, se non confinata ai laboratori di ricerca. Infatti molte speranze riposte nell'uso immediato di sensori ed attuatori distribuiti, di cui un esempio significativo sono i dispositivi realizzati con materiali piezoelettrici, sono andate deluse per problemi tecnologici che riguardano il loro impiego. Negli anni '90, per superare alcune limitazioni dei dispositivi piezoelettrici convenzionali, è stato introdotto il concetto di "fibra piezoelettrica" [1], volta alla realizzazione di lamine di materiali compositi "intelligenti" utilizzabili all'interno di laminati compositi tradizionali. Le fibre consentono di adattare agevolmente i dispositivi piezoelettrici a superfici curve; inoltre consentono di ottenere attuazione anisotropa nel piano del manufatto, amplificando così l'effetto elettro-meccanico. Una ulteriore innovazione ha consistito nell'introduzione di "elettrodi interdigitati" [2], che consentono di sfruttare il coefficiente di accoppiamento piezoelettrico diretto d_{33}, anziché, come di consueto, quello trasverso, d_{31}, d_{32}, grazie al fatto che il campo elettrico generato è parallelo ed equiverso alla direzione di polarizzazione, che a sua volta mediamente coincide con la direzione delle fibre. In particolare il coefficiente di accoppiamento sfruttato dal controllo attivo risulta essere di alcune volte superiore a quello di un piezoceramico tradizionale, inoltre il peso del dispositivo, a parità di dimensioni, è inferiore; infine grazie all'anisotropia che lo caratterizza, il dispositivo è praticamente insensibile alla curvatura trasversale. Il presente lavoro investiga la possibilità di ottenere stime complete delle caratteristiche elettromeccaniche di lamine in materiale fibroso piezoelettrico mediante modellazione ad elementi finiti. Rispetto alla letteratura disponibile alla procedura sono state apportate significative modifiche che dovrebbero consentire una migliore previsione delle caratteristiche del dispositivo finale, grazie ad una modellazione del fenomeno più aderente alla fisica del problema.



(a) Composito attivo PFC (b) Composito attivo IDEPFC

Figura 1: Compositi attivi

1. MATERIALI COMPOSITI INTELLIGENTI

I materiali compositi intelligenti sono stati sviluppati negli anni '90 per cercare di superare alcune limitazioni dei materiali piezoelettrici tradizionali. I compositi attivi sono in grado infatti di adattarsi a superfici curve e di esibire attuazione anisotropa nel piano del manufatto. Il loro sviluppo, dovuto essenzialmente al MIT, riguardò inizialmente i materiali PFC [3, 1] realizzati da fibre piezoelettriche immerse in una matrice polimerica ed aventi elettrodi posizionati superiormente ed inferiormente al piano medio della lamina attiva. Tali materiali sfruttano l'effetto piezoelettrico trasverso dovuto ai coefficienti piezoelettrici d_{31} e d_{32}. In seguito, l'introduzione degli "elettrodi interdigitati" ha consentito di sfruttare l'effetto piezoelettrico diretto d_{33} [4, 5]. Grazie a ciò, questi nuovi materiali, meglio noti come IDEPFC, presentano caratteristiche di attuazione superiori ai loro predecessori PFC. La legge costitutiva lineare di un materiale omogeneo equivalente ad un IDEPFC assume la forma

$$\begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & \cdot & \cdot & \cdot & -e_{31} \\ c_{12}^E & c_{22}^E & c_{23}^E & \cdot & \cdot & \cdot & -e_{32} \\ c_{13}^E & c_{23}^E & c_{33}^E & \cdot & \cdot & \cdot & -e_{33} \\ \cdot & \cdot & \cdot & c_{44}^E & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & c_{55}^E & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & c_{66}^E & \cdot \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & \cdot & \cdot & \cdot & \varepsilon_{33}^S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ E_3 \end{Bmatrix} \tag{1}$$

dove con T ed S sono indicati gli sforzi e le deformazioni, con c^E i coefficienti elastici, con ε la costante dielettrica, con e i coefficienti piezoelettrici ed infine con D_3 ed E_3 lo spostamento ed il campo elettrico nella direzione delle fibre [6].

2. IL MODELLO A CAMPI UNIFORMI

Il "Modello a Campi Uniformi" proposto in [4] è essenzialmente una generalizzazione della "Regola delle Miscele" ed una sua estensione alla modellazione di accoppiamenti elettromeccanici. Il modello, fondato sull'ipotesi che i campi elastici, elettrici e di polarizzazione siano uniformi, consente di determinare i coefficienti costitutivi sulla base di un elemento di volume rappresentativo del materiale individuabile sfruttando le simmetrie e la periodicità della sua struttura. L'elemento di volume rappresentativo viene scomposto in tre casi ciascuno dei quali fornisce un diverso contributo al comportamento del materiale (fig. 2). In particolare i casi A e B determinano la risposta del materiale nelle regioni lontane dagli elettrodi mentre il caso C fornisce il contributo derivante dalla geometria degli elettrodi. Le fibre a sezione circolare vengono modellate come fibre a sezione quadrata mediante l'introduzione di frazioni di volume equivalenti. La legge costitutiva completa viene determinata ricombinando opportunamente i singoli casi. In particolare i coefficienti costitutivi relativi ad un caso costituiscono quelli della fase piezoceramica per il caso successivo. Il modello ha lo svantaggio di non essere in grado di determinare i moduli tangenziali equivalenti del materiale e quello di non fornire sempre risultati quantitativamente accettabili sia per via delle ipotesi molto restrittive su cui è fondato, sia per l'arbitrarietà con cui i singoli casi possono essere ricombinati. I vantaggi risiedono nell'immediatezza con cui si ottengono i coefficienti costitutivi, nella capacità di determinare gli ordini di grandezza dei coefficienti qualora non si abbiano previsioni accurate e nella possibilità di effettuare analisi di sensitività in funzione dei parametri geometrici, ad eccezione delle dimensioni trasversali delle strisce costituenti l'elettrodo.

3. MODELLAZIONE FEM DEGLI IDEPFC

Lo scopo per cui è stata adottata la modellazione mediante elementi finiti dell'elemento di volume rappresentativo è quello di cercare di superare le limitazioni del "Modello a Campi Uniformi". L'opportunità di determinare anche i moduli tangenziali equivalenti ha richiesto l'adozione di un volume rappresentativo individuabile solo attraverso la periodicità della struttura del materiale. La modellazione FEM consente inoltre di studiare l'andamento dei coefficienti piezoelettrici anche in funzione della geometria degli elettrodi interdigitati. I modelli sono stati realizzati utilizzando elementi piezoelettrici sia per le fibra piezoceramica che per la matrice epossidica. Per la matrice l'utilizzo di tali elementi

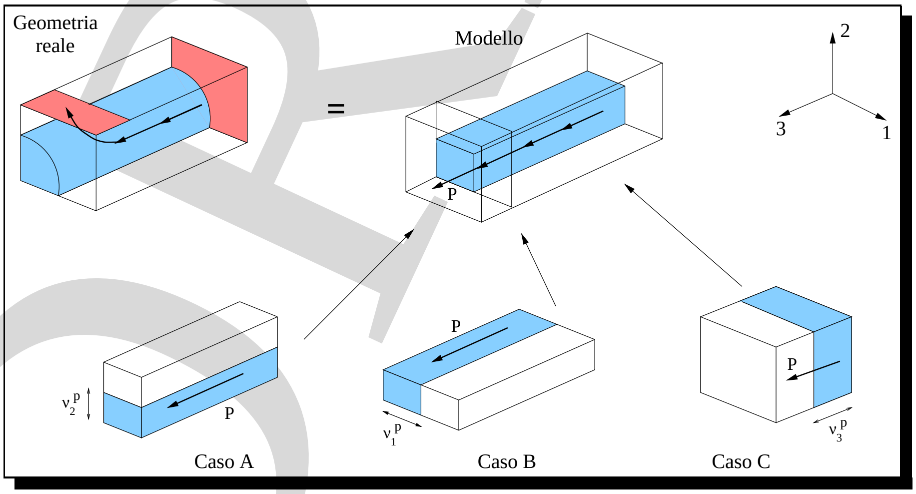


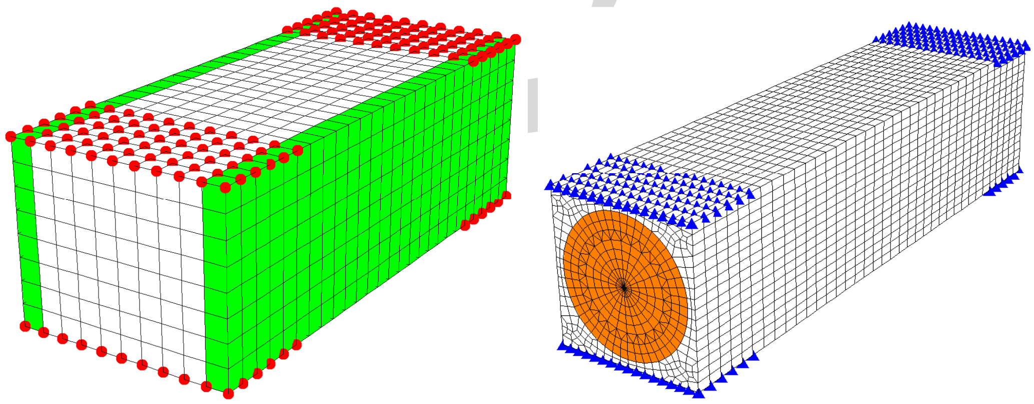
Figura 2: Elemento di volume rappresentativo e sua scomposizione.

non è indispensabile, ma è reso necessario dalla volontà di conoscere l'andamento delle grandezze elettriche anche all'interno della stessa. Sono stati modellati compositi con fibre a sezione quadrata e circolare per evidenziarne le differenze in termini di prestazioni. In tutti i modelli è stato assunto un vettore di polarizzazione uniforme, parallelo all'asse longitudinale della fibra.
La caratterizzazione dei materiali IDEPFC attraverso il metodo degli elementi finiti consiste nel determinare la (1) per colonne, imponendo una ad una le variabili indipendenti a secondo membro. In particolare la caratterizzazione completa consiste in sette "esperimenti virtuali" di cui sei con elettrodi cortocircuitati e deformazioni medie normali e tangenziali imposte ed una prova con tensione imposta agli elettrodi e deformazione mediamente nulla. Le deformazioni medie vengono realizzate mediante l'imposizione di opportuni spostamenti e/o vincoli ai nodi delle facce di contorno del modello. In particolare il fatto di vincolare solo gli spostamenti in direzione normale alle facce consente di ottenere matrici di rigidezza simmetriche, moduli tangenziali univoci, e di verificare le assunzioni fatte per il recupero dei coefficienti piezoelettrici. In tabella (1) sono riassunte le condizioni al contorno da applicare al modello per la caratterizzazione completa del materiale. I coefficienti del legame costitutivo possono essere recuperati a partire dalle reazioni ai nodi delle facce di contorno e dalla carica accumulata su un elettrodo di riferimento del modello. I coefficienti elastici sono recuperabili come segue:

$$c_{ij}^E = \frac{T_i}{S_j} = \frac{1}{A_i\, S_j} \int_{A_i} T_i(P)\, dA = \frac{\left(\sum_k R_i^k\right)/A_i}{(\overline{u}_j / l_j)} \tag{2}$$

dove A_i è l'area della faccia avente normale uscente secondo la direzione i, A_E è l'area dell'elettrodo ed l_j è la dimensione lineare dell'elemento di volume rappresentativo secondo la direzione j. Con R_i^k è indicata la reazione in direzione i del k-esimo nodo della faccia di interesse. Per quanto riguarda i moduli tangenziali si ha:

$$G_{ij}^E = \frac{T_i}{S_j} = \frac{1}{A_j\, S_j} \int_{A_j} T_i(P)\, dA = \frac{\left(\sum_k R_i^k\right)/A_j}{(\overline{u}_j / l_i) + (\overline{u}_i / l_j)} \tag{3}$$



(a) Fibra quadrata.   (b) Fibra circolare.

Figura 3: Esempi di modello FEM. I nodi evidenziati sono quelli corrispondenti agli elettrodi.

Prova	X_P	X_M	Y_P	Y_M	Z_P	Z_M	E_1	E_2
1	$u_x = \overline{u}_x$	u_x	u_y	u_y	u_z	u_z	c.c.	
2	u_x	u_x	$u_y = \overline{u}_y$	u_y	u_z	u_z	c.c.	
3	u_x	u_x	u_y	u_y	$u_z = \overline{u}_z$	u_z	c.c.	
4	$u_z = \overline{u}_z$	u_z	u_y	u_y	$u_x = \overline{u}_x$	u_x	c.c.	
5	u_x	u_x	$u_z = \overline{u}_z$	u_z	$u_y = \overline{u}_y$	u_y	c.c.	
6	$u_y = \overline{u}_y$	u_y	$u_x = \overline{u}_x$	u_x	u_z	u_z	c.c.	
7	u_x	u_x	u_y	u_y	u_z	u_z	V_1	V_2

Tabella 1: Tabella riassuntiva delle condizioni al contorno meccaniche ed elettriche da applicare al modello. Gli spostamenti imposti sono indicati con $u = \overline{u}$, mentre quelli vincolati sono indicati semplicemente con u.

Il recupero dei coefficienti piezoelettrici a partire dalla carica accumulata agli elettrodi nelle prove con deformazioni imposte richiede alcune considerazioni e ipotesi. La componente media del vettore spostamento elettrico nella direzione delle fibre è calcolabile a partire dalla carica accumulata nel seguente modo:

$$D_3 = \frac{D_2}{\tan\gamma} = \frac{1}{\tan\gamma}\frac{q}{A_E} \tag{4}$$

dove si è assunto che la componente media del vettore induzione dielettrica sia inclinata di un angolo γ rispetto alla superficie dell'elettrodo. Si osservi che nella (4) si è fatto uso del teorema di *Gauss* per esprimere la componente in direzione normale alla superficie dell'elettrodo dello spostamento elettrico D_2. Ipotizzando che la pendenza media delle linee di flusso rispetto all'asse 3, nella regione sottostante gli elettrodi, sia pari al rapporto tra lo spessore del composito h e la dimensione trasversale di una striscia dell'elettrodo w, si può scrivere:

$$D_3 = \frac{w}{h}\frac{q}{A_E} \tag{5}$$

A questo punto, ricordando la (1), è possibile determinare i coefficienti piezoelettrici ricavabili dalle prove meccaniche:

$$e_{3j} = \frac{D_3}{S_j} = \frac{w}{h}\frac{\left(\sum_k q_k\right)/A_E}{(\overline{u}_j/l_j)} \tag{6}$$

dove la sommatoria si estende a tutti i nodi dell'elettrodo di riferimento. L'assunzione riguardante l'introduzione del fattore w/h per il calcolo dei coefficienti piezoelettrici a partire dalla carica accumulata è stata ampiamente verificata al variare di tutti i parametri geometrici del composito attivo. Si è trovata inoltre equivalenza tra i coefficienti piezoelettrici così determinati e quelli determinabili dalle prove a tensione imposta, i quali possono essere calcolati nel seguente modo:

$$e_{3i} = \frac{T_i}{E_3} = \frac{1}{A_i\,E_3}\int_{A_i} T_i(P)\,dA = \frac{p\left(\sum_k R_i^k\right)/A_i}{V} \tag{7}$$

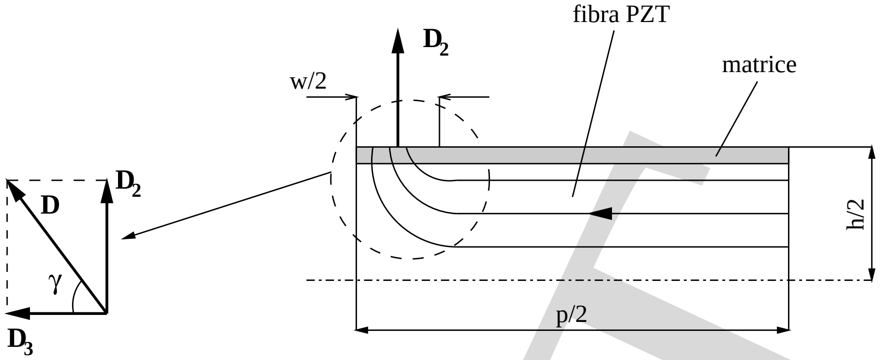


Figura 4: Flusso del campo dielettrico uscente attraverso la superficie dell'elettrodo di riferimento.

in cui il campo elettrico medio nella direzione delle fibre è stato calcolato come rapporto tra la tensione imposta V ed il passo tra gli elettrodi p. La costante dielettrica equivalente è determinabile a partire dalla carica accumulata in analogia con quanto detto a proposito del recupero dei moduli piezoelettrici:

$$\varepsilon_{33}^{S} = \frac{w}{h}\frac{q}{V}\frac{p}{A_E} = \frac{w}{h}\frac{p\left(\sum_k q_k\right)}{V\,A_E} \tag{8}$$

La sommatoria si estende a tutti i nodi dell'elettrodo di riferimento. Si osservi che nel caso di compositi con larghezza dell'elettrodo pari allo spessore del composito ($h/w = 1$), la (8) è la stessa relazione che consente di determinare la costante dielettrica per un condensatore a piatti paralleli. La validazione dei modelli FEM è stata possibile confrontando i risultati ottenuti con quelli presentati dal MIT [4]. Il caso in cui il "Modello a Campi Uniformi" fornisce i migliori risultati, in accordo con quelli FEM, riguarda fibre uniformemente circondate dalla matrice (fig. 5). In particolare la migliore corrispondenza riguarda le proprietà nella direzione delle fibre piezoelettriche. Nel caso in cui le fibre non siano uniformemente circondate dalla matrice, ovvero nei casi di interesse pratico, ad esempio di fibre a sezione circolare, il "Modello a Campi Uniformi" fornisce risultati quantitativamente non accettabili. A titolo esemplificativo viene riportato il modulo elastico equivalente nella direzione delle fibre in funzione della frazione lineare nella direzione dello spessore (fig. 6). Mediante la caratterizzazione FEM è stato possibile esplorare molte configurazioni dei materiali IDEPFC in funzione dei parametri geometri caratteristici quali frazioni di volume, passo tra gli elettrodi e dimensione degli elettrodi. I risultati di questa investigazione sono utili per poter fissare dei criteri di dimensionamneto degli elettrodi al fine di massimizzare le prestazioni dei materiali in questione. In particolare sono state osservate migliori prestazioni per compositi realizzati con fibre a sezione quadrata.

4. PROCEDURA DI POLARIZZAZIONE

La modellazione FEM dei materiali IDEPFC è stata eseguita assumendo un vettore di polarizzazione uniforme e parallelo all'asse della fibra. Il processo di realizzazione di tali

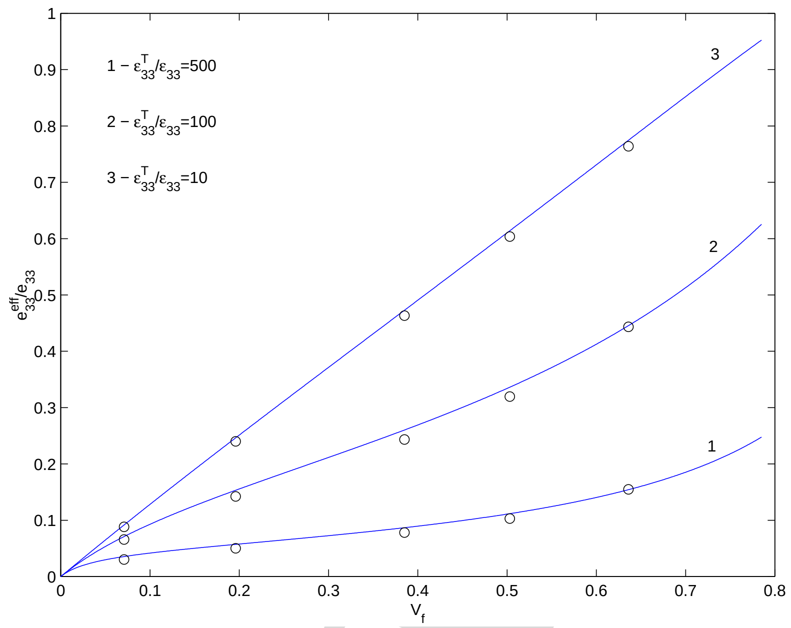


Figura 5: Coefficiente piezoelettrico diretto, rappresentato per diversi valori della costante dielettrica della matrice, in funzione della frazione di volume. Combinazione ABC per il "Modello a Campi Uniformi".

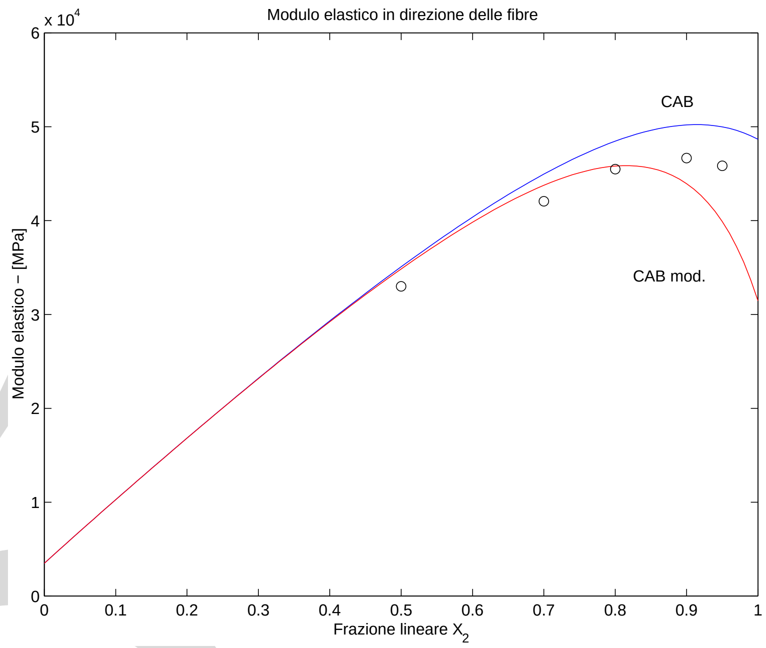


Figura 6: Modulo elastico equivalente in funzione della frazione lineare $X_2 = D/h$, dove D è il diametro della fibra e h è lo spessore del composito.

manufatti, come descritto in [3, 4], prevede che la fase di polarizzazione delle fibre sia successiva alla cura delle lamine in autoclave. Il campo di polarizzazione non è quindi allineato con l'asse longitudinale delle fibre bensì parallelo alle linee di flusso del campo elettrico che sono curve nelle regioni sottostanti gli elettrodi. Per cercare di valutare l'effettivo stato di polarizzazione del materiale si è pensato ad una procedura che consente di orientare il materiale secondo la direzione locale del campo elettrico. La procedura consiste essenzialmente nell'utilizzare le informazioni relative all'andamento locale del campo elettrico a partire dai risultati di un'analisi effettuata assumendo polarizzazione uniforme, e sulla base di queste calcolare le nuova orientazione puntuale del materiale da assegnare agli elementi per generare un nuovo modello. L'analisi viene quindi ripetuta e la procedura viene iterata fino a convergenza. Il metodo ha mostrato che le maggiori variazioni dei coefficienti piezoelettrici riguardano compositi con minor passo tra gli elettrodi, come era lecito attendersi. È inoltre emerso che per il calcolo dei coefficienti e_{31} ed e_{33} è ragionevole l'ipotesi di polarizzazione uniforme in quanto le loro variazioni sono piccole (tab. 2). I risultati riportati in tabella fanno riferimento a compositi con fibre a sezione quadrata a contatto con gli elettrodi ($X_2 = 1$), ovvero al caso in cui gli effetti dell'orientazione del materiale sono più evidenti. Per quanto riguarda il coefficiente e_{32} si è trovata conver-

	$p/h = 3$		$p/h = 6$	
	Δe_{31}	Δe_{33}	Δe_{31}	Δe_{33}
Prova elettrica	-4.33 %	-3.43 %	-5.97 %	-0.50 %
Prova meccanica	-4.35 %	-3.43 %	-5.97 %	-0.51 %

Tabella 2: Variazione dei coefficienti piezoelettrici nel piano della lamina IDEPFC.

genza dalla prova a tensione imposta ma non dalla prova a deformazione imposta (fig. 7). Questo sembrerebbe significare che non è possibile attribuire un valore univoco a tale coefficiente. Per cercare di valutare meglio l'effettivo stato di polarizzazione del materiale è necessario ricorrere a modelli non lineari che siano in grado di seguire l'evoluzione del processo di polarizzazione.

5. PRESTAZIONI

Le prestazioni in termini di attuazione dei compositi IDEPFC sono state confrontate con quelle degli attuatori monolitici PZT. Per il confronto è stato scelto un "buon" composito avente fibra a sezione quadrata in PZT5H con frazioni lineari $X_1 = 0.8$ e $X_2 = 0.95$, passo tra gli elettrodi pari a $0.84\,mm$ e dimensione trasversale dell'elettrodo pari a $0.15\,mm$, valori questi prossimi a quelli operativi. Il confronto è stato effettuato sia paragonando direttamente i coefficienti di maggiore interesse, sia mediante la valutazione di un indice di merito. Come indice si è assunta l'*efficacia* η [7] definita come il prodotto tra la massima deformazione indotta dall'attuatore ed un termine che indica la sensibilità della struttura ospite alla deformazione indotta:

$$\eta \;=\; (d \cdot E_{max}) \cdot \left[\frac{\alpha}{\alpha + (t_s/t_a)\,(Y_s/Y_a)}\right] \tag{9}$$

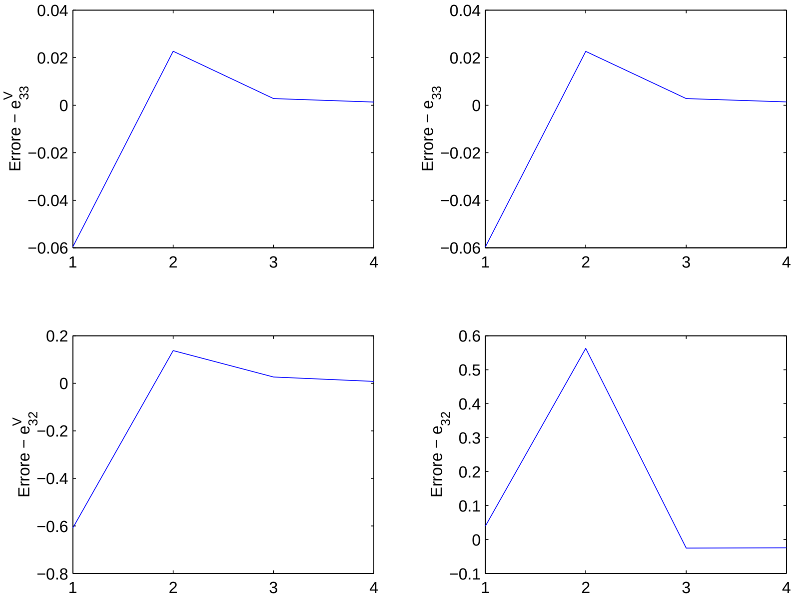


Figura 7: Convergenza dei coefficienti piezoelettrici.

Nella (9) il coefficiente α vale 2 nel caso di eccitazione assiale della struttura e 6 nel caso di eccitazione flessionale; t_s è lo spessore della struttura, mentre t_a è lo spessore dell'attuatore. Con Y sono indicati i moduli elastici. La tabella (3) riporta i valori tipici delle costanti dei materiali e i valori dell'efficacia calcolati. I valori riportati fanno riferimento ad un certo valore del rapporto t_s/t_a e mostrano che le prestazioni dei due attuatori sono paragonabili. Considerando che gli attuatori in esame hanno spessori caratteristici notevolmente diversi occorre valutare l'indice di merito a parità di t_s. In tal caso si osserva che i monolitici sono molto più efficaci rispetto agli IDEPFC anche normalizzando l'indice di merito rispetto al campo elettrico massimo e alla densità. Questo fatto è stato ulteriormente evidenziato attraverso una semplice applicazione al controllo attivo delle vibrazioni, dalla quale è emerso che, per ottenere livelli di attenuazione del livello vibratorio paragonabili, i compositi richiedono tensioni di alimentazione notevolmente superiori rispetto ai monolitici. L'utilizzo dei materiali IDEPFC è quindi confinato alle applicazioni in cui l'uso degli attuatori piezoceramici tradizionali diventa impossibile, ad esempio qualora sia indispensabile l'attuazione anisotropa nel piano del laminato.

		IDEPFC	PZT5H
t_A	mm	0.137	1
E_{max}	V/m	$100 \cdot 10^4$	$720 \cdot 10^3$
d	m/V	$238.5 \cdot 10^{-12}$	$274 \cdot 10^{-12}$
Y_A	Pa	$51 \cdot 10^9$	$61 \cdot 10^9$
ρ	Kg/m^3	$6 \cdot 10^3$	$7.5 \cdot 10^3$
η		$71 \cdot 10^{-6}$	$67 \cdot 10^{-6}$
η/E_{max}	m/V	$71 \cdot 10^{-12}$	$92 \cdot 10^{-12}$
η/ρ	m^3/Kg	$1.18 \cdot 10^{-14}$	$1.23 \cdot 10^{-14}$

Tabella 3: Confronto tra IDEPFC e Monolitico PZT5H (Y_S = 72 GPa, $t_S/t_A = 10$, $\alpha = 6$).

CONCLUSIONI

Alcune tecniche di modellazione di materiali compositi piezoelettrici sono state analizzate e discusse. A partire dall'assunto che un modello ad elementi finiti dettagliato di un elemento ripetitivo di struttura, con adeguate condizioni al contorno sia cinematiche che elettriche, sia in grado di descrivere il comportamento del materiale, si è proceduto ad una "omogeneizzazione" del manufatto discreto, in modo da disporre di caratteristiche piezoelettriche tridimensionali equivalenti. In particolare è stato investigato l'effetto della polarizzazione non unifornme del materiale sulle caratteristiche piezoelettriche globali del manufatto. Un primo risultato è dato dalla constatazione che la caratterizzazione numerica dei materiali attivi mediante analisi ad elementi finiti consente di superare le limitazioni del "Modello a Campi Uniformi", ovvero consente di ottenere stime dei coefficienti costitutivi che il modello semplificato non contempla. Gli effetti legati all'effettiva orientazione della direzione di polarizzazione del materiale sono stati evidenziati. È prevista una campagna sperimentale volta alla verifica dei risultati ottenuti.

Riferimenti bibliografici

[1] Aaron A. Bent, Nesbitt W. Hagood, and John P. Rodgers. Anisotropic actuation with piezoelectric fiber composites. *J. of Intell. Mat. Systems & Structures*, 6:338–349, May 1995.

[2] Nesbitt W. Hagood, R. Kindel, K. Ghandi, and Paolo Gaudenzi. Improving transverse actuation of piezoceramics using interdigitated surface electrodes. In *SPIE Smart Structures and Materials Conference*, volume 1917(1), pages 341–352, February 1–4 1993.

[3] Aaron A. Bent and Nesbitt W. Hagood. Development of piezoelectric fiber composites for structural actuation. In *Proceeding of the* 34^{th} *AIAA, Structural Dynamics and Materials Conference*, La Jolla, CA, 1993. AIAA Paper No. 93–1717.

[4] Aaron A. Bent and Nesbitt W. Hagood. Piezoelectric fiber composites with interdigitated electrodes. *J. of Intell. Mat. Systems & Structures*, November 1997.

[5] B. Z. Janos and Nesbitt W. Hagood. Overview of active fiber composites technologies. In 6^{th} *International Conference on new Actuators - ACTUATOR98*, Bremen, Germany, June '98 1998.

[6] ANSI/IEEE. IEEE standard on piezoelectricity. Technical Report IEEE176-78, IEEE, 29 September 1978.

[7] Edward J. Crawley and Javier De Luis. Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures. *AIAA Journal*, 25(10):1373–1385, October 1987.