

Esercitazione  
15 ottobre 2020

# Un fatto utile per trovare massimi e minimi locali di funzioni derivabili

## Teorema

Sia  $I \subseteq \mathbb{R}$  un intervallo e  $I \xrightarrow{f} \mathbb{R}$  una funzione derivabile su  $I$

$f'(x) > 0$ , per ogni  $x \in I \Rightarrow f$  è strettamente crescente in  $I$

# Vero o Falso?

## Esercizio

- (a)  V  F Se  $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$  è pari e  $\mathbb{R} \xrightarrow{g} \mathbb{R}$  è dispari, allora  $g \circ f$  è dispari.
- (b)  V  F La funzione  $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ ,  $f(x) = |x| \sin x$  è derivabile in  $x_0 = 0$ .
- (c)  V  F Se la funzione composta  $g \circ f$  è suriettiva, allora sia  $f$  che  $g$  sono suriettive.
- (d)  V  F Se  $(a, b) \xrightarrow{f} \mathbb{R}$  è derivabile e  $f'(x) > 0$  per ogni  $x \in (a, b)$ , allora  $f$  è iniettiva.

# Vero o Falso?

## Esercizio

- (a)  V  F Ogni funzione  $\mathbb{N} \xrightarrow{f} \mathbb{N}$  iniettiva è anche suriettiva.
- (b)  V  F La funzione  $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \cos |x|$  è derivabile in  $x_0 = 0$ .
- (c)  V  F La retta tangente in  $(0, 0)$  al grafico della funzione  $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^4(x - 1)$ , è l'asse delle  $x$ .
- (d)  V  F La funzione  $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^{|x|}$ , ha minimo assoluto nel punto di ascissa  $x_0 = 0$ .

# Retta tangente al grafico di una funzione in un suo punto

## Esercizio

Si consideri la funzione

$$\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{4}{5} \right\} \xrightarrow{f} \mathbb{R}, f(x) = \frac{x+1}{5x-4}$$

Determinare l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  in  $x = 2$ .

# Funzione pari, derivata dispari. Funzione dispari, derivata pari

## Esercizio

Sia  $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$  una funzione derivabile in ogni  $x \in \mathbb{R}$ . Dimostrare che:

- (a) se  $f$  è pari allora  $f'$  è dispari;
- (b) se  $f$  è dispari allora  $f'$  è pari

## Esercizio

Sia

$$\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}, f(x) = x^5 + x$$

- (a) Verificare che  $f$  è invertibile su  $\mathbb{R}$ .
- (b) Verificare che la funzione inversa  $\mathbb{R} \xrightarrow{f^{-1}} \mathbb{R}$  è derivabile su  $\mathbb{R}$ .
- (c) Calcolare  $(f^{-1})'(0)$  e  $(f^{-1})'(2)$ .

## Esercizio

Sia

$$\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}, f(x) = \sqrt[3]{(x-1)(x-2)^2}$$

- (a) Determinare i limiti alla frontiera del dominio e eventuali asintoti.
- (b) Determinare gli intervalli di monotonia, i punti di non derivabilità e eventuali massimi e minimi locali
- (c) Determinare il più grande intervallo di invertibilità di  $f$  contenente il punto  $x = 1$ .
- (d) Tracciare i grafici qualitativi di  $f(x)$ ,  $f(|x|)$  e  $|f(x)|$ .