Numeri complessi. Esercizi

ESERCIZI

1. Scrivere in forma algebrica le radici quinte di $1 + \sqrt{3}i$.

2. Sia
$$p(x) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \text{ con } a_i \in \mathbb{R} \quad i = 0, 1, 2 \text{ e } a_2 \neq 0$$
Dimostrare che se $z \in \mathbb{C}$ è una radice di $p(x)$ allora anche $\overline{z}$ è una radice di $p(x)$.

   Generalizzare il precedente teorema al caso di un polinomio a coefficienti reali, di grado n (con n intero positivo qualsiasi).

3. Risolvere in $\mathbb{C}$ l'equazione:
$$(|z - 6i| - |z + 4i|)(z^3 - i) = 0$$

ESERCIZI

4 Rappresentare nel piano di Gauss il luogo dei numeri complessi $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\left| e^{iz^2+1} \right| < 1$$

Politecnico di Milano, Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione. Analisi e Geometria 1.

9 settembre 2013

5

- Scrivere in forma algebrica $(a + i\,b,\ a, b \in \mathbb{R})$ il numero complesso

$$w = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^{36}$$

- Determinare l'insieme S delle soluzioni complesse dell'equazione

$$(1+2i)z + (1-i)\overline{z} + 2 - 3\sqrt{3} + i = 0$$

Politecnico di Milano, Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione. Analisi e Geometria 1.

5 novembre 2019

ESERCIZI

6 Rappresentare nel piano di Gauss i seguenti insiemi

- $A = \{z \in \mathbb{C} \mid 0 \leq Re(z) < 2\pi\}$
- $B = \{z \in \mathbb{C} \mid 0 \leq Re(iz) < 2\pi\}$
- $C = \{z \in \mathbb{C} \mid \left|\frac{1}{z}\right| \leq 1\}$
- $D = \{z \in \mathbb{C} \mid Re(\frac{1}{z^2}) \geq 0\}$
- $E = \{z \in \mathbb{C} \mid \frac{1}{2} < |z| \leq \frac{3}{2},\ \frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{3}{4}\pi\}$
- $F = \{z \in \mathbb{C} \mid |Im(z)| < \frac{1}{2},\ |Re(z)| \leq 1\}$
-

ESERCIZI

7 Rappresentare nel piano di Gauss i seguenti insiemi:

- $E = \{z \in \mathbb{C} \ \mid \ 1 < |z| < 2, \ \frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \pi\}$
- $F = \{w \in \mathbb{C} \ \mid \ w = z^2, \ con \ z \in E\}$

8 Rappresentare nel piano complesso i seguenti insiemi:

- $A = \{z \in \mathbb{C} \ \mid \ 1 \leq |z| \leq 2, \ 0 \leq \arg z \leq \frac{\pi}{3}\}$
- $B = \{w \in \mathbb{C} \ \mid \ w = z^3, \ con \ z \in A\}$
- $C = \{w \in \mathbb{C} \ \mid \ w^4 \in A\}$