1. **Derivate.**

   La derivata di $\log_e(\tan x)$ (dove tale funzione è definita) è

   (a) $\dfrac{1}{\tan x}$

   (b) $\dfrac{1}{\tan x}\dfrac{1}{\cos^2 x}$ ✓

   (c) $\dfrac{1}{x}\dfrac{1}{\cos^2 x}$

   (d) $\dfrac{1}{x}\tan x$

2. **Complessi.**

   Calcolare $\frac{(1-i)^8}{(1+i)^4}$

   (a) $4$

   (b) $-4$ ✓

   (c) $-\frac{1}{2}$

   (d) $\frac{1}{8}$

3. **Taylor.**

   Sia $f$ una funzione soddisfacente:

   $f(0) = f'(0) = 0, \qquad f''(0) = 1.$

   Calcolare:

   $$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{1-\cos x}$$

   (a) $\frac{1}{2}$

   (b) $1$ ✓

   (c) $\frac{1}{4}$

   (d) $0$

4. **Test per massimi e minimi.**

   Sia $f$ una funzione definita su un intorno di $x_0 = 0$ e tale che:

   $f(0) = 1,\ f'(0) = f''(0) = 0,\ f^{(3)}(0) = -2.$

   Allora $f$ nel punto $x_0 = 0$

(a) ha un minimo locale.
(b) non ha né un minimo locale, né un massimo locale. ✓
(c) ha un massimo locale.
(d) $(f(x) - 1) \sim x$ per $x \to 0$.

5. **Limiti.**

Calcolare:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\log_e(1 + \sin 2x)}{e^{3x} - 1}$$

(a) 0
(b) $+\infty$
(c) 1
(d) $\frac{2}{3}$ ✓

6. **Complessi.**

Sia $w \in \mathbb{C}$ una qualunque radice quarta di 1: $w^4 = 1$.

(a) $e^{i\frac{\pi}{4}} w$ è una radice quarta dell'unità.
(b) $w^6 = 1$.
(c) Anche $e^{i\pi} w$ è una radice quarta di 1. ✓
(d) $-w$ è radice quarta di $-1$.

7. **Derivate.**

Definiamo $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ ponendo:

$f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$, se $x \neq 0$

$f(0) = 0$

(a) $f$ ha un minimo locale in $x_0 = 0$.
(b) $f$ è derivabile in 0. ✓
(c) $f$ non è derivabile in 0.
(d) $f$ non è continua in 0.

8. **Funzioni continue.**

Sia $(0, +\infty) \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ una qualunque funzione continua.

(a) $f$ non è limitata.

(b) L'immagine $\mathrm{Im}(f)$ è un intervallo. ✓
(c) $f$ non è invertibile.
(d) $\mathrm{Im}(f) \neq \mathbb{R}$.

9. **Limiti.**

   Per $x \to +\infty$:

   (a) Se $a > 0$, $\log_e x$ è $o(x^a)$. ✓
   (b) Se $a > b$, $x^a$ è $o(x^b)$.
   (c) Se $b \in (0,1)$, $x$ è $o(b^x)$.
   (d) $e^x \sim e^{x+\log_e x}$.

10. **Funzioni continue.**

    Sia $\mathbb{R} \xrightarrow{f} (0, +\infty)$ una funzione soddisfacente le seguenti tre condizioni:

    $\forall x, y \in \mathbb{R} \qquad f(x+y) = f(x)f(y)$

    $f(1) = 2$

    $f$ continua.

    (a) Una tale funzione non esiste.
    (b) $f(0) \neq 1$.
    (c) Per ogni $x$, $f(x) = 2x$
    (d) Per ogni $x$, $f(x) = 2^x$. ✓