

Analisi e geometria 1	
prof. LASTARIA - Esercitazione	01/10/2020

Numeri Complessi

Esercizio 1 Eseguire le seguenti operazioni con i numeri complessi e rappresentare il risultato nel piano di Gauss:

1. $\frac{(2+i)(1-i)}{3-2i}$;
2. $\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}$;
3. $\sqrt{2} + 4i - (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) + i$;
4. $\frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i}$;
5. $(1 + i\sqrt{3})^4 - (i - \sqrt{3})^4$;
6. $(1 + 2i)^2 - (1 - 2i)^2$.

Equazioni nel campo complesso

Esercizio 2 Rappresentare nel piano di Gauss il luogo geometrico dei punti del piano che soddisfano le seguenti condizioni: $\begin{cases} -5(i+1)z + (1-7i)\bar{z} = 0 \\ |z-i| \leq 2 \end{cases}$.

Esercizio 3 Risolvere in \mathbb{C} le seguenti equazioni:

1. $\bar{z}z - z - \bar{z} = 0$;
2. $z^2 - \bar{z} = 0$;
3. $\frac{z}{i} + \bar{z} = 3(z+i)$;
4. $|z| = -i - 2z$;
5. $|z|^2 |z+2| = |z|^3$;
6. $\begin{cases} |1-z| = |z-i| \\ |z-1| = 2 - \operatorname{Re}(z) \end{cases}$;
7. $z^2 + 2z + 4 = 0$;
8. $z^4 - (1+i)^3 z = 0$;
9. $(z-1)^3 + i = 0$;
10. $z^3 = |z|^2$;

11. $z^2 + z(-1 + i) - i = 0$;
12. $z^6 + z^3(1 - 2i) - (1 + i) = 0$;
13. $z^3 = (\bar{z})^2$;
14. $4z = i|z|^2\bar{z}$;
15. $|e^{iz^2}| < 1$.

Esercizio 4 Si risolva nel campo complesso l'equazione

$$z^4 = \frac{1}{|z|}$$

e sia A l'insieme delle soluzioni. Si rappresenti A nel piano cartesiano. Si determinino, senza eseguire le operazioni indicate, e si rappresentino nel piano i seguenti insiemi:

$$B = \left\{ w \in \mathbb{C} : w = ze^{i\frac{\pi}{4}} - \frac{\sqrt{2} + i\sqrt{2}}{2} \quad z \in A \right\}$$

e

$$C = \left\{ v \in \mathbb{C} : v = (w - i)e^{i\frac{\pi}{2}} \quad z \in A \right\}.$$