

Esercitazione  
3 dicembre 2020

## Equazioni differenziali lineari del primo ordine

# Esempi di equazioni differenziali lineari del primo ordine.

## Esercizio

Trovare l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali lineari del primo ordine

$$1 \quad \frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x} = x^2$$

$$2 \quad \frac{dy}{dx} + xy = x^3$$

$$3 \quad \frac{dy}{dx} + 2y = 3$$

$$4 \quad \frac{dy}{dx} + y = x$$

# Equazioni differenziali a variabili separabili e lineari del primo ordine. Problemi di Cauchy.

## Esercizio

Risolvere i seguenti **problemi di Cauchy** e trovare l'**intervallo massimale** su cui è definita ognuna delle soluzioni.

$$1 \quad \begin{cases} y' + 2xy^2 = 0 \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

$$2 \quad \begin{cases} y' + (\cos x)y = 2xe^{-\sin x} \\ y(\pi) = 0 \end{cases}$$

# Equazioni differenziali lineari del primo ordine. Problemi di Cauchy.

## Esercizio

Risolvere i seguenti **problemi di Cauchy** e trovare l'**intervallo massimale** su cui è definita ognuna delle soluzioni.

$$3 \quad \begin{cases} y' = (x + 1)y \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

## Rette e piani nello spazio.

## Esercizi

- 1 Trovare equazioni parametriche per la retta  $r$  contenente i punti  $A = (\frac{1}{3}, 2, -1)$  e  $B = (0, 1, -\frac{1}{2})$ .
- 2 Trovare equazioni parametriche della retta  $r$  passante per  $A(1, 4, -7)$  e parallela alla retta  $s$  di equazioni

$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + 2t \\ z = -4 + 2t \end{cases}$$

- 3 Scrivere equazioni parametriche per la retta contenente il punto  $P = (0, 3, 5)$  e ortogonale al piano  $x = 0$ .

## Esercizi

- 4 Trovare equazioni parametriche della retta passante per  $A(7, -\frac{1}{3}, 2)$  e ortogonale al piano  $\pi$  di equazione  $5x - 4y + z = 0$ .
- 5 Determinare un'equazione cartesiana del piano  $\pi$  passante per  $P = (1, -1, 2)$  e parallelo al piano  $\pi'$  di equazione  $x - 3y + z - 1 = 0$ .
- 6 Dimostrare la seguente proposizione:  
se l'equazione di un piano non contiene la variabile  $y$ , cioè se è del tipo  $ax + cz + d = 0$ , allora il piano è parallelo all'asse  $y$



## Esercizi

- 7** Si considerino la retta  $r$  di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

e la retta  $s$  di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = u \\ y = 1 \\ z = 1 - u \end{cases} \quad u \in \mathbb{R}$$

Stabilire se  $r$  e  $s$  sono parallele, incidenti o sghembe.

## Esercizi

- 8** Sia  $r$  la retta di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

e sia  $Q = (1, \frac{1}{2}, 3)$ . Verificare che  $Q$  non appartiene a  $r$  e determinare un'equazione cartesiana per il piano  $\pi$  passante per  $Q$  e contenente  $r$ .

- 9** Data la retta  $r$  di equazioni

$$\begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ 2x - y + 5 = 0 \end{cases}$$

## Esercizi

- 10** Determinare la distanza tra il punto  $P = (1, 0, 1)$  e la retta  $r$  di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

- 11** Trovare l'equazione cartesiana del piano  $\pi$  passante per  $P = (3, -4, 2)$  e parallelo ai vettori  $A = (2, -1, 0)$ ,  $B = (0, 3, 1)$ .