

Analisi e Geometria 1
Preparazione alla seconda prova e all'appello
Esercizi (8 Gennaio 2022)

1 Esercizio

Esercizio 1.1 *Poniamo*

$$f(x) = \arctan\left(\frac{1}{1-x}\right), \quad x \neq 1$$

1. Stabilire se f è prolungabile con continuità a tutto \mathbb{R} .
2. Calcolare la derivata di f . Trovare eventuali punti di massimo e minimo di f .
3. Calcolare la derivata seconda e studiare la convessità di f .
4. Scrivere il polinomio di Taylor di f di ordine 2 centrato in $x = 0$.
5. Disegnare un grafico qualitativo di f .
6. Stabilire se f è integrabile in senso generalizzato in un intorno di $+\infty$.

SOLUZIONE

1. Non si può prolungare f con continuità a tutto \mathbb{R} , perché il limite da sinistra e il limite da destra in $x_0 = 1$ sono diversi.

2.

$$f'(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 2}$$

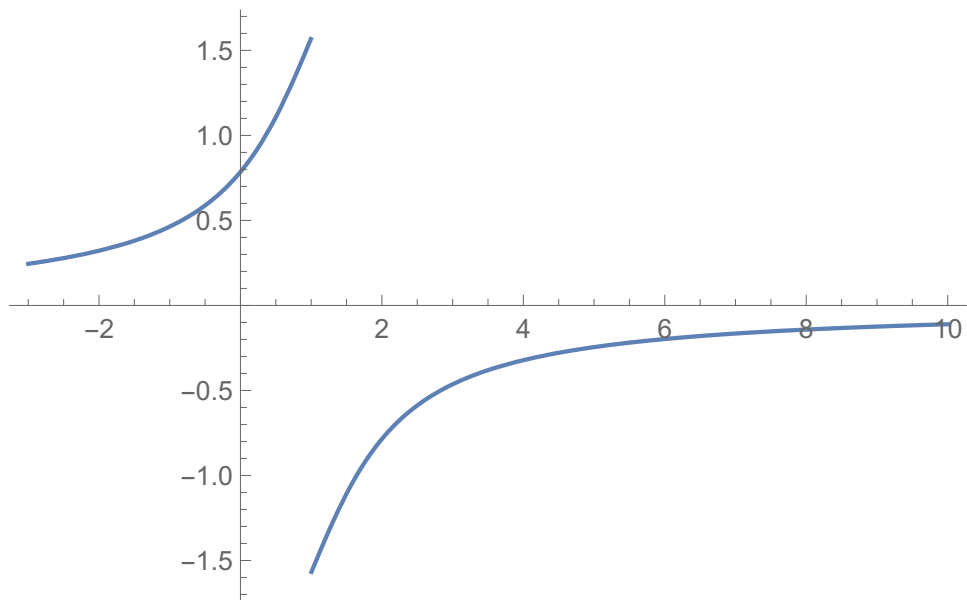
Non ci sono punti di massimo o minimo locale.

3.

$$f''(x) = \frac{-2x + 2}{(x^2 - 2x + 2)^2}$$

La concavità è verso l'alto fino a $x_0 = 1$, verso il basso da $x_0 = 1$ in poi.

4. $\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4}$



6. Non è integrabile in senso generalizzato in un intorno di $+\infty$, perché è $f(x) \sim -\frac{1}{x}$ per $x \rightarrow +\infty$.