Questionario 1
Risposte

1.

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua tale che

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

allora

(a) f è suriettiva. ✓
(b) f è iniettiva.
(c) f è crescente.
(d) f è strettamente crescente.

2.

Se una successione (a_n) converge a $\ell \in \mathbb{R}$, allora:

(a) $a_n - a_{n+1} \to 0$ ✓
(b) $a_n / a_{n+1} \to 1$
(c) l'estremo superiore dell'insieme dei valori di a_n è uguale a ℓ
(d) nessuna delle altre risposte è corretta.

3.

$\lim_{h \to 0} \dfrac{-1 + \sqrt{1+h}}{h}$ è uguale a:

(a) 0
(b) $-\frac{1}{2}$
(c) $\frac{1}{2}$ ✓
(d) $+\infty$

4.

Il limite $\lim_{x \to 0} x^2 \sin \dfrac{1}{x}$:

(a) Vale 0. ✓
(b) Vale 1.
(c) Non esiste.

(d) Vale $+\infty$.

5.

Poniamo:

$$\mathbb{R} \setminus \{1, -5\} \xrightarrow{f} \mathbb{R}, \qquad f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 4x - 5}$$

Una estensione continua $\tilde{f}$ di f a:

(a) $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$, esiste: basta porre $\tilde{f}(1) = 0$.
(b) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ esiste: basta porre $\tilde{f}(-5) = \frac{1}{5}$.
(c) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ esiste: basta porre $\tilde{f}(-5) = 0$.
(d) $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$ esiste: basta porre $\tilde{f}(1) = \frac{1}{2}$. ✓

6.

Sia $J_n \subseteq \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$, una qualunque successione di intervalli inscatolati: $J_n \supseteq J_{n+1}$, per ogni $\mathbb{N}$. Chiamiamo $J = \bigcap_{n \in \mathbb{N}} J_n$ l'intersezione di tutti gli intervalli.

(a) Si ha sempre $J = \emptyset$ (l'insieme vuoto).
(b) Si ha sempre $J \neq \emptyset$.
(c) Se tutti i J_n sono limitati, $J \neq \emptyset$.
(d) Se tutti i J_n sono chiusi e limitati, $J \neq \emptyset$. ✓

7.

Per $h \to 0$:

(a) $\sin(2h) \sim h$
(b) $1 - \cos h \sim h$.
(c) $e^h - 1 \sim h$. ✓
(d) $\log_e(1 + h) \sim h^2$.

8.

Per $n \in \mathbb{N}$, denotiamo con $[n] = \{1, ..., n\}$ un insieme con n elementi. Allora, per ogni $n, k \in \mathbb{N}$:

(a) Le funzioni da $[k]$ a $[n]$ sono k^n.
(b) Le funzioni da $[k]$ a $[n]$ sono kn.

(c) Le funzioni da $[k]$ a $[n]$ sono n^k. ✓
(d) Le funzioni da $[k]$ a $[n]$ sono $\binom{n}{k}$.

9.

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. La condizione

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \;\; 0 < |x| < \delta \Rightarrow |f(x) + 5| < \varepsilon$$

definisce:

(a) $\lim_{x\to 0} f(x) = -5$ ✓
(b) $\lim_{x\to 0} f(x) = 5$
(c) $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +5$
(d) $\lim_{x\to +\infty} f(x) = -5$

10.

L'equazione

$$x^5 + \frac{1}{5}x - 1 = 0$$

(a) ha un'unica soluzione reale, e tale soluzione appartiene all'intervallo $[0, 1]$. ✓
(b) ha 5 soluzioni reali, una delle quali appartiene all'intervallo $[0, 1]$.
(c) non ha soluzioni reali.
(d) ha infinite soluzioni.